全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

数理金融方法与建模译丛

[美] 埃德加·E·彼得斯／著

储海林　殷　勤／译

刘建平／校

分形市场分析

——将混沌理论应用到投资与经济理论上

Fractal Market Analysis

Applying Chaos Theory to Investment and Economics



经济科学出版社
Economic Science Press

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

分形市场分析

——将混沌理论应用到投资与经济理论上

［美］埃德加·E·彼得斯／著

储海林 殷勤／译

刘建平／校

数理金融方法与建模译丛



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

图字：01－2001－2346

责任编辑：孙怡虹
责任校对：徐领弟
版式设计：代小卫
技术编辑：舒天安

分形市场分析

——将混沌理论应用到投资与经济理论上

[美]埃德加·E·彼得斯／著

储海林　殷　勤／译

刘建平／校

经济科学出版社出版、发行　新华书店经销
社址：北京海淀区阜成路甲 28 号　邮编：100036
总编室电话：88191217　发行部电话：88191540
网址：www.esp.com.cn
电子邮件：esp@esp.com.cn
天津新华印刷一厂印装
690×990　16 开　21.5 印张　360000 字
2002 年 7 月第一版　2002 年 7 月第一次印刷
印数：0001－8000 册
ISBN 7-5058-2815-0/F·2192　定价：46.00 元

（图书出现印装问题，本社负责调换）

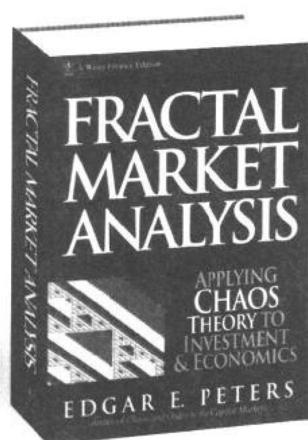
（版权所有　翻印必究）

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

FRACTAL MARKET ANALYSIS

Applying Chaos Theory to
Investment and Economics

Edgar E. Peters



数理金融方法与建模译丛

策划者：王书燕

Translation Series of Methods and
Modeling in Mathematical Finance



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

数理金融方法与建模译丛



策划人语

在上一个世纪五十、七十年代的两个时间段，有一些智者提出了“风险的处理和效益的优化”两个现代金融学的中心议题。从此，几乎所有数理金融的理论也都围绕着这两个基本问题而展开。

应该说明的是：将数理概念导入到对金融市场制度、金融工具和金融分析方法之中，从而使金融分析方法得以丰富和发展，并且充实了金融研究方法体系。

数理金融是建立在假设的基础上，采用数理的方法，对金融制度以及金融工具等现象进行研究的课题。然而到目前为止，数理金融在主流经济学界还没有明确的界定。

作为出版人，我无意于讨论经济学的主流或非主流问题。我只希望能把上个世纪末，数理金融在国际上迅猛发展的这种现象反映出来并呈献给我国读者。

在这里，我们采撷了业界相对最好的作者之巨著；我们选择了相对最好的译者进行翻译；我们邀请了国内此领域最好的专家撰写了中文版序言；我们策划了相对最好的出版运作。

——我们精心集结了《数理金融方法与建模译丛》以飨读者。

王书蕉

二零零二年七月九日

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

丛书总序

数理金融学是20世纪后期迅速发展起来的一门学科。数理金融学是人们观察、研究与认识金融问题的一种独特方法。它为创造性地研究、解决各种金融问题提供基础与指导。数理金融学的基本特点是运用数学工具去研究和分析金融交易中的各种问题，从而精确地刻画出金融交易过程中的各种行为及其可能的结果，使有关金融交易的决策更为简洁和精确。数理金融学也是金融学自身发展而衍生出来的一个新的分支，是数学与金融学相结合而产生的一门新的学科，是金融学由定性分析向定性分析与定量分析相结合，由规范研究向实证研究为主转变，由理论阐述向理论研究与实用研究并重，金融模糊决策向精确化决策发展的结果。

数理金融学的迅速发展，也是现代金融实践发展推动的结果。现代金融市场的发展实质上是一个金融产品不断地快速创新的过程。20世纪70年代开始以来，各种衍生工具的产生和发展是数理金融学产生和发展的基本推动力。随着金融产品的不断创新，金融交易的范围和层次更具多样性，同时也使金融产品的交易价格更具不确定性。因此，金融交易过程实际上就是一个以金融产品价格为核心的风险与收益的度量与决策问题，本质上是一个如何把交易行为量化并进而研究量与量的问题，这是数理金融得以产生和发展的现实基础。在现代的金融交易中，任何一项金融决策特别是金融交易的决策都要面对许多不确定性因素，这些不确定性因素都将影响并反映在金融产品的

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

风险与收益上，因此，任何金融决策都必须在权衡收益与风险之后才能做出抉择。所以，如何精确地度量金融交易过程中的收益和风险，就成为金融交易决策的核心。为使决策做到科学和精确，就必须对各种不确定性因素进行定量分析，这种现实和不断发展的需求促进了数学在金融活动中的应用和发展，从而衍生出数理金融学这一新的学科。

金融创新还包括金融制度创新。任何事物的运动规律必然通过量的关系反映出来。金融制度创新也是如此 反过来，透过这些量的关系，可以深刻地研究和分析现象背后的本质。对金融制度用数理金融方法加以研究分析，可以从量的方面更精确地把握金融制度的深层结构和制度变迁的基本决定因素及其变化规律。因此，数理金融学还可以对金融制度创新有着巨大的推动作用。数理金融学可以把决定金融制度创新的因素量化，从而对金融制度的发展进行定量分析并揭示其内在规律。数理金融学可以通过建模、模拟分析等方法模拟市场的制度运行和制度安排本身的内在机理并揭示其特征，从而推动金融制度创新。

数理金融学是金融工程的理论基础，可以说，金融工程就是把数理金融的基本原理工程化、产品化。前者是基础理论，后者是理论的应用。金融工程的核心内涵包括两个方面：一是如何组合已有的金融产品，以改变原有金融产品的风险与收益特性，从而达到有效地利用与开发风险，实现金融交易收益最大化的目的。能否通过金融产品的不同组合来实现开发风险、提高收益的目的，关键在于能否精确地刻画与预测金融产品的风险与收益变化的规律。二是开发新的金融产品。开发新的金融产品，说到底就是根据市场的需要创新出具有新的收益与风险特性，或者能对已有产品形成替代，或者可与已有金融产品结合而产生更令人满意的风险与收益特性，或者能适应某种特殊的需要的新金融品种。总之，金融工程的关键是要能定量地精确刻画出金融产品的风险。要实现这样的目的，除了应用数学工具与思维方法之外，别无他径。同时，在精确地刻画金融

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

产品风险的基础上，如何进行金融产品组合，仍然是一个应用数学工具与思维方法的问题。因此，数理金融学与金融工程两者是相互依赖和促进的。金融工程学的发展为数理金融不断提出新的研究课题，促进了数理金融学的发展；另一方面，数理金融学的发展也日益拓宽金融工程的创新空间，不断为金融工程学提供新的理论和方法。

数理金融学和金融工程学在我国的发展是近几年的事。随着我国市场经济的发展特别是证券市场的发展，实际上已为金融工程产品的开发与创新及应用提供了现实的土壤和发展空间，中国金融市场的国际化发展也预示着金融工程在中国有着广阔的发展前景。与此同时，作为金融工程基础理论的数理金融学，也必将获得迅速发展。事实上，数理金融学和金融工程学正在我国呈加速发展的态势，不少高等院校已开办了数理金融专业，不少金融企业都设立了专门的金融工程研究小组，这标志着数理金融学和金融工程学已植根于我国的金融市场土壤之中，其发展前景不可限量。

由经济科学出版社和香港皇权集团共同组织翻译的《数理金融方法与建模译丛》这一套丛书，对推动数理金融学和金融工程学在我国的发展，无疑将发挥巨大的促进作用。这套丛书不但涵盖了数理金融学的基本理论和介绍了数理金融学的一些主要应用领域，还提出了数理金融学的许多前沿发展方向和许多值得进一步深入研究的课题。这对促进数理金融学和金融工程学在我国的发展，使我国在这个领域尽快赶上世界的领先水平，无疑有着巨大的帮助。同时，本套丛书不但可作为大学本科生、研究生教材和参考读物，也是金融部门的理论研究人员和实务人员值得深入研读的著作。我深信，任何阅读了本译丛的读者，必将从中获得思维的闪电和启迪。

汪良忠

于广发证券股份有限公司

2002 年 6 月

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

中文版序言

许多初次接触金融贸易和市场经济的人都会有一种奇想。他们期望能够通过研究发现一种普适方法，或者能够通过阅读找到一种终极理论，使得他们可以运用这种武器在商业往来和金钱交易的博弈中永远战无不胜。如果本书的读者也抱着类似的心态，以为“分形”和“混沌”这种新型的分析理论可以向他们提供一条打开市场经济“黑盒子”的万能钥匙，那么他肯定会感到失望。正如本书作者在其序言中提醒读者的那样，这本书并不倡导新的交易技术，也不向投资老手们提供在商业周旋中暴获渔利的策略。它仅为读者提供市场运作基因的一种新见解，因而或许有助于读者从市场时间序列数据中作较好的分析和检验。

作者强调，全书是基于一种“市场分形动力性态的假设”而组织编写的。熟悉科学研究的读者都知道，假设是科学理论发生的前奏和发展的关键。从假设到论证（或验证）然后到判断（接受或推翻），是一般理论发展的过程。每一种理论都要接受实践的检验。如果它比其他理论更符合实际，它就被接受。否则，它就被淘汰。市场分形动力学理论也一样。目前它可能比别的理论更新颖，更有说服力，更符合数据，所以它就更受注意，以至作者把它归纳成书，推崇于世。如果这种理论真的具有生命力，它就会不断更新和发展，源远流长。否则，它早晚亦会被淘汰。学术自由的一个要点是，不要在一种新思想、新理论刚出现的时候就说不。市场经济的分形和混沌理论，不能说不是一种新思想、新尝试。我们不妨抱着学术自由的态度，让这种理论发展一段时间，看看它的经济意义和社会效益如何，再行作出判决。事实是，非线性动力学理论已经在许许多多的领域中大显身手，或者它在金融经济和市场贸易的广阔天地里也可以略展宏图。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

为此目的，我谨向读者推荐这本难得的好书。

陈关荣

IEEE 院士

美国休斯顿大学教授

香港城市大学讲座教授

澳大利亚中心昆士兰大学荣誉教授

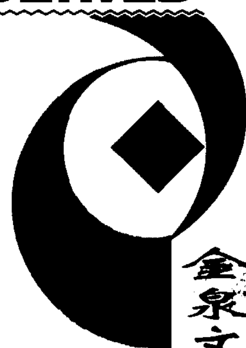
2002 年元旦

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

JINQUAN SERIES



经济科学出版社
Economic Science Press



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

数理金融方法与建模译丛
翻译编辑委员会



主　编　郑应南

副主编　郭容根
　　　　夏心国
　　　　李小平

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

目 录

(1) 丛书总序 ▷汪良忠◁
(1) 中文版序言 ▷陈关荣◁
(1) 前言 ▷埃德加·E·彼得斯◁
(1) 致谢 ▷埃德加·E·彼得斯◁
(1) 作者简介

(1) 第Ⅰ篇 分形时间序列

(3) 1 分形时间序列介绍
(4) 1.1 分形空间
(5) 1.2 分形时间
(9) 1.3 分形数学
(10) 1.4 混沌游戏
(12) 1.5 何为分形
(15) 1.6 分形维
(16) 1.7 分形市场分析

(18) 2 高斯假设的失败
(19) 2.1 资本市场理论
(20) 2.2 市场的统计特征
(26) 2.3 易变性的期限结构
(35) 2.4 有界集



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

(36) 2.5 小结

(38) 3 分形市场假说

(38) 3.1 再访有效市场理论
(40) 3.2 稳定市场与有效市场
(41) 3.3 流动性的来源
(42) 3.4 信息集与投资起点
(42) 3.5 再访市场的统计特性
(44) 3.6 分形市场假说
(47) 3.7 小结

(49) 第Ⅱ篇 分形的（R/S）分析

(51) 4 测度记忆——赫斯特过程与 R/S 分析

(52) 4.1 背景：R/S 分析的发展
(57) 4.2 王牌效果
(58) 4.3 随机和持续：解读赫斯特指数
(59) 4.4 R/S 分析：实际操作指南
(61) 4.5 一个例子：日元/美元的汇率

(63) 5 检验 R/S 分析

(64) 5.1 随机零假设
(72) 5.2 随机模型
(81) 5.3 小结

(82) 6 发现循环：周期与非周期

(84) 6.1 周期循环
(88) 6.2 非周期循环
(97) 6.3 小结

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

(99) 第Ⅲ篇 应用分形分析

(101) 7 案例研究方法

(102) 7.1 方法论
(103) 7.2 数据
(104) 7.3 稳定性分析

(106) 8 道·琼斯工业股票，1888～1990 年：一个理想的数据集

(106) 8.1 观测值个数与时间长度
(107) 8.2 20 日收益
(110) 8.3 5 日收益
(113) 8.4 逐日收益
(118) 8.5 稳定性分析
(121) 8.6 原始数据与序列相关
(124) 8.7 小结

(125) 9 S&P 500 标记数据，1989～1992 年：过量抽样问题

(126) 9.1 未调整的数据
(131) 9.2 AR（1）的残差
(134) 9.3 暗示

(136) 10 易变性：反持续性研究

(138) 10.1 现实的易变性
(141) 10.2 暗示的易变性
(142) 10.3 小结

(143) 11 不足抽样问题：黄金与英国的通货膨胀

(143) 11.1 不足抽样类型Ⅰ：太少的时间

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

(146) 11.2 不足抽样类型Ⅱ：太低的频率
(147) 11.3 两个不确定的研究
(150) 11.4 小结

(151) 通货：一个真实的赫斯特过程
(152) 12.1 数据
(153) 12.2 日元/美元
(155) 12.3 马克/美元
(155) 12.4 英镑/美元
(156) 12.5 日元/英镑
(156) 12.6 小结

(159) 第Ⅳ篇 分形噪声

(161) 分形噪声与 R/S 分析
(162) 13.1 噪声的色彩
(163) 13.2 粉红噪声：0<H<0.50
(173) 13.3 黑噪声：0.50<H<1.0
(177) 13.4 镜子效应
(178) 13.5 分形差分化：ARFIMA 模型
(186) 13.6 小结

(187) 分形统计
(188) 14.1 分形（稳定）的分布
(195) 14.2 加法下的稳定性
(196) 14.3 分形分布的特征
(198) 14.4 测量（α）
(201) 14.5 测量概率
(202) 14.6 无限可分性与 IGARCH
(203) 14.7 小结





全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

(205) 15 应用分形统计
(206) 15.1 资产组合选择
(211) 15.2 期权评价
(220) 15.3 小结
(223) 第Ⅴ篇 噪声混沌
(225) 16 噪声混沌与 R/S 分析
(226) 16.1 信息与投资者
(228) 16.2 混沌
(230) 16.3 应用 R/S 分析
(234) 16.4 区别来自分形噪声的噪声混沌
(239) 16.5 小结
(240) 17 分形统计，噪声混沌与 FMH
(241) 17.1 频率分布
(244) 17.2 易变性期限结构
(246) 17.3 增时序的标准差与均值
(249) 17.4 测量 α
(250) 17.5 噪声混沌的似然
(251) 17.6 轨道循环
(253) 17.7 自相似性
(256) 17.8 一个建议：联合 GARCH、FBM 以及混沌
(257) 18 理解市场
(258) 18.1 信息与投资起点
(258) 18.2 稳定性
(259) 18.3 风险
(260) 18.4 长期记忆
(260) 18.5 循环



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

(261) 18.6 易变性
(261) 18.7 展望更完美的市场理论

(263) 附录 1 混沌游戏
(265) 附录 2 GAUSS 程序
(275) 附录 3 分形分布表
(285) 参考书目
(295) 专业词汇
(305) 索引
(311) 译者后记



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第 I 篇

分形时间序列

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

分形时间序列介绍

西方文化长期窘迫于光滑与对称。并非所有的文化同样沉迷于此，而是西方（指欧洲人衍生的、推知的）很长时间以来一直认为，总的看来对称和光滑及其整体性是为完美的形式。我们到处寻找典范和对称性。通常情况下，我们强加于自己一个实际上并不存在的模型；同时，我们拒绝承认那些与我们的整体概念性的框架不符合的模型。那就是，当模型不是对称与光滑时，我们就将其归到幻想、病态一类，认为其不符合“实际”。

这一尘世与理念的冲突能够追溯到古希腊。为了向人们形象地描述我们的实体性世界，古希腊的学者们依据单一性、对称性以及光滑的形式创造了几何学。Plato说，“真实”的世界是由这些几何形状构成的，这些形状是由称之为“真”的力或实体所创造的；“真”的世界（意指黑格尔的纯粹精神世界，译者注）仅仅是偶然通过意念能够被睇眄。我们所生存的世界是这种“真”世界的一个不完美的副本，而且是由称作“尘世”Demiurge的另外这样一个不同的实体所创造的。这个仅次于“真”世界的“尘世”注定要创造出真实世界的较低级的副本来。这些副本既粗糙又不对称，而且还是一个注定要衰败的副本（若要“添酒回灯重开宴”只能是相似而不是同一个宴席，译者注）。就这一点上来讲，Plato协调了稍晚由Euclid所形式化的希腊几何的无能为力，他做到了前辈们没有做到的事情：用几何学来描述我们的世界（这里指尘世）。他所解决的问题不是在于几何学，而是在于我们自己的世界。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

1.1 分形空间

分形几何是一个“尘世”的几何学，与欧几里德几何（Euclidean Geometry）不同，它繁荣兴旺于粗糙和非对称性。客观物体在几个完美和对称的形式上是不变的，可它却是无限复杂的。你越接近地观察分形，就能揭示出越多的细节来。例如，树就是一个分形。设想有一棵像道格拉斯冷杉的松树，通常用它来制作圣诞树。儿童们却以矩形作为树干，三角形作为树枝来画这样一棵松树，并且尽可能地把树画得对称些。理想的圣诞树是具有与道格拉斯冷杉相同的外观，并且是三角的形状而非锥形的一棵松树。诚然，道格拉斯冷杉既不是锥形也不是三角形，不过它们的枝叶所构筑的网状系统却实实在在的和任何一棵真实的树相似至极，但是，这网状系统上的每个树枝均各不相同，树枝上长着的树枝越长越小。在每一个生长环节有一个这一时期生长的树枝的尺寸的范围，而且，每一棵树都各不相同。

欧几里德几何不能复制一棵树。使用欧几里德几何，我们能够做出一个看起来既像个艺术品，又像个儿童的涂鸦或是一个理念，非常接近树的近似图形，不过，欧几里德几何再造了一个可领悟的树的对称，但它却没能做到以下这一步：把这棵欧氏再造树自身的树的枝叶、树干等等细节再造出来，即自相似性。支撑这个可领悟的对称的基础的是一个被控制的随机性以及在比较好的转变水平上增长着的复杂性。这个“自相似性”的性质是分形的一个确定的特征。绝大多数自然结构，特别是生物都具有这一特征。

第二个问题，当我们对我们的世界运用欧几里德几何时，我们解决的是一个维数问题。我们生活在一个三维空间，根据欧几里德几何基础的定义，只有固体形式是真实的三维，用数学的话来讲，一个物体必须通过整个曲面的微分。一个空心棒球，作为例子，就不是三维物体，尽管它体现在一个三维空间里。

除此以外，依赖于对一个物体的距离，我们对维数的理解能够改变。自远处看，道格拉斯冷杉像一个二维三角。当我们走近些看，它呈现出三维锥形。继续靠近，我们能明了，它的枝叶看起来像一个一维线的网络。再近一些观察，揭示了枝叶像一个管子。用欧几里德几何来表述尘世间的所造之物的维数和增长的复杂性也有困难。相对而言，欧几里德结构在越

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

来越小的规模上变得越来越简单：三维固体减少成二维平面。二维平面由一维直线所组成，最后成为无维数的点。作为对树的知觉，在另一方面，从两维走到三维又走到一维，然后又回到三维。这是不同于欧几里德知觉 5
的。

欧几里德几何仅仅是作为尘世世界的整体简单化而有用。相对而言，分形几何在宏观之下，由自相似性和增长的复杂性所定性。作为一个空间几何，它的主要应用，实际已经由计算机的产生和使用向人们展示了一个充满希望的可喜的前景。

尘世不仅创造了分形空间而且也创造了分形时间。尽管我们的基本重点是放在分形时间序列上，分形空间也将帮助我们理解分形时间。我们将看到欧氏世界的光滑和我们的尘世世界的粗糙的差异，这也限定了欧几里德几何作为描述方法的用处。

1.2 分形时间

欧几里德几何对称与真实世界非对称之间的冲突能够进一步扩大到我们的时间概念上来。从传统意上来讲，事件是被认作既随机又确定的东西。在确定性的观点来看，在时间的长河里发生的所有事件从创造的一瞬间即被固定。这个观点已经由凯尔文主义者（Calvinist）这样的宗派给予了一个理论基础，由某些人提出的一种大爆炸理论是对科学的一个贡献。相对而言，虚无主义者学派认定所有的事件都是随机的，通过时间推衍，既无结构又无秩序。

在分形时间里，随机性和确定性，混沌与秩序两两共存。在分形框架中，我们看到，这些对立的东西是如何在现实生活中共同运行的。松树有整体结构确定性和枝叶部分的随机性。一般来说，我们知道松树看起来像什么，而且我们能够高精度的预测任何松树一般的和整体的样式。然而，在单个枝杈水平上来看，每个枝杈又是不同的。我们不知道它的长度，也不知道它的直径。每一棵树都各不相同，但它们却体现出某种整体特性。每棵树都有整体的确定性（这种树的共性，译者注）和部分的随机性（这棵树自己的特性，译者注）。在下面这一部分，我们将考查分形时间的概念是如何演化的，它又所指为何物。

大部分文化倾向于时间是确定性的这个观点。我们喜欢这样去想，我们在宇宙中有一块地方，我们有一个定数。但是，我们明白什么是阻碍我

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

们完成我们的目标的随机性和突发事件。自然灾害能够摧毁我们的环境，经济灾害能够拿掉我们所拥有的。我们不知道谁能依据事故或蓄谋掠走我们的生命，相反，好运气总能够在恰当的时间、恰当的地点到来；机会垂青，能打开许多新的门；中彩还能给我们带来财富。

6 伟大的事件似乎也依赖机会。Newton 看见物体下降，进而构造了微积分和重力法则。Fleming 丢下一个没盖儿的石头盘子而发现盘尼西林。Darwin 决定去远航，进而由于他一路的见闻而提出了进化理论。

这些熟悉的事情似乎都是偶然发生的，而这些偶发事件却改变了历史。诚然，Liebnez 几乎是在同一时间独立于 Newton 发展了微积分，事实上我们是在使用 Liebnez 的符号。Wallace 独立于 Darwin，建立了自然选择理论，尽管他比 Darwin 晚了一点。正是由于 Wallace 的论文，Darwin 才找到了写作物种起源的动力。因此，他获得了该理论最初创世者的荣誉。在我们自己的金融经济学领域，以由不少于三个人的——Sharpe（1964）、Lintner（1965）和 Mossin（1966）他们各个独自发展的资本资产定价模型，几乎是在同一时间而闻名于世。这暗示了这样一个事实：即这些发现终归是要发生的。历史需要资本资产定价模型，它是这些发展了它的人的命运（注定要有些人去发现这些，译者注）。

协调随机性和秩序、机遇和必然、自由意志和决定主义是一件困难的事。这还会是一个尘世不完美的拷贝“真”的世界的二分法吗？

事件或是被当成随机，因此而不可预测；或是被当作确定的，因而能够完整的可预测。直到 20 世纪初，宇宙像钟表一样运行的观点被人们普遍接受。最终，科学家将发现主导宇宙的方程，而且能预测最终结果。在 Newton 的机械论里，时间无结果。从理论上讲，时间是可以倒转的，因为 Newton 的方程，无论时间往前还是往后，都运行的很好。不可逆的时间，对于这个决定主义者观点的第一次冲击，源于 19 世纪中叶的热动力学领域的形成。

热动力学起源于由机械运动产生的热耗损的研究。在热动力学之前有一段时间，它是一门由科学家们认真研究的应用科学。最初的研究集中在能量如何转化成有用的功这上面。在这样一个热机系统里，蒸汽推动齿轮进而表现为诸如驱动轮船偏心轮这样的功能。并非所有产生的能量都转化为功，一些是丢失了或者由于磨擦而耗散了。这些耗散系统的研究最终发展成包括流体力学、探究热与混合流体的流体动力学的研究，它给予我们一个时间不可逆的系统。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

假定两升液体由一可移动的隔水板分开，一面是红色的液体，另一面是蓝色的液体，我们决定使用术语“熵”作为红蓝两种液体混合程度的测 7
度。只要隔板放在原地不动，我们就得到一个低熵；假如我们抬高隔板，红、蓝两种颜色的液体就开始混合；此时，熵的水平开始提高。只要液体继续混合，最终两种液体会充分混合，变为一种紫色的液体。

这时液体达到了一种均衡状态，它已不能再混合了，它达到了最大熵的水平。无论如何，你也不可能再利用一块隔板把这已混合了的液体分为原来的红、蓝两种液体了——除非用其他方法。尽管液体混合的事实在动态术语里是可理解的，它却是依赖时间的且是不可逆的。液体的高熵状态，或不确定性来源于两种状态的最大混合。它不能用时间可逆来描述。牛顿学派的方程，液体将不再变成纯粹的不掺杂色的；哪怕我们永远等下去，它的熵也将不再下降。在热动力学中，时间具有方向性，它的点仅仅指向前方。第一打击已经撞击了宇宙的像钟表一样的机械观点。

第二次打击来自于量子力学理论的形成。在这个宇宙分子结构仅仅能够被概率状态所描述的现实中，量子力学理论进一步削弱了决定论的观点。可是混乱依然保留着，宇宙是确定的还是随机的？

慢慢地，大多数自然系统整体确定、局部随机的特征变得明显了。这些矛盾的状态必须共存。决定主义给予我们自然法则，随机性向我们演绎了创新和多样性。一个健康的演进系统是一个不仅仅能存活于随机撞击之下，而且当必要时能吸收那些撞击以改善系统整体的系统。

例如，因为在它们的产生中它们多于对称结构的容许误差，由 West 和 Goldberger（1987）已经证明，物理分形结构较之对称性结构更具容错性，因此，它们多半是自然产生的。我们来看一看哺乳动物的肺。它的主干气管，分成两个支干，这两个半体继续分支。在每一个枝节上，平均直径根据幂法则减少。这样一来，每一节的直径依据上一节的直径减少。另外，每一枝节实际上都在一个直径的范围内。每一节的平均直径依据幂法则规模递减，并且任何单个枝节仅能以概率意义描述。我们有整体的确定性（平均的枝节尺度）和局部随机性（单个枝节的直径）。为什么自然倾向这一结构，并且体现在所有哺乳动物的肺上呢？West 和 Goldberger 表明这一分形结构比其他结构更稳定和容错。回忆每一枝节是依赖于前一枝节。假如直径是指数形式按比例变化（某种梯度形式变化），一个枝节形式的差异将不仅仅可能影响下一枝节，而且误差将伴随每一连接枝节增长。一个小误差将导致肺变成畸形和失效。然而，由于依分形的规模比例 8

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

变化，且因为幂法则，以及局部概率结构，误差有较小的影响。因为，每一枝节有一个直径的范围，一个畸形支干在其他枝节的形式上有较小的影响。这样一来，分形结构（整体确定，局部随机）在形式上比其他结构更具容错性。

展望未来，假如我们从稳定结构（肺）的概念变换到像股票市场这样的动态结构，我们能够做一些有趣的推测。变换枝节（指肺的枝节）到“投资起点”。股票市场由投资者组成，从小额交易者到长期投资者。每人有按时间排列的不同投资起点。一个稳定的市场是所有参加者能相互交易，每个人面临与他人一样的风险水平，调整他们的时间范围和投资起点。我们将在下一章里看到，规模变化一经调整，那么，收益的频率分布对于日交易者和对于 1 周甚至 90 日的交易者来源是完全一样的。那就是，5 分钟交易者面临与周交易者同样的风险。假如一个日交易者在时间规模上有很大变化，即所谓的 4 个西格玛事件，市场仍旧保持稳定，但市场稳定的前提是，其余那些具有不同交易起点的交易者，认为很大变化是一个买进机会，而且跟进并购买。因此，由于没有特征性的时间规模变化，所以市场仍旧保持稳定，如同肺没有特征性的直径的规模变化。当市场的全部投资起点缩短，每个人成为一分钟交易者（投资者对长期信息丧失信心），市场变得飘忽不定，呈现不稳定。然而，只要市场保留分形结构它就能消化掉冲击。如果市场失去了这一结构，不稳定性介入。我们将在第 3 章充分讨论这一概念。

不同的时间依赖的例子在诸如哺乳和爬行这样一些动物的形式上找到了。又一次，我们看到了局部随机性和整体确定性。当一个受精卵形成时，最初的细胞分裂很多次。在某一点（精确的为什么，我们不知道），某些细胞构成了心脏，某些构成了肺，诸如此类。这些细胞移居到它们恰当的位置；某种确定性的过程，某种确定性的程序，导致了专门器官的形成。如同细胞旅行，大部分细胞达到指定地点。可是，某些死了。这样，在局部的细胞水平上，个体细胞，是否生死，完全是概率现象；而在整体时，一个决定性的过程，导致细胞迁移，必定构成生命。

另外一个例子是，从下边加热的流体。在较低的水平，流体由于加热而对流，由于对流而加热。最终达到一个最大熵的均衡水平。所有的水分子独立运动，既有整体又有局部的随机性。然而，一旦热量通过一个关键
9 水平，当对流旋涡介入时，独立分子粘在一起运行。下部被加热了的流体由下而上，然后冷却，之后再落下被加热，如此反复。单个分子组成一个

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

群体开始粘连运行。科学家精确地知道，什么时候这些对流旋涡将发生。人们所不知道的是，这些旋涡，有的向左，有的向右，人们无法预测它将流向哪个方向。又一次，我们有整体决定论（温度对流旋涡开始）和局部随机性（特定旋涡的方向）。

最后，我们有社会和理想的展示、创新，诸如资本资产定价模型的发展，通常是独立的、自发的兴起。不管如何承诺一个人的能力，任何个人将产生这样一个创新。然而，作为任何演化和发展的系统，这种创新在整体基础上必须被预期发生——不管是在科学领域，在政府部门，还是在艺术领域，或是在经济领域——假如系统希望存留下来。

在尘世的世界，随机性等同于创新，而决定论解释说明系统如何开发利用创新。在市场里创新是信息，而决定论是市场如何评价信息。

现在，我们有对牛顿决定论（Newtonian Determinism）的第三个打击：混沌和分形，在这里，机会和必然共存。在这些系统里，由于整体的决定性，熵是很高的，就如同在热对流胞腔里那样，它可从来不会让无序达到最大值状态。混沌系统输出它的熵，或是耗散它的熵。在很大程度上来讲，机械设计因为磨擦而损耗它们的一些能量。这样一来，混沌系统也是耗散系统，而且同热动力系统有许多共同的特征——特别是时间之矢。

1.3　分形数学

所有这些在尘世的世界和“真”的欧几里德几何的世界之间的概念性差异是很有意思的，但这个差异能被赋予现实意义吗？诚然，欧几里德几何的主要优点是它优雅的简单性。问题能够被欧氏几何逼近，而且还可以被给予优化的答案。模型能够简单地产生，即便它是很粗糙的但仍是简单的。这些我们称之为分形，并曾经增加了其复杂性的形式，会不会也被模型化？

答案是肯定的。而且非常奇怪的是，它们能够在一个非常简单的方式里被模型化。然而，分形数学通常看起来是反直觉和不精确的。它看起来是反直觉的，是因为我们所有的人以及非数学家们，已被训练得只能在欧氏几何的方式里思考问题了。那就是，我们用简单的像儿童画松树一样的 10
形式，逼近自然的客体。细节晚一点儿再加，独立于主要的轮廓。分形数学似乎不精确，因为传统的数学证明的获得和发展是困难的：我们的“证明”的概念是一而再，再而三地从古希腊几何流传下来的。欧几里德发展

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

了工理系统定理以及它的几何学的证明。我们因此扩大这些概念到所有的数学分支。分形几何有它自己证明的份额，可是，我们探索分形几何的基本方法，是通过数字实验。使用计算机，我们能得到一个解，以及探索我们的分形公式的含义。探索性数学的实验形式是个新的形式，只不过在大多数纯数学家当中尚未受到重视。

1.4 混沌游戏

接下来的数学实验的例子曾出现在我的上一本书——《资本市场的混沌与秩序》(1991)，以及其他课本里。它最初是由称这个游戏为混沌博弈的 Barnesley（1988）设计的。

我们开始于三个点，这三个点框出了一个三角形，并标志这三个点（1，2)、(3，4)、（5，6)。这就是博弈的游戏操作板，并表示在图 1.1（a）里。现在随机选择一个点，这个点将在三角形之内，或在三角形之外，记为点 P；滚动一个均匀的筛子，用一个掷出来的数，从点 P 到一个点或一个角（已确定了的，即已掷出来的数）的直线的中点，标出一个新的点；用计算机来处理这个步骤，可重复 1 万次。假如你知道前 50 次掷出一个个三角形，你将终止于图 1.1（c）的画面。被称作谢尔平斯基三角形（Sierpinski Triangle）的，是无穷多个被包括在比较大的三角形中的三角形。假如你增加解，你将看到更多的小三角形。这一自相似性是分形的重要的（但不是惟一的）性质。

有趣的是，形状不依赖于初始点。不管你从哪里开始，你总是终结于谢尔平斯基三角形，尽管两个随机事件是必须进行游戏的不争事实：（1）初始点的选择，以及（2）筛子的滚动。这样，在局部水平，点总是在随机的秩序下被标绘。甚至于每次我们在不同的秩序下进行游戏，点总是被标绘，因为在确定性方式下系统对随机事件起反应，谢尔平斯基三角形总
11 是浮出水面。局部随机和整体确定性产生了稳定结构。附录 1 包括了一个创造谢尔平斯基三角形的基本程序，你可以自己尝试一下。

混沌游戏表明局部随机性和整体确定性能够共存，因此而创造出一个稳定的，自相似的结构，我们称其为分形。点的实际行为关联次序的预测是不可能的。而且绘制每一点的差异是不相等的。每一个三角形内部的空白空间具有被标绘的零百分比概率。每一个角的边界轮廓具有较高的发生概率。这样，局部随机性不能等同于所有可能解的等概率事件。它也不等



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

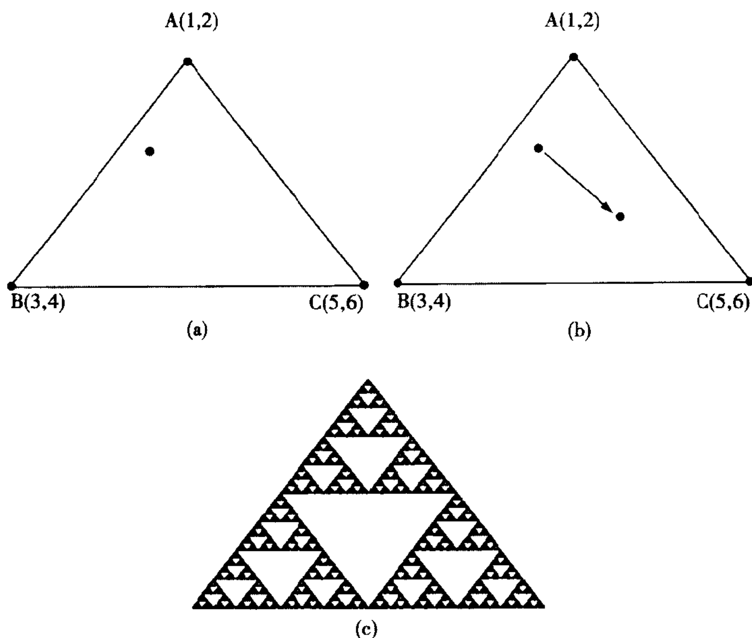


图 1.1　混沌游戏

(a) 从相互等距离的 3 个点开始随机地选择由 A、B、C 决定的三角形中的 1 个点。(b) 假定你滚动了一个均匀的筛子，出现数字 6，就以初始点向 C 点(5，6)移动一半距离。(c) 重复步骤 (b) 1 万次，你会得到谢尔平斯基三角。

同于独立性。下一个点的位置完全依赖于当前点的位置，而当前点自己的位置依赖于前一个点的位置，由此而来，我们看到分形统计将不同于它自 12
己的高斯副本。

在这一点，对于市场的相互关系能够从直觉意义上作出。市场可能是局部的随机，可是，他们有整体的统计结构，该结构是非随机的。在这方面，传统的数量理论将倾向支持局部随机性。在“市场效率”上的检验将长期聚焦于短期预测是否能对利润具有足够精度的作出。严格地说，数量性研究表明来自于短期（一星期或更短）市场活动的利润是困难的。这样一来，延长我们的时间的起点似乎能改善我们的预测能力。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

1.5 何为分形

我们还没有定义分形这一术语。不准确的定义实际上是存在的。甚至用数学这个所有语言中最简明的形式，描写分形也有麻烦。它类似于位于一本书里的问题，书名叫《去银河系免费搭车指南》（*The Hitchhiker's Guide to the Galaxy*）（由 Douglas Adams 著），其中的“沉思”是一个由超人制造出来的超级计算机，它用来回答生活、宇宙以及所有的一切问题。“沉思”给予答案（答案是“42”），可是没有人知道如何摆正问题的位置，以便于它的答案能够被理解。

分形类似于上述问题。当我们看见它们时，我们知道它们，然而在充分理解它们是什么东西，并非常准确地把它们描述出来等问题上，我们的日子很难过。连 Benoit Mandelbrot——分形几何之父，都还没有展示分形的精确定义。

分形确实有某种可测的性质，而且具有符合建模目的的要求。

第一个性质是自相似性，这一自相似性已在某些范围内描述过了。这个性质意味着部分以某种方式联系于整体。这个相似性能够以谢尔平斯基三角的形式被“精确化”，在这里每个小三角是几何学上的相似于较大的三角形。自相似性的这种准确形式仅在数学意义上存在。

在实际生活里，自相似性是“质量性的”；那就是说，客观存在和过程从统计上在不同的规模、空间（指占位）、时间（指临时）是相似的。每个规模类似于其他规模，但不是同一的。一棵树的单个分枝是质量上自相似于其他分枝，可是每一个分枝又是惟一的。这个自相似性特征使得分形“规模不变”：从其他的推演看，它缺乏特征规模变化。

对数螺线在艾略特波（Elliott Wave）理论里扮演了重要角色，它是一特征规模变化函数的典范。鹦鹉螺贝壳，是一个对数螺线，因为当规模增长时，螺线保留了它的最初比例。然而鹦鹉螺长大了，它的形状没有改变，因为它依据特征比例增长，这个特征比例有特征规模变化的特点。对数螺线不是分形，艾略特波理论也不是。

同样，早期用于说明哺乳类动物的肺的模型是依据指数比例机制制作的。特别是，每一枝节的直径和上一枝节直径之间的比将依同一比率减少。假定 z 代表枝节数，d_z 代表枝节 z 的平均直径，这样：

$$d_z = q * d_{z-1} d_0 \qquad (1.1)$$



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Weibel 和 Gomez（1962）估计 $q=2^{-1/3}$，等式（1.1）能够重写如下：

$$\overline{d}_z = d_0 * 2^{-z/3} \tag{1.2}$$

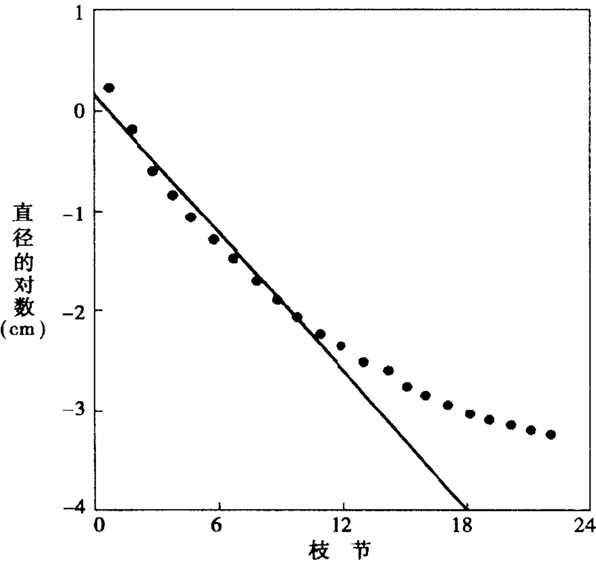
这里，d_0 = 气管的直径。

这样，这一模型有特征规模变化系数，$q=2^{-1/3}$。根据一个精确的比率，每一枝节规模递减。这就是特征规模比例变化。

等式（1.1）能够被重新写成更一般的形式：
当 $\alpha=-\ln(q)>0$ 时：

$$d_{z,\alpha} = d_0 * e^{-\alpha * z} \tag{1.3}$$

正如 West、Valmik 和 Goldberger（1986）所说："这样一来，如果一个单纯的参数 α 特征化了这个过程，那么，$d(z, \alpha)$ 可以被解释成对于规模参数 α 在第 z 个枝节的平均直径。"注意，等式（1.3）使用了一个特征规模变化的指数形式。



14

图 1.2　具有指数规模变化的肺

［本图自于 West 和 Goldberger（1987），经《美国科学家》（*American Scientist*）同意复制使用］

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

然而，依据特征规模变化而模型化了的肺，忽视了其他性质。在每一个枝节内，实际的直径有一个范围，某些大于平均直径，某些小于平均直径。不过，指数规模变化法则仅仅适用于前十个枝节。在此之后，有一个对于特征规模变化函数的系统性偏差。

图 1.2 取之于 West 和 Goldberger（1987）。假如等式（1.3）有效，针对于枝节数的直径的对数的点的标绘，导致了一条直线。这个半对数标绘图形的斜率将是规模变化因子。我们能够看到指数规模变化特征不能捕捉肺的全部形状。不管怎么样，一个 Log/Log 的标绘（图 1.3），使用了枝节数的对数，会产生一个波浪线，它趋向右。但是，Log/Log 的标绘是什么意思？

15

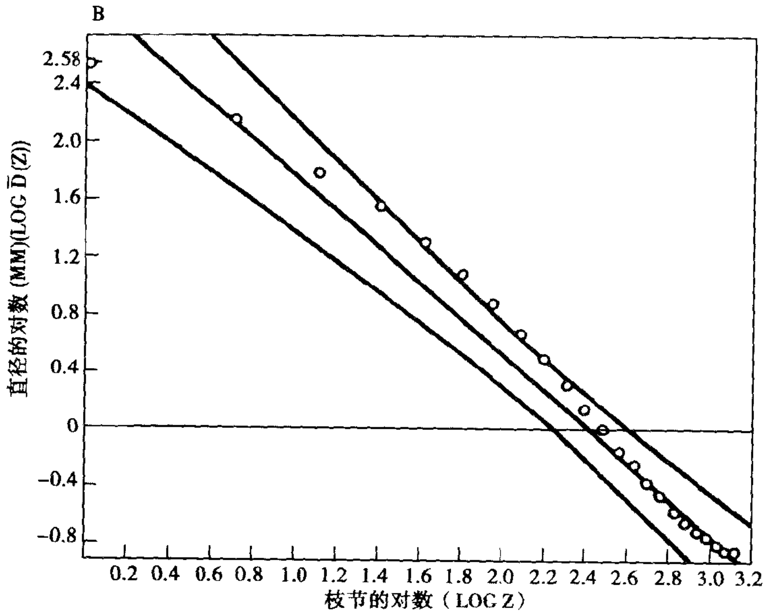


图 1.3 Log/Log 标绘

半对数标绘图捕获数据的失败，就意味着指数规模变化的模型不适合这个系统。这个模型使用了幂法则而非指数法则。这个幂法则规模变化特征解释了肺的规模结构，而幂法则规模特点揭示出了分形的第二个特征——分形维。分形维既能描述像肺这种器官的物理结构，又能描述时间序列这样的数字结构。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

1.6 分形维

讨论分形维，我们必须回到尘世世界与“真”的世界二者之间冲突上来。欧几里德几何的基本特征是整数维。线是一维，面是二维，固体是三维。即便在晚些时候发展起来的超几何也是整数维。例如，Einstein 的时空连续统是四维的，时间是第四维的。作为能够从“真”的世界所预期的欧氏空间的形式是完美的。他们光滑而连续，同质而对称。他们也能够不适当的描述尘世的世界，他们还能够粗略而简单地描述这个尘世。

考虑一个简单的客体——一个空心棒球，它不是三维的，因为它有洞。它也不是二维的，因为它有深度。除了它留存在一个三维空间里的事
实以外，它少于三维固体，多于二维平面。它的维数介乎于二和三，它不 16
是一个整数，是一分数维的客体。

现在考虑一个像谢尔平斯基三角一样的数学构造，这一结构明显地多于一条线，而少于一个面。在这个结构中，有像三角形一样的洞与缝。这个不连续体，就像一个尘世间的儿童分类谢尔平斯基三角，就像那个带洞而有皱的空心棒球，它的维数是分数。

分形维特征化了这样的一个客体如何添满它的空间。除此之外，它描述了客体作为一个宏观因子是可以变化的结构，再者，描述了客体如何规模变化。作为物理（或几何）分形，这个规模法则在空间里（占位意义）发生。恰好，分形时间序列呈现统计上的规模变化。

时间序列的分形维测度时间序列是如何参差不齐的，正如所预期的，如同欧几里德维数，一条直线具有 1 的分数维。随机时间序列有 1.50 的分数维。对于计算分形维的一个早期的方法，包含覆盖半径 r 的圆周的曲线。我们可以计算必需的覆盖曲线的圆周数。而且，进而延长半径。当我们如此做的时候，我们发现圆周规模变化的数量如下：

$$N*(2*r)^d=1 \tag{1.4}$$

这里，N = 圆周数；r = 半径；d = 分数维。

因为根据直接的线性规模，一条线将会规模变化，它的分数维等于 1。然而，随机游走有上升和下降的 50 对 50 的机会；因此，它的分形维是 1.50，而且，假如分形维是在 1.50 与 1 之间，时间序列的维数就是多

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

于一条线的维数而少于随机游走的维数。它比随机游走光滑，可是比一条线粗糙。使用对数，等式（1.4）将转换成：

$$d = \log(N)/\log\left(\frac{1}{2*r}\right) \qquad (1.5)$$

再者，分形维能够解决 log/log 的标绘图的斜率问题。作为时间序列，我们可以将半径作为时间增量来增加，而且以一个时间增量的函数来计算所需的覆盖所有时间序列的圆周数。这样的话，时间序列的分形维，是一个在时间上规模变化的函数。

17 对于长时间序列来说，即使是使用计算机，圆的个数的计算方法也是冗长而乏味的。在第二部分，我们将研究更简明的重标极差分析方法（R/S）。

因为能够辨别过程在确定性（具有一维的直线）和随机性（具有 1.50 的分形维）之间的某些地方，所以时间序列的分形维是重要的。事实上，直线的分形维的维数可以从 1 到 2，在 $1.5<d<2$ 之间，此时，时间序列比随机游走更参差不齐，或是有更多的反向行为。毋庸置疑，不同于 1.50 分数维的统计时间序列完全不同于高斯统计（Gaussian Statistics），而且没必要限制在正态分布里。

1.7 分形市场分析

本书阐述了这样一个主题，一个能被总结为随机性和确定性之间冲突的主题。一方面，那些市场分析家们，他们认为市场确确实实是确定性的。另一方面，有一群人，他们认为市场完全是随机的。我们将发现，随机与确定二者都被恰当的限定在一个范围里是有可能的。但是，从以上这些部分的真理导出的结果完全不同于上述两家任何一方所期望的结论。

我们将会用到许许多多的不同的分析方法，然而，本书主要使用的是 R/S 分析方法，或者称为重标极差方法。R/S 分析方法能够从其他的时间序列之类别中辨别出分形，它向我们揭示了统计结构的自相似性。这个结构符合一个被称为分形市场假说的市场结构理论。我们将在本书的第 3 章里详尽地阐述。解释分形结构的两种方法将受到检验，包括具有分形分布



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的著名的ARCH（自回归条件异方差）过程族的可能的结合。这种协调直接系于局部随机和整体确定的概念。

首先，由于比较的目的，我们必须重新考察当前存在的资本市场理论（CMT）。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

18

高斯假设的失败

当面对不知起点的多维过程时，科学家通常选择具有布朗运动(Brownian Motion）的独立过程作为通用的假设。假如分析表明预测是困难的，该假设被作为真理来接受。流体的湍流以这一方式建立了模型，已有 10 年。一般来说，市场继续以这个方式被模型化。

对于数学，布朗运动有令人满意的特征。统计学能够以极大的准确性被预测，而且概率能被计算。进而，使用传统的统计学来建立被认作是机会游戏的市场假设。每一个结果独立于它前面的结果。投资于证券等同于打赌。

大部分机会游戏里，许多自由度被用来使其结果随机化。在轮盘赌里，轮子在一个方向旋转而球在相反的方向甩出，这样一来，可得到许多不重复的数字：当球被抛出时轮子的速度，球的初始速度，与轮子接触的点，最后，还有球抛出时的角度。假如你认为，它是一个与特定操作的情况完全相似的对应物，那你可就错了。球的旋转下降的非线性特征将在短时间内放大到一个完全不同的触及点的数字。结果是一个具有有限个自由度的系统，却具有内在的不可预测性。不过，每一个结果独立于前面的结果。

19 一把洗过的牌通常是典型的随机系统。大部分牌局要求熟练的决策，可是每一手的处理不同于前一手牌，“幸运通过”仅仅是幻想，或是打牌者试图在随机过程上强加的一道命令。

有一个例外情况，就是 21 点或黑 J 那类欧洲游戏。所涉及到的有关例子，包括 Baccarat 和 Chemin de fer，深受欧洲娱乐场所和 James Bond 狂

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

热分子喜爱的游戏。在黑J游戏里，每人发两张牌，目的是使这两张牌点数加起来等于或低于21点（花牌算做10）。游戏者可以要求加牌。最基本的形式是，就一副牌，玩完为止，中间可以洗牌。

数学家 Edward Thorpe 认定，以这种方式玩的牌局有“记忆”；那就是说，当前这手牌因为那些已出过的牌而依赖上一手牌（类似于不返回抽样——译者注）。记住用过的牌，当往下进行游戏时，牌手可以估计变换的概率，而且可以继续赌更有利的牌形。由于发现了这个“统计记忆”，赌场做出的反应是使用多副牌以便消除这个记忆。

这两个“机会游戏”的例子表明并非所有的赌博游戏必定在高斯统计分布的阴影之下。现在，有许多有限个自由度的不可预测的系统。而且，纵然他们在短期内具有概率意义，他们可能还具有长期记忆过程。

除了这些例外，人们通常的实践是要陈述在高斯条件（Gaussian Terms）下的所有概率。Plato 说我们的世界不是真实的世界，因为它不符合欧氏几何。我们说所有的不可预测系统必定是高斯分布的，或是独立过程。自 Plato 时期到如今，将近2500年的历史，我们都没能够改变自己欺骗自己的做法。

2.1 资本市场理论

传统的资本市场理论（CMT）很大程度上基于公平合理的机会游戏，或“鞅（Martingales）”。能以概率理论构造投机模型的洞察力可追溯至 Bachelier（1900）且延续到现在。我早期的书（Peters，1991a）精雕细刻于 CMT 的发展并一直依赖以标准差为风险的代理者这样的统计测度。这一章将不过多地重复以前那些论点，相反，它将讨论一些继续使用高斯统计模型资产价格的根本性地阐述基础理论问题。

长期以来，习惯于从投机者的角度来观察证券价格和它们的相关收益 20
——个人在某个证券上的获利能力，取决于在其他投机者这样做之前预期该证券的将来价格。这样一来，根据当前价格水平，投机者赌某种证券的当前价格是高于/低于它的将来价格而卖/买它。投机包括赌博，它使得投资成为一种赌博形式（实际上，概率论是由用筛子显示赌博冒险的直接结果而发展起来的）。Bachelier 的“投机理论”（1900）正是这么做的。Load Keynes 由于他的关于市场是由“动物精神”驱动的著名演说而继续这一观点。不久以前，诺贝尔桂冠得主 Harry Markowitz（1952，1959）用机

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

会的轮盘对他的听众解释了标准差。他这么做是为了提供风险的测度是标准差的洞察力见解，而且收益的协方差将被用来说明多样化是如何（不相关分组或负相关分组股票）减少风险（资产组合的标准差）。

布莱克－斯科尔斯（Black－Scholes）的期权定价模型以及其他均衡理论将投资等同于投机。投机理论，包括现代资产组合理论的投资理论，都不能区分短期投机者和长期投资者。为什么？

市场曾被认定是要“有效率的”；那就是，市场价格早已反映了所有的、可预测未来事件的当前信息。因此，仅仅是投机的，随机性要素能够被模型化；随着价值变化而变化的价格是不能被模型化的。假如市场收益是正态分布的白噪声，这样的话，它们在所有的投资起点都是相同的。这就是在录音机里听到的“嘶嘶”声的等价物。这种声音是与磁带的速度无关的。

留给我们这样一个理论，它假定了交易于许多投资起点的许多投资者的各个不同风貌。而风险对于每个人都一样。风险和收益，随时间在怜悯或同情的比率上增长。因此，作一个长期投资者没有丝毫优势。另外，价格的变化基本上是由投机者决定的。借助于暗示，预测在经济价格上的变化，对于投机者没有用。

对来自于经济和价格的绝大多数变化的基础证券价值变化的单一性，加强了投机者的这样一种感觉，如果不考虑投资起点的话，投资和赌博是相等的。很明显，这一态度，在保险统计员构造获得在短期收益（年收益）和风险（月收入的标准差）的偿付基金的债务的模型的共同实践中表现得最清楚。而且，外推它们超过 30 年的投资起点，这也反映了个人和中介集中于短期倾向和价格。

假如市场不能遵守随机游走的原则，那就可能是，我们或多或少地陈述了潜在于投资和投机的风险与收益。在下一节，我们将更深入地考察市场的统计特征。

2.2 市场的统计特征

总的来说，统计分析要求正态分布或熟悉的钟形的曲线。众所周知，市场收益不是正态分布——但是，这一信息并不被重视并已合理地离开（市场）多年了，理论界仍保持一个市场收益遵循随机游走的关键假设。

图 2.1 向我们展示了，从 1888 年 1 月 2 日一直到 1991 年 12 月 31 日



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

约 103 年的道·琼斯工业股票（DJ）5 日和 90 日的收益的频率分布。正态分布也被表示出来，以便与其比较。两个收益分布都被一个比正态分布在均值有更高尖峰和较胖的尾部所特征化，而且，这两个道指分布实际上是相同的形状。在 4 个标准差处向上扭结，是整体大于（或小于）4（-4）个标准差，高于（或低于）平均数。图 2.2 表明，对于两个 DJ 股票的投资起点，整体概率保留在标准差的区间之内。再者，这两个分布非常相似而并非“正态”。图 2.3 显示了 5 日收入分布和正态分布的差异。此图的尾部不单是比正态分布胖些，而是非同寻常地胖些。从平均数到 4 个标准差，我们有许多观测值，就如同我们在平均值到两个标准差之间所观察到的。而在 4 个西格玛的尾部，它们都还没有收敛到零。 22

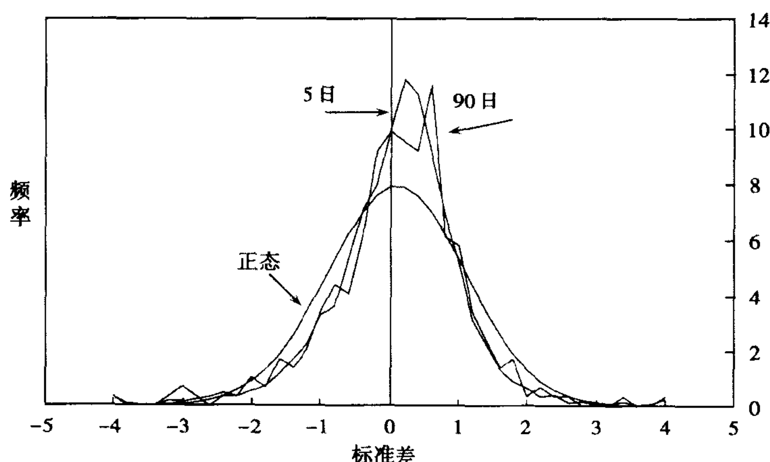


图 2.1　道·琼斯工业股票，1888～1991 年收益的频率分布

图 2.4 显示相似的不同曲线，对于（a）1 天的，（b）10 天的，（c）20天的，（d）30 天的，和（e）90 天的收入。在所有的例子当中的尾部统统胖于，而峰度统统高于正态分布。事实上，它们彼此之间看上去都非常相似。

这是什么意思呢？一个大事件发生的风险，要比正态分布所暗示的风险大得多。正态分布说明了这种可能，一个大于 3 个标准差的事件的发生的概率是 0.5%，或 1000 当中有 5。然而，图 2.2 告诉我们，事实上这一风险的可能性是 2.4%，或是 24‰。因此，大事件发生的概率几乎是正态分布提供的风险的 5 倍之大。当我们继续测量更大一些事件时，实际和理论上的裂缝早已经被人们公诸于众了。4 个标准差的事件的概率，实际上

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

是 1%，而不是 0.01%，也不是更大的 100 倍。除此之外，这一风险，在这些图表中所表示的所有投资起点中，实际上是同一的。因此，日交易者面临着 6 个西格玛数，作为投资者，在 90 天的投资时间框架与 1 天的时间框架里，他们所面临的风险是一样的。这一统计的自相似性，说明了和第 1 章所述问题的相似，我们还将在第 7 章里继续讨论它。

图 2.5 和图 2.6 表明从（1971～1990 年）日元/美元汇率的相似分布，以及美国 20 年 T 债券的收益（1979～1992 年）。胖尾不仅仅是股票市场的现象，其他资本市场表明了相似的特征。这些胖尾特征通常是由非线性随机过程产生的长期记忆系统的证据。这一非线性过程能由时变方差（ARCH），或由称作帕累托－列维（Parcto－Lcvy）的长期记忆过程所引起。适当的时候，我们将讨论这两个问题。就这一点，我们能简单扼要的说胖尾分布是非线性随机过程的表征。

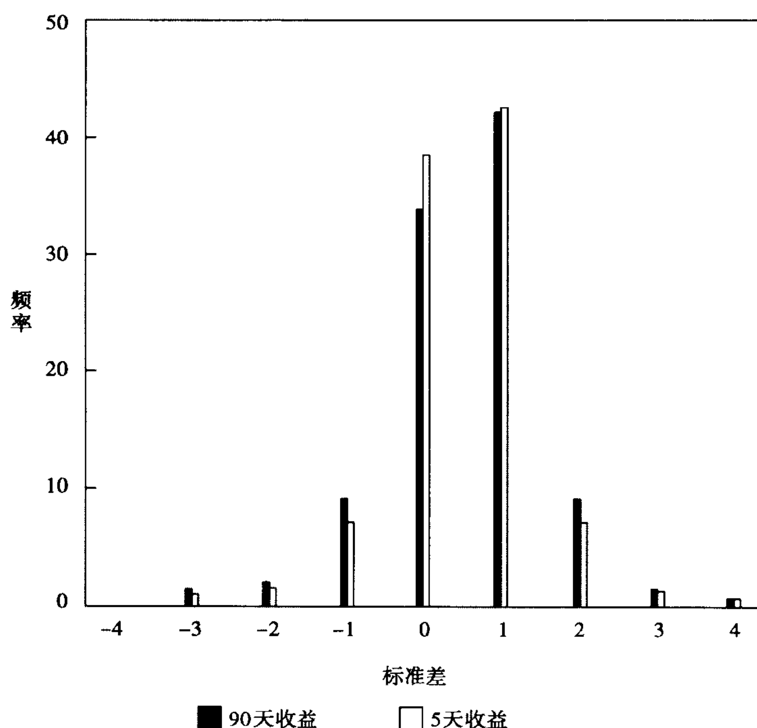


图 2.2　道·琼斯工业股票，区间内的频率

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

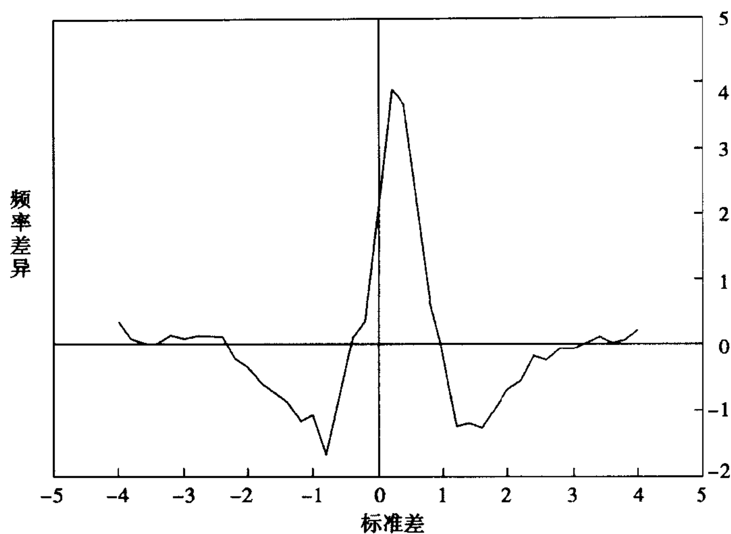


图 2.3　道·琼斯，5 日——正态频率

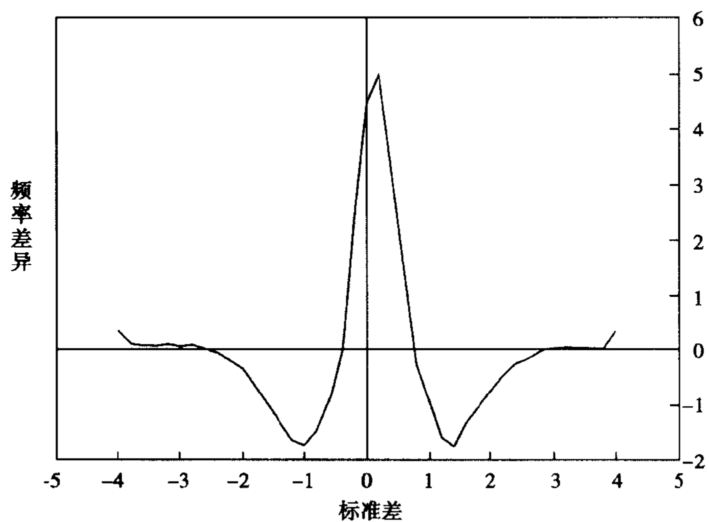


图 2.4a　道·琼斯，1 日——正态频率

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

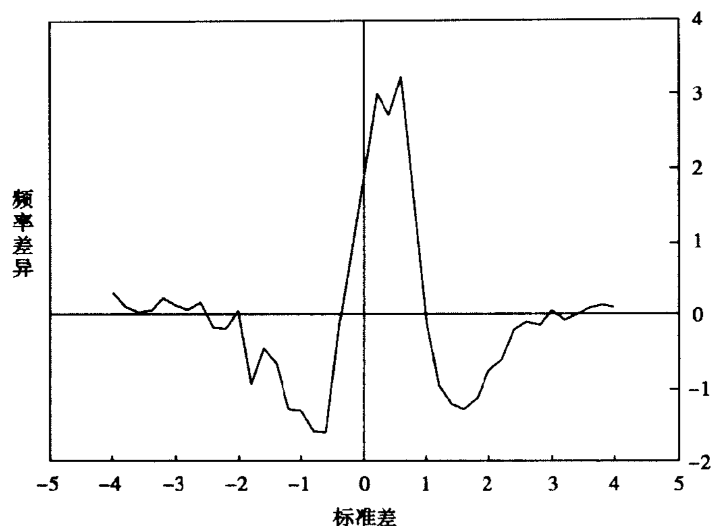


图 2.4b　道·琼斯，10 日——正态频率

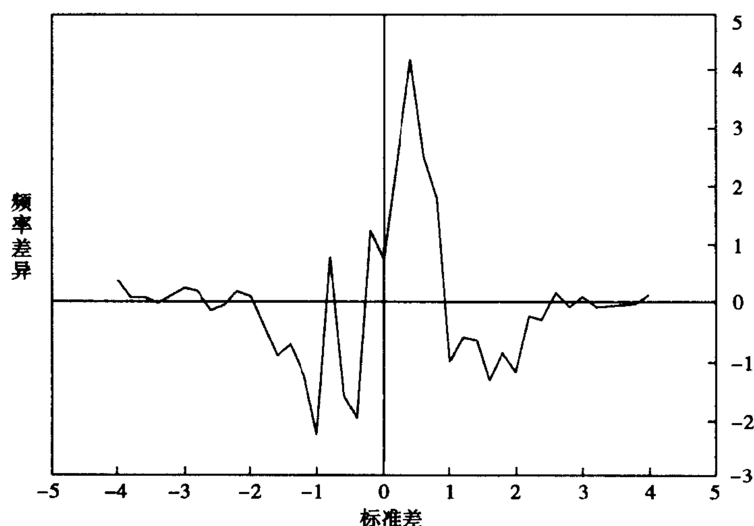


图 2.4c　道·琼斯，20 日——正态频率



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

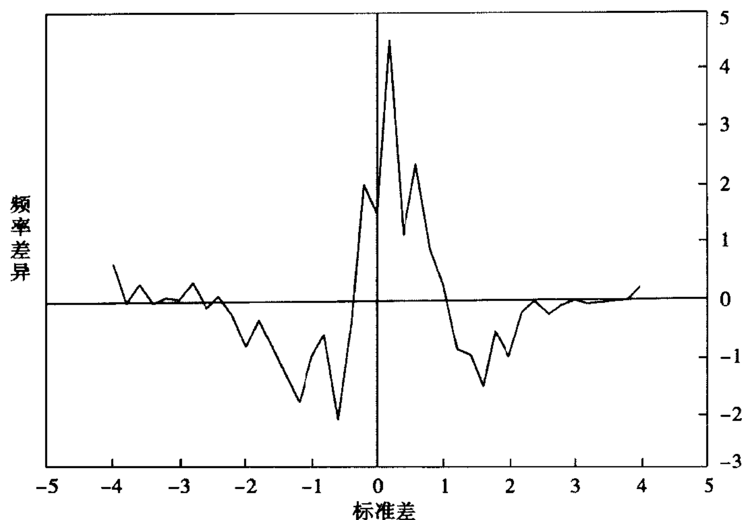


图 2.4d　道·琼斯，20 日——正态频率

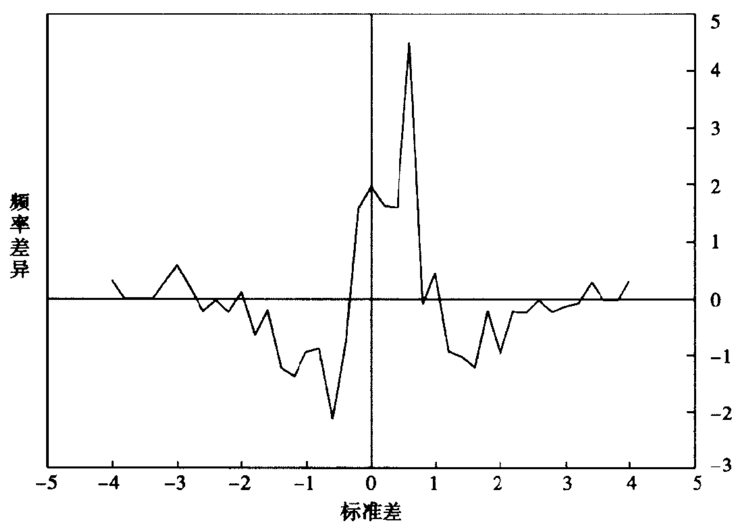


图 2.4e　道·琼斯，90 日——正态频率

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

26

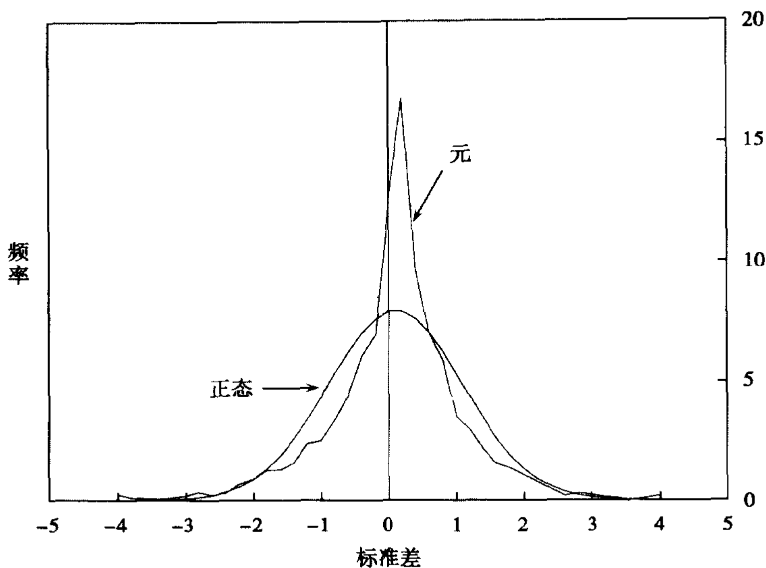


图 2.5　日元对美元的汇率，收益的频率分布：1971～1990 年

27

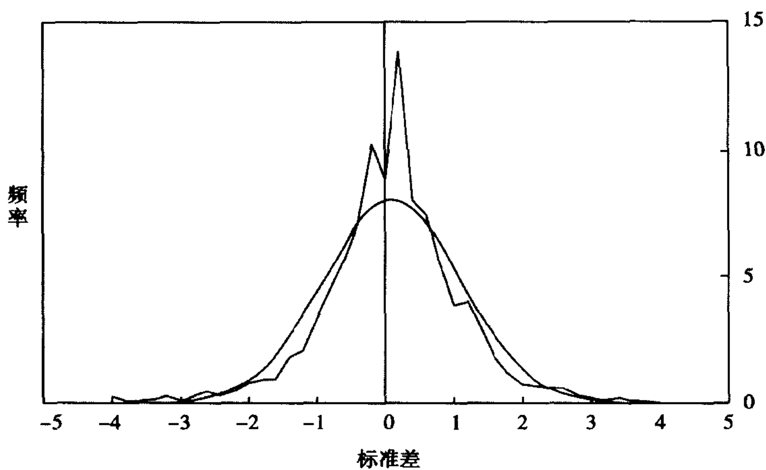


图 2.6　美国 20 年 T－债券收益，收益的频率分布：1979～1992 年

2.3　易变性的期限结构

另一个必须的、应用于正态分布基本假定包括了易变性的期限结构。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

典型地说，我们使用标准差测度易变性，而且我们假定它是根据时间的平方根而规模变化。例如，我们以乘上 12 的平方根来“年度化”每月收益的标准差。这一实践，源于 Einstein 做过的一个观察，分子在布朗运动下所覆盖的增加的距离，这是一个随着测度距离的时间平方根而增加的距离。

然而，尽管“年度化风险”的这一广泛使用的方法已经闻名于世了；但有时候，标准差规模变化，以较快的速率，快于时间的平方根。Turner 和 Weigel（1990），Shiller（1989）和 Peters（1991b）最近的实验性研究将进一步证实这一规模变化比例。滞后的白噪声，时变方差的干扰，及其他原因已被调查过了，这是为了说明这些特征，这些特征与随机游走理论 28
和有效市场假说 EMH 矛盾。

2.3.1 股票

易变性的期限结构，比那些探索者的思想更加奇怪。图 2.7 是针对 103 年逐日道·琼斯股票数据记录的时间的对数的标准差的一个对数标绘图，这个图是被平滑地分割了 103 年包括两个起点和两个终点的所有的子区间，因为，可用的子区间数，依赖于点的总数，25 000 天的区间可以被使用。收益是作为联结的区间计算的。

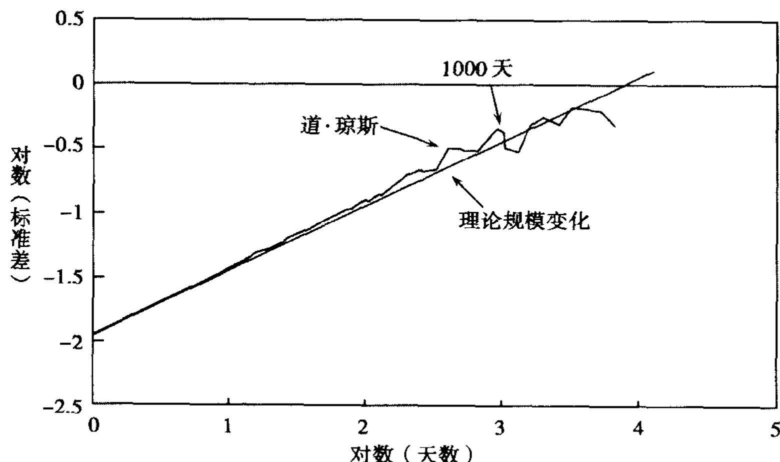


图 2.7　道·琼斯工业股票，易变性的期限结构：1888～1990 年

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 2.1 列出了这些结果。这样，我们有从 25 000 天逐天的收益到 4 个 6250 天的收益，或者是大约 28 年的收益的子区间的排列。

29 **表 2.1　　道·琼斯指数，易变性的期限结构：1888～1990 年**

天数	标准差	天数	标准差
1	0.011176	130	0.135876
2	0.016265	200	0.196948
4	0.022354	208	0.196882
5	0.025838	250	0.213792
8	0.032904	260	0.20688
10	0.037065	325	0.213301
13	0.041749	400	0.314616
16	0.048712	500	0.309865
20	0.052278	520	0.301762
25	0.058831	650	0.298672
26	0.061999	1000	0.493198
40	0.075393	1040	0.314733
50	0.087089	1300	0.293109
52	0.087857	1625	0.482494
65	0.0989	2000	0.548611
80	0.107542	2600	0.479879
100	0.125939	3250	0.660229
104	0.120654	5200	0.612204
125	0.137525	6500	0.475797

时间的平方根在图 2.7 中是以坚固的 45 度线所表示出来。易变性的确比时间的平方根以更高的比率增长。表 2.2 首先表明了直到 1000 天的回归结果（$N=<1000$ 天）。到了这一点时，标准差以时间根的 0.53 增长。比较 1000 天以后的回归结果（$N=>1000$ 天），斜率戏剧性地下落到 0.25。假如我们考虑将标准差作为风险，投资者对于少于 4 年的投资起点将招致多于由正态分布所暗示的风险。然而，投资者对大于 4 年的投资起点将招致越来越小的风险。正如我们所知道的，长期投资者比短期投资者招致较少的风险。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 2.2　　道·琼斯工业股票回归结果，易变性的期限结构：1888～1990 年

	N=<1000 天	N=>1000 天
回归结果：		
常数	－1.96757	－1.47897
标准差（估计）Y 的标准差	0.026881	0.10798
R 平方	0.996032	0.612613
观察数目	30	10
自由度	28	8
X 系数	0.534713	0.347383
系数的标准差	0.006378	0.097666

另一个方法是考察风险收益比率，即由它的发明者诺贝尔桂冠得主 30
William Sharpe 命名的夏普比率（Sharpe Ratio）。夏普比率表明，每一个单位的风险或标准差，吸收了多少收益，见表 2.3。对于少于 1000 天或不足 4 年的周期来说，夏普比率将稳定的下降；到了 1200 天，它又戏剧性地上升了。这就是说，长期投资者每一个单位的回报，大于短期投资者。

表 2.3　　道·琼斯工业股票：1888～1990 年

天数	夏普比率	天数	夏普比率
1	1.28959	130	1.13416
2	1.217665	200	0.830513
4	1.289289	208	0.864306
5	1.206357	250	0.881
8	1.190143	260	0.978488
10	1.172428	325	1.150581
13	1.201372	400	0.650904
16	1.086107	500	0.838771
20	1.178697	520	0.919799
25	1.163449	650	1.173662
26	1.0895	1000	0.66218
40	1.133486	1040	1.691087
50	1.061851	1300	2.437258
52	1.085109	1625	1.124315

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 2.3（续表）

天数	夏普比率	天数	夏普比率
65	1.070387	2000	1.070333
80	1.114178	2600	1.818561
100	1.015541	3250	1.200915
104	1.150716	5200	2.234748
125	1.064553	6500	4.624744

从统计的角度来看，易变性的期限结构，表明股票市场不是随机游走。最多它只是个随机“有界”集合，这就是说，随机游走者在掉头回家之前到底能游逛漫步地走多远？这是有一些限制的。

对有界性的最流行地解释就是，收益是均值回复（Mean Revert）。一个均值回复随机过程（Mean - reverting Stochastic Process）可能产生一个
31 有界集，但不是一个增长的夏普比率。一个均值回复过程隐含了一个零和游戏。偶尔有一个周期内的收益特别高，但也会被以后的低于平均值的收益给对冲掉。因为，收益总是有界的，所以这个夏普比率会持续不变。这样一来，收益里的均值回复，不能完全满足易变性的有界的解释。毋需多言，这个产生出来并已被观察到的易变性期限结构的过程，明显地不是高斯过程，而且也没有在正态分布里被很好地描述过。

最终，在美国股票市场，我们能够看到，短期投资者与长期投资者面临着不同的风险。“短期”现在意味着，少于 4 年的投资起点。在这个水平，我们看到收入的频率分布一直到 90 天都是自相似的。我们能够投机到这个自相似统计结构将持续逼近 4 年的投资起点，尽管如此，我们总是在得到足够的经验证据之前，就已走得很远了。在比较长的时期内，另一些事发生了。长期和短期之间的标准差的差异，将影响我们如何分析市场。我们所使用的工具依赖于我们的投资起点，这确实适合于股票市场。可是，其他市场呢？

2.3.2 债券

尽管美国的债券市场大且深，并有“高频率”信息的空缺；那就是，交易信息很难在一个月内的区间捕捉到。债券是通过柜台交易的，而且交易记录里没有兑换的记载。我所能得到的最长的时间序列，是保留在联邦



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

政府的，从 1979 年 1 月 1 日～1992 年 12 月 30 日，仅仅 14 年的数据。见图 2.8 逐日 20 年 T 债券收益。然而，我们能够明了——较少地令人信服，我们确信——债券易变性的期限结构相似于股票。表 2.4 汇总了结果。

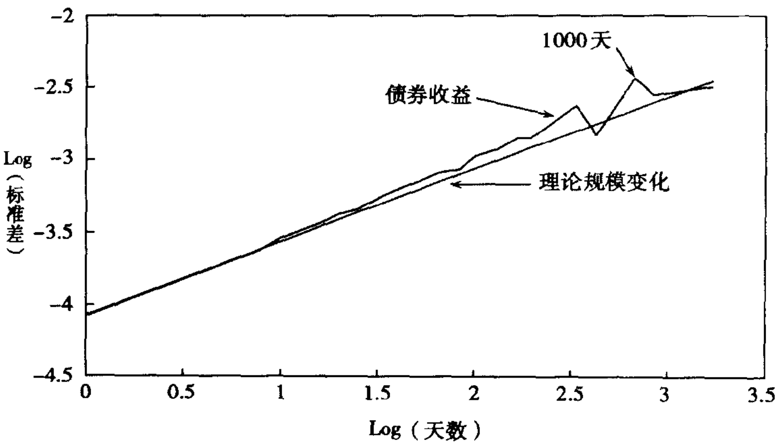


图 2.8　逐日债券收益，易变性的期限结构：1979 年 1 月 1 日～1992 年 12 月 30 日

表 2.4　长期 *T*－债券，易变性的期限结构
1978 年 1 月 1 日～1990 年 6 月 30 日

	N＝＜1000 天	N＝＞1000 天
回归结果：		
常数	－4.0891	－2.26015
标准差（估计）Y 的标准差	0.053874	0.085519
R 平方	0.985035	0.062858
观察数目	21	3
自由度	19	1
X 系数	0.548102	－0.07547
系数的标准差	0.015499	0.29141

2.3.3　通货

对于通货，我们面临同样的数据问题，直到 1972 年布雷顿森林协议，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

汇率不是飘浮不定的，它们被各自的政府所固定。从 1973 年起，我们有大量的、多种多样的、活生生的交易汇率。

在图 2.5 里我们看到了日元和美元的汇率有我们现在熟悉的胖尾分布。图 2.9a～c 表明，马克/美元，英镑/美元，以及日元/英镑的汇率有相似的频率分布。在所有的情况下，我们有形状相似的分布。事实上，通货收益的频率分布比美国股票和债券市场有较高的峰值和较胖的尾。

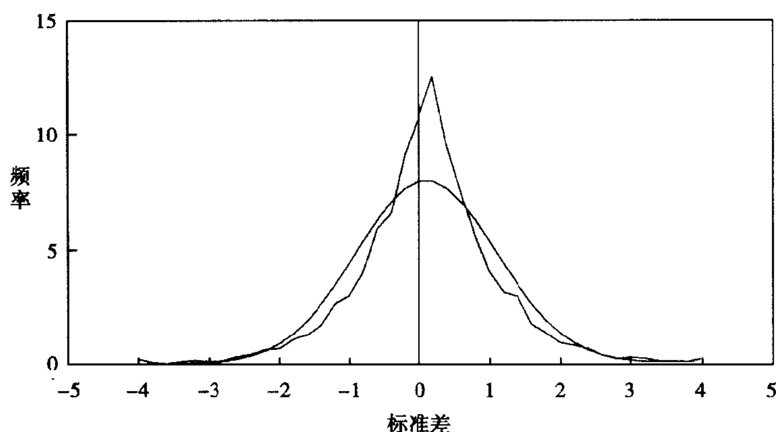


图 2.9a　马克/美元，收益的频率分布

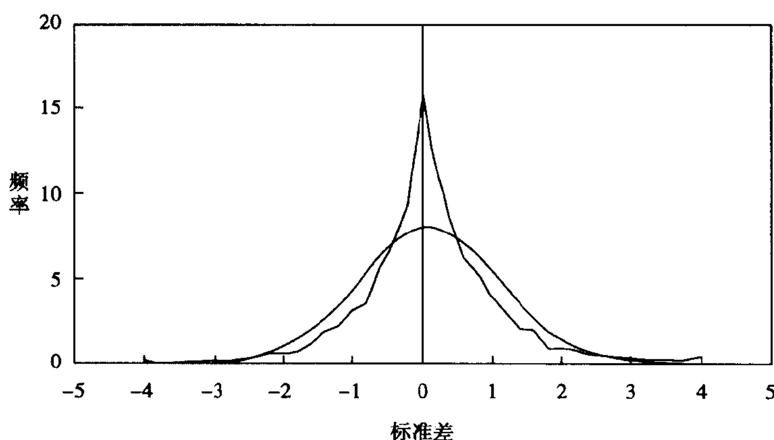


图 2.9b　英镑/美元，收益的频率分布



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

34

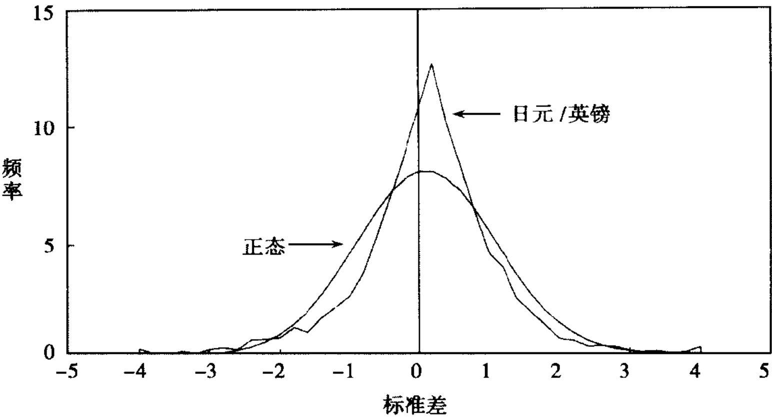


图 2.9c　日元/英镑，收益的频率分布

图 2.10a～c 表明了三种汇率易变性的期限结构，而表 2.5 表明了 Log/Log 回归结果。在上述所有的情况中，斜率－标准差的规模变化，以快于美国的股票和债券市场的速率而增加，而且它们是没有边界的。

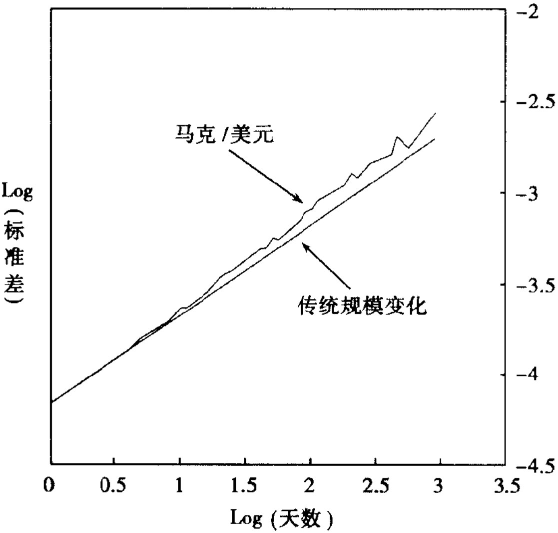


图 2.10a　马克/美元汇率，易变性的期限结构

考查美国股票和债券市场在这一区间是否保持边界，我们在图 2.7 中检查易变性的期限结构。它保持了边界。表2.5也包括了这些结果。因 33

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

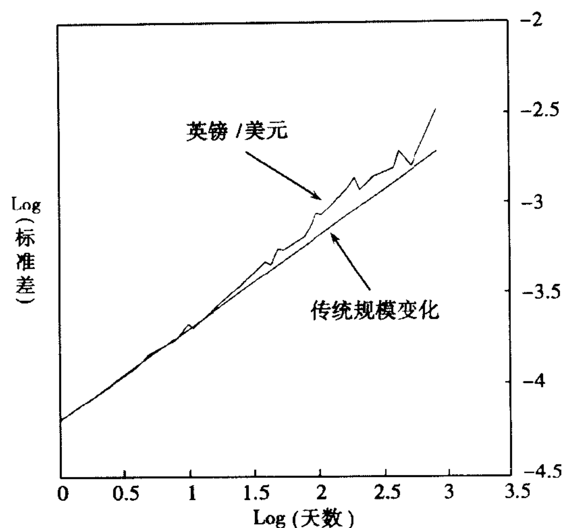


图 2.10b 英镑/美元汇率，易变性的期限结构

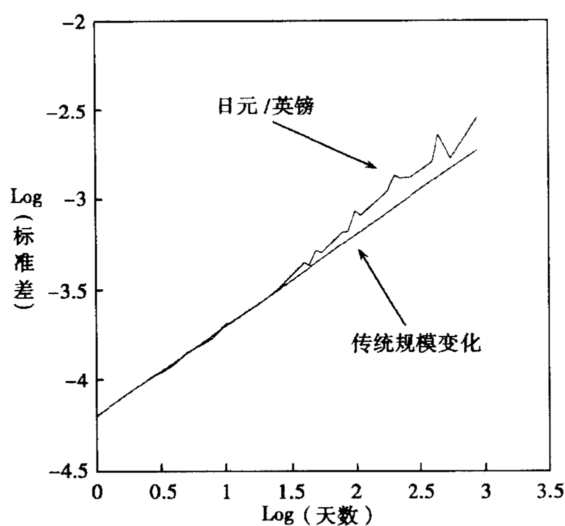


图 2.10c 日元/英镑汇率，易变性的期限结构

此，或许通货比股票有较长的有界区间，或许它们没有界。后者将暗示，汇率风险在快于正态分布的速率上增长，而且增长决不会停止。因此，通货的长期持有者，面临永远增长的风险水平，将其作为他们的投资起点范围。与股票和债券市场不同的是，通货在购买和持有战略上提出一个无投



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

资激励。

表 2.5　　通货汇率，易变性的期限结构 36

	马克/美元	英镑/美元	日元/英镑
回归结果：			
常数	-4.19741	-4.22978	-4.25958
标准差（估计）Y 的标准差	0.023194	0.040975	0.042455
R 平方	0.99712	0.991569	0.991174
观察数目	27	27	27
自由度	25	25	25
X 系数	0.548986	0.565224	0.572267
系数的标准差	0.0059	0.010424	0.0108

在短期内，股票、债券和通货投机者面临相似的风险。可是，在长期 37
内，股票和债券投资者面临的是降低了的风险。

2.4 有界集

对股票和债券有界性的显露，不涉及通货。这点，起先看起来有些使人迷惑不解：为什么通货是一个不同于股票和债券的证券类型？这个问题保留有它自己的答案。

在数学里，当假定被不经心地忘掉时，悖论发生。通常的错误是，可能分割一个零当作一个值的变量。在上段的问题里，把通货称为证券。通货是被交易的实体，而不是证券，它们没有投资价值。一个人从通货中得到收入，仅仅是由于他得到了投机于相对应于另外一种通货的价值。通货是因此而成为纯粹投机媒介的等价物，此等价物通常等同于股票和债券。股票和债券是不同的，他们确实具备投资价值。债券给你挣来利息，而股票的价值系于通过经济活动所得的价值的增长。集中的股票市场系于集中的经济。

通货并不系于经济的循环。在 20 世纪 50 年代和 60 年代，我们有扩张的经济和坚挺的美元。在 20 世纪 80 年代，我们有扩张的经济和疲软的美元。通货并没有必须涉及到经济活动的“基础性”价值，尽管它可能联系于像利息率一样的经济变量。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

为什么股票和债券是有界集合？均值回复随机过程是有界性的一个可能的说明，可是它不能解释较快增长的标准差。有界和快速增长的标准差通常是由具有周期循环和非周期循环的决定性系统所导致的。

图 2.11 表明了易变性的期限结构为一个简单的 Sine 波。我们能够清楚地看到系统的边界和较快增长的标准差。可是我们知道股票和债券市场是没有周期的。Granger（1964）和其他人实施了一个加强的谱分析并且没有发现周期解的证据。

可是，Peters（1991b），Cheng 和 Tong（1992）发现了典型的由“混沌”或非线性动态系统所产生的非周期循环的证据。

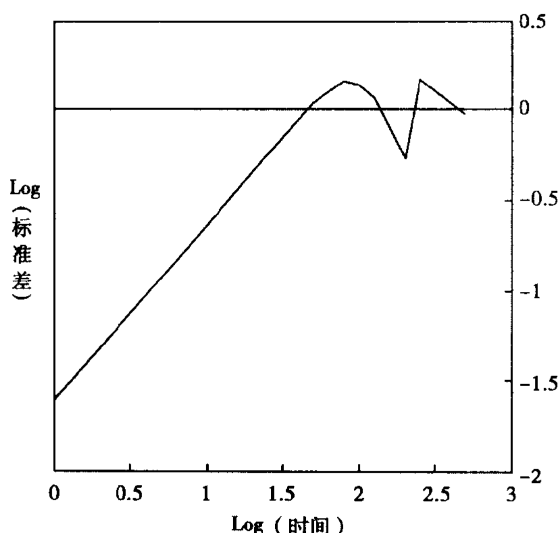


图 2.11　正弦波，易变性的期限结构

在这一点，我可以看到，作为它们的频率分布和它们的易变性的期限结构的证据，在短期内，股票、债券和通货是非线性随机过程的可能。因此，股票和债券表现了长期决定论的迹象。再一次，我们看到了局部的随机性和整体的决定性。

2.5 小　　结

在本书里，我们将考察在独立过程、非线性随机过程和非线性确定过程之间区分它们的技术，并且将探讨这些区别如何影响我们的投资战略和



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

我们的建模能力。这些战略和建模能力紧密地联系到资产类型和我们的投资起点。

我们已经看到了股票和证券在短期是非线性随机的和长期内是决定论的证据。通货在所有的投资起点，显示出非线性随机的特点。投资者对前者有更大的兴趣。交易者在短期内将忙于三种媒介。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

39

分形市场假说

我们在前几章已经看到，资本市场并不能被正态分布和随机游走理论很好地描述。而有效市场假说（Efficient Market Hypothesis，EMH）作为市场如何运行继续是统治性的范例。Myron Scholes（布莱克－斯科尔斯的期权定价公式的合作者之一）在《纽约观察员》（*The New York Observer*）杂志上说“它不足以恰当的评论”。因为如此，在这一章，我提供关于市场结构的另一种理论。

有效市场假说（EMH）在我的较早的著作（Peters，1991b）已详尽陈述过。但是，为了提供一种选择，有效市场假说的简单扼要的回顾是必需的。回顾之后，我们将返回基础理论：为什么市场存在？参加者对于市场的预期和要求是什么？从那里我们将系统地提出分形市场假说（Fractal Market Hypothesis，FMH)。分形市场假说是有效市场假说的替换物，它不仅仅是资产定价模型（CAPM）的替换物；因为它是依据有效市场理论而来，资产定价模型也需要替换。毋庸置疑，即使不依据分形市场假说，这样的替换也将会发展起来。

对于分形市场分析，分形市场假说给出了一个经济和数学的结构。通过分形市场假说，我们能够理解为什么自相似性统计结构存在，以及风险是如何固有的分布于投资者之间。

3.1 再访有效市场理论

40 有效市场假说试图说明市场的统计结构。在有效市场假说中，理论紧跟

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

在统计结构之后。Bachelicr（1990）第一次提出市场遵循随机游走，而且能够被标准的概率微积分模型化。然而他几乎没有提出实验以证明如此情况。随后，很多数学家相信，股票市场价格是一个时间序列，而且只要市场完成了某种约束性的必要条件，它们就能够被概率微积分模型化。这个方法具有提供大量实体工具作研究的优势。不过，在数学界有一个分支，它是关于统计学（它基本处理抽样问题和质量控制）是否能被应用于时间序列的分支。

最严格的必要条件是观察值必须独立，或至少必须具有短期记忆；那就是说，当前价格的变化，不能参考以前的变化。如产生这一变化，仅有价格的变化是一个随机游走，而且，若要估计将来的价格，最好以当前价格作参数。这个过程将是一个"鞅"或是一公平游戏［有效市场假说的详细发展史能够在 Peters 的著作（1991a）中找到］。随机游走模型讲过，将来价格的变化不能从过去的价格变化中推演出来。它没提到过外生信息——经济或基础信息。这样的话，随机游走理论基本上着重于技术分析。有效市场理论，由于此说而向前跨进了一步，在它的部分强（半强）形式里，当前价格反映了所有公共信息——所有过去的价格、出版的报告以及经济新闻——因为基础性的分析。当前价格反映这一信息，因为所有的投资者相等的而且是理性的评价这些信息。他们可能集中智慧，有根据地评价证券。这样，投资者从整体上说，不可能从市场上获利，因为市场被有效评价的证券在价格上反映了所有的已知信息。

假如有充分的经验证据来判断有效市场假说，那么，它的发展遵循下列科学理性：

- 某种行为和结构在系统和过程里是第一次被观察到。
- 理论被发展，以适应已知的事实。
- 当新的事实已知时，理论被修改或修正。

在有效市场，这一理论已经发展到公正地判断统计工具的使用，而统计工具要求独立性，最好是一极短期的记忆。这个理论，随着各式各样被人们观察到的行为，经常不断地变化。例如，根据 EMH，价格变化的频率应是由正态分布精确地预测了的。我们在第 2 章里已讲过，事实上并非如此。所有被用正态曲线来拟合的这些分布的频率，会有太多的大幅度的上下的变化。这样一来，大幅度的变化被标上特殊事件，或是异常现象，而被置于频率分布之外。当频率把大的变化筛选出去而后再被正态化时， 41

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

正态分布是它必然的结果。价格变化被标上“正态逼近”。那它就选择了正态分布，像稳定帕累托分布那样，尽管它们拟合未加修改的观测值，它们还是被拒绝了。为什么？标准差分析不适用于那些分布。

有效市场理论已经发展了，并且使得数学环境比较容易了，它还是一个真实的、把车放在马前边的科学例子。我们必须发展适合被观察到的事实的市场假说，进而解释市场为什么存在，缘何而起。

3.2 稳定市场与有效市场

纽约证券交易所起始于一群在纽约市著名的悬铃木树下逐利的交易者。他们具有一个共同的基本需要：流动性。他们预想一个地方，在那里，假如他们当中有人想买卖的话，他们能够碰见和发现买主和卖主。他们期望这些交易能带给他们一个好价格，而且有时候还就有人拿到了他所能拿到的一切。他们需要充分的流动性，以便使具有各种投资起点的投资者，无差异地、不记名地彼此投资。在过去两个世纪里，技术进步已使大宗股票交易变得较易了；不管他们的投资起点如何，买卖双方被匹配在一个有效的、快速的方式里。具有 15 分钟投资起点的日交易者，能够有效的同具有一个月或更长投资起点的机构投资者进行交易。证券交易规则保护投资者免被欺诈，除此之外，不曾有其他的、人们尝试过的任何方法可以使得交易“公正”。想买大宗不频繁交易的股票的买主，必须为此先支付佣金。想把股票以低报价卖到市场上的卖主，将卖出一个低于他们想要的价格。技术恰好能够确保交易者发现买主或卖主。可是，没有一个已协议好的机制能确定什么是公平的价格。资金持有者的供给和需求体系，被人们严格地遵守。

对于市场，投资者要求流动性。流动性将确保：

1. 投资者所得到的价格是一个接近市场认为公平的价格；
2. 具有不同投资起点的投资者能够有效地彼此交易；
3. 当供给和需求变得不平衡时，不会有恐慌或混乱局面。

流动性不同于交易量。当流动性低而交易量高时，最大的塌台事件就会发生。作为低流动性的另外一个名称是不均衡交易量。

关于流动性，有效市场假说什么也没说。它说过，无论流动性存在与



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

否，价格总是公平的。或者说，总有足够的流动性。当流动性消失时，有效市场假说不能解释塌台和混乱，对于在任何价格（Cost）完成交易的投资者来说，得到一个“公平”价格或许是不重要的。

稳定的市场不同于“有效的市场”，正如有效市场假说所定义的。稳定的市场是一个流动的市场。如果市场是流动的，那么，价格就可以被认为接近“公平”。然而，市场却不总是流动的。当缺少流动性时，在交易状态的投资者会急于接收他们所能够接受的任何价格，不管公平与否。

3.3 流动性的来源

假如所有的信息对投资者都有同样的影响，就不会存在流动性了。因为当投资者收到信息时，他们总是都要做同样的交易，并想得到同样的价格。然而，投资者却不是同质性的（Homogeneous）。有些投资者每天必须交易，每交易必须产生利益；有些交易者却一直交易以对付那些不久以后或许用不着再付的债务；另一些交易者则定下极高的获利点；还有些交易者是高度资产化了的。事实上，信息的重要性，在很大程度上是由投资者的投资水平来决定的。

我们来看一个典型的日交易者的例子，他有 5 分钟的投资起点，而且在市场中当时是作多头。1992 年的 5 分钟价格的平均变化为 −0.00284%，且具有一个 0.05976%的标准差。假如，由于技术上的原因，对于把 5 分钟作为起点的投资者来说，下跌了 6 个标准差，且发生在 5 分钟投资起点之内，或下跌了 0.359%。假如下跌持续下去，我们的 5 分钟日交易者将出局。可是，一个机构交易者——例如一具有周交易起点的偿付基金，可能会考虑这种情况降低了买进机会。这是因为，在过去 10 年里的周收益，具有 2.37%的标准差，平均数值达到 0.22%。除此之外，技术性的下跌并没改变周交易者对前景的期盼，他们不仅盯着较长时间的技术信息，他们还盯着基础的信息。这样一来，日交易者的 6 西格玛事件，对于周交易者来说就是 0.15 西格玛事件，或是无大交易。周交易者涉足其间买进，制造了流动性。这一流动性反过来巩固了市场。

在市场中交易的所有投资者，具有不同的投资起点。我们也能够这样 43
说，信息对于各个具有不同投资起点的人们来说，其重要性也各不同。如此说来，流动性的源泉，就是具有不同投资起点的投资者、不同的信息集以及接下来不同的“公平价格”的概念。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

3.4 信息集与投资起点

在每一个交易场所，那些日交易者使用的全部工具事实是技术性的。尽管那里可能有新闻性服务，给他们提供收入公告、有水分的证券分析家报告，图形是最重要的工具。一个资产组合经营者可能有技术性的和基础性的信息，但是，比率将被颠倒。虽然在交易过程中，技术性分析可能会用得着，但正常情况下的买卖决策，将依据基础信息进行。

在这两个简单化的形式之外还有例外情形，但我相信，大多数参与者会发现，他们所做的离实际情况非常接近。短期交易者基本上遵循技术分析。较长期的投资者可能更喜欢遵循基础信息。（当然了，有许多资产组合管理者具有短期投资起点的行为。）只要这些模式被认为是真实的，“公平合理”的股票价格就以不同的两方面认同：

1. 对于日交易者，假如他们卖出，一天交易中的标准分就是高的，或者，这天他们如果买进，就是低的。无论这价格与其内在价值有无关系，它都是一个争论未决的焦点。
2. 对于长期投资者，和一天的高点或低点相比，实际上的买卖价格就变得不太重要了。这点不是不重要，但如果股票已持有了 6 个月，a + 31百分比收益还会被认为是像 + 32 百分比一样可接受的。可是无论如何，1%的不同，对日交易者来说却是非常明显的。

流动性也依赖于在市场中流传的信息的类别，并依赖于哪一个投资起点的人会发现它的重要性。

3.5 再访市场的统计特性

在第 2 章中，我们讨论了一些市场的统计特性。对于股票、证券，以
44 及通货，我们发现，收益的频率分布是一个胖尾的高陡峰分布，它存在于许多不同的投资起点中。表 3.1 显示了 5 分钟、30 分钟、60 分钟 1989～1990 年的收益数据。拿这些数据来同第 2 章里显示的频繁分布作一比较，我们发现，它们之间的不同微乎其微，它们是典型的非正态分布的。一个新的市场假说，将说明这个被观察了的市场特征。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 3.1　日际收益频率分布：（%）

标准差		1989～1990 年 60 分钟	1989～1990 年 30 分钟	1989 年 5 分钟	1990 年 5 分钟
小于	-4.00	0.40%	0.37%	0.52%	0.47%
	-3.80	0.05	0.11	0.08	0.08
	-3.60	0.00	0.05	0.11	0.08
	-3.40	0.05	0.15	0.15	0.09
	-3.20	0.10	0.12	0.12	0.15
	-3.00	0.07	0.16	0.17	0.13
	-2.80	0.10	0.27	0.18	0.20
	-2.60	0.25	0.13	0.23	0.23
	-2.40	0.50	0.30	0.35	0.28
	-2.20	0.69	0.41	0.48	0.35
	-2.00	0.79	0.46	0.51	0.41
	-1.80	0.89	0.66	0.65	0.58
	-1.60	0.87	0.94	0.76	0.67
	-1.40	1.46	1.18	0.89	0.78
	-1.20	1.61	1.75	1.21	0.99
	-1.00	2.70	2.27	1.34	1.62
	-0.80	3.05	3.21	2.27	2.16
	-0.60	4.61	4.30	3.60	3.85
	-0.40	6.49	7.19	6.71	7.15
	-0.20	8.45	9.18	11.75	13.77
	0.00	16.11	15.22	16.44	19.58
	0.20	13.28	15.14	19.92	16.26
	0.40	9.52	9.57	10.80	10.60
	0.60	7.78	8.37	6.28	6.04
	0.80	5.63	5.25	3.65	3.00
	1.00	4.61	4.08	2.52	2.13
	1.20	3.02	2.48	1.86	1.42
	1.40	1.81	1.63	1.25	1.43
	1.60	1.16	1.39	1.00	1.18
	1.80	0.99	0.86	0.82	0.95
	2.00	0.82	0.73	0.67	0.65
	2.20	0.57	0.58	0.50	0.47
	2.40	0.55	0.36	0.43	0.45
	2.60	0.35	0.27	0.26	0.32
	2.80	0.12	0.20	0.31	0.28
	3.00	0.17	0.17	0.20	0.22
	3.20	0.05	0.12	0.15	0.24
	3.40	0.07	0.07	0.13	0.15
	3.60	0.05	0.08	0.12	0.14
	3.80	0.05	0.01	0.06	0.08
大于	4.00	0.15	0.20	0.53	0.47

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

我们在第2章中观察到的另外一个特性包括易变性的期限结构。收益的标准差，以快于时间的平方根的比率增加。对于股票和证券，易变性的期限结构是有界的；对于通货，它没有界。我们还必须说明，为什么标准的高斯统计有些时候似乎还表现得不错，而大多数情况下则表现不佳。这就是众所周知的时断时续的相关特征和易变性高度的不稳定。除此而外，资产定价模型的β通常是稳定的，但也不总是如此。混淆了针对有效市场假说所进行的争论，事实上是——人们发现那个时间周期能够支持争论的双方。当市场被认为是“稳定的”，有效市场假说和资产定价模型似乎运行的很好。可是，在恐慌和混乱期间，那些模型像物理学的“奇点”一样崩溃了。这不是所预期的，因为有效市场假说和资产定价模型是均衡模型。他们不能处理通向混乱的转变。新的市场假设需有能够解释这个被交易的市场的奇异特性的能力。

3.6 分形市场假说

分形市场假说强调了流动性的影响以及基于投资者行为之上的投资起点。为使这个假说尽量一般化，对交易过程将不考虑统计要求。我们将它们留在后几章讲。分形市场假说的目的是给予一个符合我们观察的投资者行为和市场价格运动的模型。

市场的存在，向交易者提供了一个稳定性和流动性环境。投资者总希望得到一个好价格，可是在经济意义上，它未必是一个“公平”的价格。例如，短期的补进很少在公平的价格上发生。当有许多投资者参与并具有许多个投资起点时市场保持稳定性。当一个5分钟交易者遭受6西格玛事件时，一个具有较长投资起点的投资者必定跟进，从而稳定了市场。投资者之所以愿意这么做，是因为，在他或她的投资起点内，5分钟交易者的6西格玛事件是平常的事。只要另外一个投资者在危机中有长于这个投资者的投资起点，市场将稳定它自身。基于这一点，投资者必定分担了相同的风险水平（一旦对于投资起点的规模变化作一个调整），而且他们分担的风险解释了为什么收益的频率分布在不同的投资起点看起来是相同的。由于自相似性的统计结构，我们称这个提议为分形市场假说。

46 当分形结构崩溃时市场变得不稳定。当具有长期投资起点的投资者或者在市场停止参与或者他们自己成为短期投资者时崩溃发生。当投资者感到，他们用来进行市场评价的基础——较长期的基本信息——不再重要或

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

不可信赖时，崩溃就会发生。经济周期或政治危机，当长期展望变得高度的不确定时，是最能说明这些崩溃事件的。

这一不稳定的类型不同于熊市。熊市是依赖正在下降的基础评价。不稳定性是由短期易变性的极高水平来表现的。最终的结果可能是一个实质性的下跌，或是一个实质性的攀升，或是对于起动的一个价格等价物——这些都发生在一个极短的时间内。并且，前两个结果似乎比后者更常见。

一个例子是 1963 年 11 月 22 日 Kennedy（肯尼迪）总统被刺杀时的市场反应。国家领袖人物的突然死亡传进市场引起一片混乱；他的死亡对于国家的长期战略前景有不确定的影响。我的看法是，在那一天，长期投资者或者没有参与交易，或因恐慌而成为短期投资者。一旦基础信息失去价值，这些长期投资者将缩短他们的投资起点并开始在无法遏制的、消极的技术动态上交易。直到总统的葬礼结束之后市场才重新开业，这时，投资者能够较好的判断总统之死在经济、长期评价所得收益和市场稳定性上的影响。

先于 1987 年 10 月 19 日的崩溃之前，依据高评价和联邦政府的货币紧缩政策，长期投资者开始集中注意市场的长期远景上。作为一个结果，他们开始卖出他们持有的权益。崩塌完全被具有极短期的投资起点的投资者所统治。长期投资者或无事可做（其意味着他们需要较低的价格以证明其行为），或者他们自己变成短期交易者，亦如 Kennedy 被刺那天所做。两个行为都可能发生。短期信息（或技术信息）笼罩着 1987 年 10 月 19 日的崩溃。作为一个结果，市场达到不稳定的新高度而且直到长期投资者 17
在接下来的日子里跟进并购买，市场才又达到稳定。

再近一些的政治事件有，1990 年 1 月 19 日迫在眉睫的海湾战争导致了典型的市场滚动滑车状态。国务卿 James Baker 会见伊拉克外交部长 Tarik Aziz，讨论伊拉克对于盟国的最后通牒的反应。迫近的战争，使得投资者集聚于短期；他们有证据确信在如此不确定的环境下，基础信息失去作用。作为结果，市场在谣言和无效的投机中交易。当两位政治家因为胶着状态超过预期而会面，因为预期谈判解决在即，道·琼斯指数飙升 40 点，当会谈最终破裂，无果而终时，市场骤然跌落 39 点。在市场中出现了如此大的摇摆，它并没有什么基础性的理由。投资者被短期操纵，或者长期投资者不参与，两种情况并存，市场失去流动性而变得不稳定。

因为是一个稳定结构，所以统计分形结构存在。它更像在第 1 章中讨论的肺的分形结构。就肺而言，每一个枝节的直径依幂法则而减少。然而，在每一枝节内，有一个实际的直径的范围。这些直径的范围因为每一

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

枝节依赖前一枝节而存在。倘若一节是畸形，且每一枝节是相同的，整个肺就变成畸形。在分形结构里假如一段是畸形，所有的直径的统计分布由于畸形的分枝而组成。在市场中，对于不同投资起点，统计分布的范围履行了同样的作用。只要具有不同投资起点的投资者参与市场交易，那么，在一个投资起点的恐慌就能够被其他投资起点作为买（卖）机会而吸收。所以，假如整个市场具有相同的投资起点，它将因流动性缺乏而呈现恐慌。

当投资起点成为同一的时候，市场成为“自由落体”；那就是，在价格序列呈现不连续性。在高斯环境下，大的变化是许多小变化的总和。因此，在恐慌和混乱期间，市场通常跳过价格。间断导致大的变化，而且胖尾呈现在收益频率分布中。再者，这些间断点是由于市场参与者的同一投资起点的出现而导致的流动性缺乏的结果。

作为一些大事件存在的另一种解释，假如由市场所接收到的信息对于
48 长期和短期起点是一样重要的，那么，流动性就可能受到影响。例如，1993 年 4 月 1 日，Phillip Morris 宣布万宝路香烟降价。这当然降低了公司的远期前景展望，而且股票据此明显下降。股票在 48 美元开盘，低于昨天收市时的 55.1 美元。可是在开盘前 CNBC 的技术分析，电报财务新闻网络，曾说股票下一个支持水平是 55 美元。Phillip Morris 所云为 49.5 美元。这个 49.5 美元可能就是 Phillip Morris 的“公平”价格，而恰恰此时技术人员好像在稳定市场。

当市场完成了这一稳定的统计结构时，市场动态的和动力的变化就如同扩大了投资起点的范围。投资起点越短，技术因素、交易活动以及形成流动性就越重要。投资者相互追寻这一趋势，群体行为能左右局面。随着投资起点的增加，技术性因素逐步的让位于基础的和经济的因素。价格作为这个结果，反映了这一关系，而且，价格会随着收入预期的升降而升降。收入一般随时间逐步上升。假如在经济方向上感觉有变化，收入预期也能迅速反转。假如市场同经济循环没有关系，或这一关系很弱，这样一来，交易活动和流动性继续显出它们的重要性，即便在长期投资起点也是如此。

假如市场在很长时间里系于经济的增长，这样风险将因经济循环占主导而随之下降。经济活动的易变性小于交易活动，它将使得长期股票收益的易变性也变小。这一关系将导致方差有界。

经济资本市场，就像股票和债券，附加于可能是确定性的长期经济循

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

环，具有较短期的分形统计结构。通货仅仅是在交易市场，具有分形统计结构。

最终，信息自身对于价格也不是惟一的影响，相反，信息可能被不同的投资起点不同的吸收消化（见仁见智的问题）。技术重组（股票的价格止跌）对于长期投资者仅仅是慢慢地变得明显和重要，同样，经济因素将改变预期。当长期投资者改变他们的评价而开始交易，技术倾向显示和影响短期投资者。因为在公平价格上有一般的约定俗成，在短期，价格变化可被认为是某种程度的噪音，被认为是环绕公平价格的可接受带，是一个比较大的总收入要素。较长的投资起点，有更多的时间消化信息，而且对合适的价格有更多的一致意见。作为结果，投资起点越长，时间序列越光滑。

3.7 小　结

49

分形市场假说提出下列几点：

1. 当覆盖大量投资起点的投资者共存时，市场是稳定的。这确保了对于交易者存在充分流动性。
2. 信息集在短期内比在长期内更多地涉及到市场敏感性和技术性。只要投资起点存在，较长期的基础信息就占主导地位。这样，价格变化，仅仅对于那个投资起点可能反映信息的重要性。
3. 假如一个事件发生，使得基础信息的正确性发生问题，长期投资者在市场可能停止交易，或开始依照短期信息集交易。当市场的所有投资起点收缩为一个水平，市场就开始变得不稳定。长期投资者不再对短期投资者提供流动性以稳定市场。
4. 价格反映了短期技术交易和长期基础评价的结合。这样一来，短期价格变化似乎比长期价格变化更具易变性，或者更具有一定程度的噪音。市场的基础倾向是依据经济环境的变化，所预期的收益变化的反映。短期倾向更像是群体（Crowd）行为的结果。没有理由相信短期倾向的长度涉及长期经济倾向。
5. 假如证券与经济循环无关的话，那么，就不会有长期倾向。交易、流动性和短期信息将占主导地位。

不同于有效市场假说 EMH，分形市场假说 FMH 认为，信息依其投资者的投资起点而被评价。因为不同的投资起点对信息的估价是不同的，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

信息的传播也是参差不齐的。价格不可能每一次都反映所有可适合的信息，而只反映对投资起点重要的信息。

FMH 多亏了 Vaga（1991）的协同市场理论（Coherent Market Hypothesis）和 Larrain（1991）的 K－Z 模型（K－Z Model）。在我的上一本书里，曾铺开讨论过上述这些模型。同 CMH 一样，FMH 基于同一前提，即市场假定不同的状态并能在稳定与不稳定的状态下变换。就像 K－Z 模型，FMH 发现了混沌方式的发生，当投资者对长期基础性信息失去信心
50 时。在许多方面，FMH 通过使用投资起点连结了这两个模型；当体制发生变化，它就特征化了，并且，当基础信息失去它的价值时，市场就变得不稳定。关键是，当它没有特征性时间规模变化或投资起点时，FMH 就可以称市场是稳定的。当市场失去它的分性结构并且假定有惟一恰好的投资起点时，不稳定性发生。

在这一章，我勾勒了一个市场结构的新观念。不幸的是，大部分标准的市场分析都假定市场过程基本上是随机的。因为要检验 EMH，这一假设几乎没有引起任何问题。对于 FMH，虽然许多标准检验失效。这并不是说这些检验无用。使用标准方法论的大量研究已经使这一点非常明确，指出在 EMH 和已观察到的市场行为之间不一致。然而、新方法论也必须因势利导利用 FMH 刻画了的市场结构。许多方法论已被发展到完成了这一结果。在第二篇中，我们将检测一个这样的方法论：R/S 分析。我对 R/S 分析所作的强调，并没假定要排除其他方法。我的目的是表明这是一个时间序列分析的稳健形式，并且成为分析家手中的工具之一。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第 II 篇

分形的(R/S)分析

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

4

53

测度记忆——赫斯特过程与 R/S 分析

标准的统计分析源于一个假定，即系统基本是在随机情况下研究的；亦即产生时间序列的因果过程有许多组成部分或自由度，而且那些组成部分的相互关系是如此复杂以至于确定性的说明是不可能的。只有概率论能帮助我们理解和利用这一过程。基本的哲学暗示随机性和确定性不能共存。在第 1 章，我们讨论了非线性随机和确定性的系统，随机性和确定性联系在一起的，诸如混沌游戏这样的系统。遗憾的是，正如我们在第 2 章中所见，这些系统是不能很好的被标准的高斯统计所描述。到目前为止，我们在逐一个案的基础上运用数字的试验考查了这些非线性过程。为了研究这些系统的统计学并产生一个更一般的分析框架，我们需要非参数的概率理论。那就是说，我们需要一种我们正在研究的涉及到没有先前假设的概率分布框架的统计学。

标准的高斯统计在非常有限的假定下很好运行。中心极限定理（或大数法则）表明，只要我们做越来越多的试验，随机系统的极限分布将是正态分布，或是钟形曲线。被度量的事件必须是“独立的和同一分布的” 54
(IID)。也就是，事件不能彼此相互影响，而且必须是以相等的可能性发生。它长时间的假定大部分的大而复杂的系统只能以这个方式被模型化。当考查一个大而复杂的系统时，通常作出正态假定和近似正态假定以使标准统计分析能够运用。

但是，倘若系统不是 IID 又将如何？作一调整以产生一个不是 IID 时

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的统计结构，以足够的接近，并适当的修改，使标准方法能够使用。肯定有一个逻辑上被证明了的实例，在资本市场和经济理论的范围下，它被归纳于一个理性化的过程，这一过程使我们面临一个不可逾越的界线，在《资本市场的混沌与秩序》一书中，在某种程度上我讨论了这一问题。我无意在这里重复那些争论，但值得注意的是它首先来自市场的统计分析以及后来的 EMH。

假如研究下的系统不是 IID，或者接近，那么我们将做什么？我们需要一个无参数方法。所幸，一个非常稳健的无参数方法，被英国水文学家 H.E.Hurst 发现，他 1951 年发表了题为“水库的长期存贮能力”的论文。表面上看，文章处理构筑水库的设计，可是 Hurst 将他的研究扩大到许多自然的系统而且给予我们一个区分随机和非随机系统、趋势的持续、循环的持续，以及涉及其他的新的统计方法，简而言之，他提供了一种方法，叫做重标极差方法，或是 R/S 分析，用于从分形时间序列里区分随机序列。我们现在转而讨论他的这一方法。

这一章给出了 Hurst 早期论文的推论和例子的简单扼要的背景。在第 5 章我们将寻找结果的显著性。第 6 章将表明 R/S 分析如何用于分析周期和非周期循环。

4.1 背景：R/S 分析的发展

H.E.Hurst（1900～1978）建造水坝。在 20 世纪初，他在尼罗河水坝计划处工作。他如此广泛的研究尼罗河以至于一些埃及人称其为“尼罗河之父”。尼罗河对于作为水文专家的 Hurst 提出许多有趣的问题。在设计水坝时水文学家要考虑建成水库的存贮能力。水的注入产生于几个自然因素（降水量、河流泛滥等等），而且一个常规的数量作为灌溉农作物而放出。水库的贮存能力是依据水的流入估计和水的流出需要而定。而大部
55 分水文学家在定出水库的贮存能力之前都必先假定水库的水流量是一随机过程——这对于处理复杂的生态系统问题来说是一个完美的合理的假设。Hurst 研究了从公元 622～1469 年埃及人保留的尼罗河泛滥的 847 年的记录。对于他，记录没有显示随机性。较大于泛滥的平均流量更为常见的似乎是跟在更大的流量之后。偶然的，过程也会转变到低于泛滥的平均流量之下。简而言之，它们呈现出循环，可是它们的长度是非周期的。标准分析揭示了在两个观测值之间无显著性统计相关，由此 Hurst 发展了他自己

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的方法论。

Hurst 注意到 Einstein（1908）关于布朗运动的论文（在流体里的悬浮分子，遵循一个飘浮不定的路径）。布朗运动成为随机游走的基本模型。Einstein 发现，涵盖时间平方根增长的随机分子被用来测度它的距离，或：

$$R = T^{0.50} \tag{4.1}$$

这里，R = 被涵盖的距离；T = 时间指数。

等式（4.1）被叫做二分之一 T 法则，它通常应用在统计学中。我们在金融经济学上应用它来做易变性或标准差的年度化。我们取月收益的标准差并乘以 12 的平方根。我们将假定具有随时间平方根而增加的收益扩散。Hurst 感觉到，利用这一原则，才能从随机性的角度检测尼罗河。

我们以一时间序列来开始，$x = x_1$、…，x_n，代表 n 个连续值。（在这本书里，我们将选择时间序列 x 去定义全部 x_r，这里 $r = 1$ 到 n。一特殊的 x 的元素将包括在它的下标里。这一标记将适用全部时间序列。）时间指标一般在这是不重要的。在 Hurst 情况下，它是尼罗河的年释放。对于市场来说，它可能是股票指数的价格每日变化。时间系列 x 的均值 x_m 可定义如下：

$$x_m - (x_1 + \cdots + x_n)/n \tag{4.2}$$

标准差 s_n，是如下估计：

$$s_n = n^{\quad 1/2} * \sqrt{(x_r - x_m)^2} \tag{4.3}$$

这仅仅是标准差的标准正式公式。重标极差由一阶重标或“标准化”的减去样本均值的数据计算出来。 56

$$Z_r = (x_r - x_m); \qquad r = 1, \cdots, n \tag{4.4}$$

接下来的序列 Z，现在有零均值。下一步产生一个累积时间序列 Y：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$Y_1 = (Z_1 + Z_r);\ r = 2,\ \cdots,\ n \tag{4.5}$$

由定义注意：最后一个 $Y(Y_n)$ 将永远是零，因为 Z 有一个零均值。调整过的极差，R_n 是 Y_r 的最大值减去最小值。

$$R_n = \max(Y_1, \cdots, Y_n) - \min(Y_1, \cdots, Y_n) \tag{4.6}$$

对于 R_n，下标 n 现在表明对于 x_1，…，x_n 是一个调整过的极差。因为 Y 已被调整为零均值，Y 的最大值总是大于或等于零，而且最小值总是小于或等于零。这样调整的极差 R_n，将永远是非负的。

这个调整的极差，R_n 是系统对于时间指数 n 遍历的距离。假如我们设 $n = T$，我们能够运用等待式（4.1），提供的时间序列 x，对于 n 的增加值是独立的。虽然，等式（4.1）仅仅适用于布朗运动的时间序列：具有零均值，且方差为 1。对于不是布朗运动的时间序列运用这一概念，我们需要一般化等式（4.1）并且解释非独立的系统。Hurst 发现下列是等式（4.1）更一般的形式：

$$(R/S)_n = c * n^H \tag{4.7}$$

对于（$R/S)_n$，下标 n 被考虑为对 x_1，…，x_n 的 R/S 值；$c = a$ 常数。

因为具有零的均值和以局部标准差形式的表现，等式（4.7）被称作重标极差。在一般情况下，R/S 值以我们增加的时间增量而规模（依比
57 例）变化，n，基于幂法则，值等于 H，通常称作赫斯特指数（Hurst Exponent）。这是第一次赫斯特现象与在第 1 章中的分形几何的联系。请记住，根据幂法则的分形规模变化。就哺乳动物的肺，在规模上根据逆（反）幂法则在规模上递减。这个反幂函数值等于结构的分形维。然而，在时间序列的情况下，我们诉诸从比较小到比较大的时间增量，而不是像肺一样，从较大到较小的枝节。根据幂法则规模递增。这被称为幂法则比例。再者，它是分形的一个特征，尽管不是惟一的。在称赫斯特现象为“分形”时，我们需要其他的特征。那些在适当的时候再讨论。

由于被标准差平均分割，重新标度调整过的极差，遂呈现出一个神来之笔。Hurst 最初运算了这一过程，并且，他比较了形形色色的现象。正

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 4.1　　**Hurst（1951）*R/S* 分析**　　58

来自自然现象 K 的性质

现　象	N 年的范围	数目 现象	数目 组	K 均值	K Std. Devn.	K 极差	自相关的系数
河流泛滥	10～100	39	94	0.72	0.091	0.50～0.94	
罗达标准	80～1080	1	66	0.77	0.055	0.58～0.86	0.025±0.26
河流与湖泊水平	44～176	4	13	0.71	0.082	0.59～0.85	$n=15$
							0.07±0.08*
降水 纹泥	24～211	39	173	0.70	0.088	0.46～0.91	$n=65$
先岛湖	50～2000	1	114	0.69	0.064	0.56～0.87	−0.07±0.11
							$n=39$
Moen 和 Tamiskaming	50～1200	2	90	0.77	0.094	0.50～0.95	
Corintos 和 Haileybury	50～650	2	54	0.77	0.098	0.51～0.91	
温度	29～60	18	120	0.68	0.087	0.46～0.92	
压力	29～96	8	28	0.63	0.070	0.51～0.76	
太阳黑子数 树轮与云杉	38～190	1	15	0.75	0.056	0.65～0.85	
指数	50～900	5	105	0.79	0.076	0.56～0.94	
各部分的均值和 总和							
水文统计		83	346	0.72	0.08	0.46～0.94	
纹泥		5	258	0.74	0.09	0.50～0.95	
气象学与森林		32	268	0.72	0.08	0.46～0.94	
全部总和与均值	10～2000	120	872	0.726	0.082	0.46～0.95	

*　也包括河流泛滥。

本表来自 H.E.Hurst，《水库长期贮存能力》（"The Long-Term Storage Capacity of Reservoirs"），《美国国家工程师协会处理 116》（*Transactions of the American Society of Civil Engineers*，116）（1951），经授权复制。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

如我们将看到的，重标也允许我们比较可能是许多年以后的时间周期。我们来比较一下 1920 年同 1980 年的股票收益；价格由于通货膨胀的增长而提出了一个问题，重标缩小了这个问题。零均值和标准差为一的重标数据，允许形形色色的现象和时间周期进行比较。Hurst 本人预期了物理学的重整规化群理论（Renormalization Group Theory，RGT）。RGT 对研究相转变实施了相同的转换，这里，特征性规模变化停止变化。重标极差分析也能描述没有特征规模变化的时间序列。这又是一个分形特征。

赫斯特指数能够由绘制的Log(R/S)与 Log(n) 的标绘图逼近，而且能通过最小二乘回归解出斜率。特别是，我们将对以下等式进行研究。

$$\mathrm{Log}(R/S_n) = \mathrm{Log}(c) + H * \mathrm{Log}(n) \qquad (4.8)$$

假如一个系统是独立分布，那么 $H = 0.50$。Hurst 第一个调查了尼罗河。他发现 $H = 0.91$！重标极差以快于时间平方根的速度在增加。在 0.91 的时间根增长，其意味着系统（在这种情况下，尼罗河的高度范围）正在涵盖多于一个随机过程可能涵盖的距离。为了涵盖更多的距离，以年为单位的尼罗河泛滥的变化必定被互相影响。它们必定是相关的。尽管有可能引起短期相关的自回归（Autoregressive，AR）过程，这些河流的泛滥以年隔开。它看起来不像简单自回归［AR(1) 或AR(2)］过程将导致的这些异常的结果。

Hurst 决定检查其他河流，他发现这些河流记录数据不如尼罗河丰
59 富。这样来，他就将自然现象检验数据后为更为丰富多彩的——降雨、太阳黑子、无价值情绪、年轮等类型，或任何具有长时间序列的东西。会不会存在一种共有现象发生的可能性？结果被重印在表 4.1 和图 4.1 中。二者皆产生于 Hurst（1951）所为。

图 4.1 是我们将要调查的第一个 Log/Log 标绘的序列。Hurst 最初次称之为比例因子 “K”。Mandelbrot 以 Hurst 的名义再称之为 “H”，而且我们继续那个传统。这样，在表 4.1 和图 4.1 里，H = K。这些 Log/Log 标绘图的斜率是 H 指数。

所有这些情况，Hurst 发现 H 大于 0.50。他对 H 通常取得逼近 0.70
60 的这一值发生兴趣。一般现象的发生会具有某种品质？Hurst 决定找出来。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

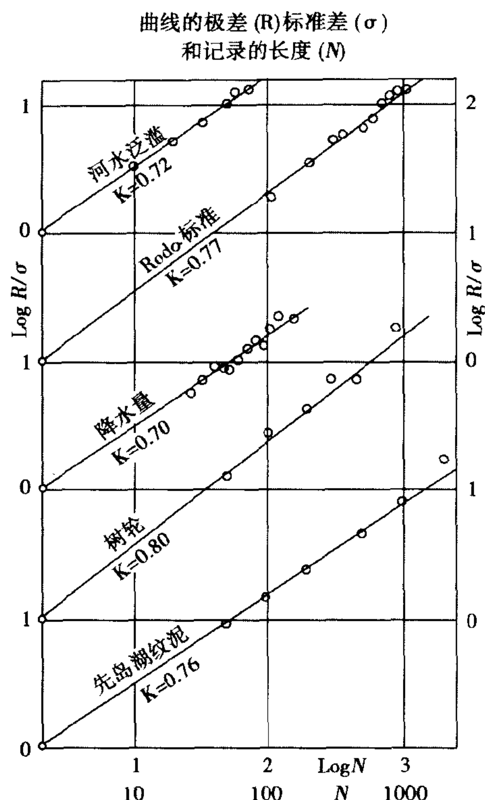


图 4.1 Hurst(1951) R/S 分析

[本图的复制已经过美国国家工程师协会 (American Society of Society of Civil Engineers) 批准]

4.2 王牌效果

在计算机时代之前，社会要求应用数学家坚韧、有毅力。数字试验是典型的时间消费和向错误妥协，现在我们则非常容易的在个人计算机或工作站上处理。Hurst 感觉有偏随机行走将导致他的结果，可他需要模拟方法。他设计了一个精美的过程以充当赫斯特过程的雅致的隐喻。这一过程已被 Feder（1988）、Mandelbrot（1982）以及 Peters（1989，1991a）描述过了，可是，我感觉，对赫斯特现象的理解基本上约束于模拟方法，在这里，我将以简要的形式重复。尽管我正在介绍额外的知识，熟悉我早期著

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

作的读者希望略过下一部分。但对赫斯特现象未知的新读者，这部分内容是必要的。

Hurst 用一副概率牌来模拟随机过程，那就是说，用标有 ±1、±3、±5、±7、±9 的 52 张牌来逼近正态分布。洗乱这副牌，记住重复卡牌的数，产生一个随机时间序列。在已经产生逼近 0，5 的赫斯特指数的结果序列上实施 R/S 分析。它足够的接近以满足活动时期标准。Hurst 实施了 1000 次实验而没有发现变化的斜率。

模拟一个有偏的随机行走，他首先洗牌，卡牌并记录号码。例如，我们用 +3 作为最初的卡牌，再重新放回并洗牌。他将处理各自 26 张的两手牌，我们称其为 A 手牌和 B 手牌。因为最初的号码是 +3，我们将从 A 手牌中拿出 3 张最大的并放到 B 手牌。然后从 B 手牌中去掉 3 张最小的，这样 B 手牌将有偏 3 个水平。最后，将王牌放在 B 手牌并洗牌。他用一个现已有偏的 B 手牌作为他的时间序列发生器，直到他卡到王牌。然后 Hurst 可再产生一副新的有偏的牌。

61 Hurst 用 100 手牌作了 1000 次试验。他计算 $H=0.72$，远大于他实际上所做的。考虑过程所包括的：首先，每一手牌是有偏的，它们决定于随机卡牌的数；再者，时间序列自身的产生，它是随机卡牌数的另一序列；最后，王牌的出现，也是在随机情况下出现。不管所有这些随机事件的运用，$H=0.72$ 却总是出现。我们有局部随机性和整体结构性，极像第 1 章的混沌游戏。在这种情况下，它是一个整体统计结构而不是几何结构。

假如市场是赫斯特过程，它们展现一个一直到王牌出现的从大格局上，或方向上，或二者兼之的改变有偏的经济等价物的趋势。

4.3 随机和持续：解读赫斯特指数

根据原始理论，$H=0.50$ 将暗示一个独立过程。认识到这点很重要，即，R/S 分析不要求划定基础过程为高斯，仅为独立。这当然包括正态分布，但它也包括非高斯独立过程，就像学生 $-t$，或像伽玛，或像任何别的形态。R/S 分析是非参数的，因此，对划定分布没有任何基础形态上的要求。

$0.50<H\leqslant 1.00$ 暗示了一持续的时间序列，而这一序列被长期记忆效用特征化了。从理论上讲，今天所发生的一切都将永远影响将来。用混沌的话来说就是，存在对初始条件敏感的依赖情形。这个长期记忆发生并



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

不考虑时间的比例变化。所有逐日变化是相关所有未来的逐日变化；所有周的变化是相关于所有将来周的变化。不存在特征性时间规模变化，即分形时间序列的关键特征。

$0 \leqslant H < 0.50$ 表明反持续性。一个反持续性系统比随机系统覆盖较短的距离。因为一个系统覆盖较短的距离，它必定比随机过程以较高的频率翻转自身。具有正统背景的理论家会将这一行为等同为均值回复过程。因此，反持续性假定研究下的系统具有稳定的均值。我们却不能做出这一假定。

正如我们已经明了，持续性时间序列是在实际中被发现的极普通的类型。我们也将看到他们在金融市场和经济学界是极普通的类型。确定这一状态，我们必须转向更多的诸如计算数字这类实践方式。

4.4 R/S 分析：实际操作指南

R/S 分析是一个高度数据集中的简单过程。这部分通过等式（4.8）打破了等式（4.2）进入一系列执行步骤。一个用高斯语言的规划图加在 62
附录 2 里。这些是后续步骤：

1. 以长度 M 为开始，并把长度 M 转换成对数比的长度 $N = M - 1$ 的时间序列：

$$N_i = \text{Log}(M_{(i+1)}/M_i),\ i = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ (M-1) \tag{4.9}$$

2. 均分这个时间区间为长度为 N 的相邻的子区间 A，因而 $A * n = N$。标记每个子区间为 I_a，$a = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ A$。在子区间 I_a 中，每一元素标记为$N(k,\ m)$，$k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n$。长度为 N 的子区间的平均值被定义为：

$$e_a = (1/n) * \sum_{k=1}^{n} N_{k,a} \tag{4.10}$$

这里，e_a = 长度为 n，包括在子区间 I_a 中的 N_i 的均值。

3. 作为每一个子区间 I_a 对于均值的累积横距（XKA）的时间序列定义如下：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$X_{k,a} = \sum_{i=1}^{k}(N_{i,a} - e_a) \tag{4.11}$$

$$k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n$$

4. 极差被定义为在每一个子区间 I_a，$X_{k,a}$的最大减去$X_{k,a}$的最小：

$$R_{I_a} = \max(X_{k,a}) - \min(X_{k,a}) \tag{4.12}$$

这里：$1 \leqslant k \leqslant n$。

5. 对于每一个子区间 I_a 的样本标准差：

$$S_{I_a} = ((1/n) * \sum_{k=1}^{n}(N_{k,a} - e_a^2))^{0.50}$$

6. 每一个极差 R_{I_a}，是由对应于它的标准差 S_{I_a} 分割而正式化的。这
63 样一来，每一个 I_a 子区间的重标极差即等于R_{I_a}/S_{I_a}。从第二步往后的步骤，我们有 A 个长度为 n 的相邻子区间，这样一来，作为长度 n 的平均的R/S 值定义如下：

$$(R/S)_n = (1/A) * \sum_{a=1}^{A}(R_{I_a}/S_{I_a}) \tag{4.13}$$

7. 对于下一个较高的值，长度 N 是增加的，而且（$M-1$）$/n$ 是一个整数值。我们使用那个包括时间序列的起止点 N 的值，步骤从 1 到 6 将重复到 $n=(M-1)/2$。我们现在对$\mathrm{Log}(n)$ 为独立变量，$\mathrm{Log}(R/S)_n$ 为因变量，应用等式（4.7）和（4.8）实施普通最小平方回归。截距是对于常数$\mathrm{Log}(c)$ 的估计。斜率是赫斯特指数 H 的估计。

在后续几章，我们将在其他实践形式上更详尽的发挥。现在我们加进一个经验法则：一般而言，对于 $n \geqslant 10$ 运用回归。当样本容量小，n 的小值产生不稳定估计。在第 5 章，当我们实施显著行检验时，我们将看到其他经验法则。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

4.5 一个例子：日元/美元的汇率

作为最初的一个例子，R/S 分析已被运用于从 1972 年 1 月～1990 年 12 月日元/美元逐日的汇率。遗憾的是自回归（AR）过程可能会偏于 H，赫斯特指数，并作为在第 5 章给出的理由。因此，我们使用汇率变化的 AR(1) 的残差；那就是，我们以下列的方式转换原始数据序列：

$$A_t = Y_t - (a + b * Y_{(t-1)})$$

这里，A_t = 时间 t 的新值；Y_t = 日元/美元的汇率在时间 t 的变化；a，b = 常数。

表 4.2 **R/S 分析**

64

回归结果逐日日元：		
常数		−0.187
（估计）Y 的标准差		0.012
R 平方		0.999
赫斯特指数	0.642	
系数的标准差	0.004	
显著性	5.848	

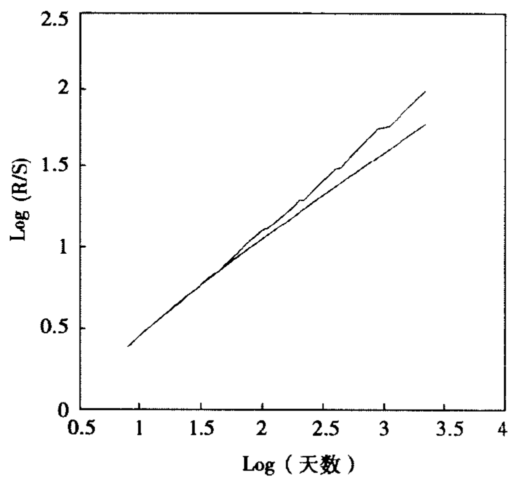


图 4.2 R/S 分析，逐日日元：1972 年 1 月～1990 年 12 月

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

R/S 分析起始于 A_t，我们使用了上面的步骤 2，并对变化的 N 计算 R/S 值。其结果列在表 4.2 里，而且，Log/Log 标绘图被表示在图 4.2 中。注意日元/美元的汇率产生了异常值，$H=0.64$。因为赫斯特指数不同于0.50，我们企图看到，日元/美元汇率表示了持续的赫斯特现象。但是，这一结果是如何显著的？没有渐进理论的某种形式，评价显著性将是困难的。幸运的是，我们发展了显著性检验，而且它们是第 5 章的主题。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

65

检验 R/S 分析

当我们分析某个过程时，总是面对一个主要的问题：我们如何才能知道，我们的结果不是偶然发生的？我们通过经验获知，或通过其他人知道一些奇闻轶事，怪诞的事发生——极不可能的但却真的出现了。随机事件，甚至于那些极不可能发生的事件，被标号为琐细。在统计学里，我们针对那些可能是琐细的概率，检察我们的结果。它们假如仅仅是以 5% 或更少的百分比发生，我们说，我们是以 95% 的程度确信，在随机的意义上和显著性的角度，它们肯定不会发生。我们说，这一事件还有 5% 偶然发生的机会，但我们可以极大地相信，结果是显著的，并且告诉我们关于研究下的过程的某些重要性。围绕着概率置信区间的显著性检验，成为统计学中主要的焦点之一。

因此，评价 *R/S* 分析的显著性，我们也需要我们研究成果的置信检验。极像线性回归的“t - 统计方法”。*R/S* 分析已经折腾了好多年了，可是，这一结果的完整的统计学的评价，至今难以捉摸。使用强有力的 *PC* 机，我们能够做模拟以计算 *R/S* 统计和赫斯特指数的预期值。当这些模拟联系于以前发展的渐进理论，它就可能评价我们的研究成果的显著性。当研究下的系统是独立的随机系统，我们做 *R/S* 分析的行为的第一次调查，一旦我们对随机系统全面调查研究了其预期结果，我们就可以用随机零假设比较其他过程，并且测定它们的特征。

这一章追溯了随机零假设的历史发展，继续进行完全检测的发展过 66
程，并总结出一个应用指南。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

5.1 随机零假设

假设检验以最可能的结果作为可能的答案为其中心要求，假如我们理解不了诸如股票市场这样特殊程序背后的机制，那么，独立的，同分布（IID）的，而且是被随机行走特征化了的这样一个统计结构，是我们最好的猜想。结构是高斯的，而且它的概率密度函数是正态分布，或是钟形曲线。我们称这一最初的猜想为零假设。我们选择高斯情形作为零假设的条件，只因为它简单。从数学上讲，检验一个过程是否是随机行走、或能否说它不是随机行走，那就是，将要证明分形布朗运动的存在（或者某种其他长期记忆过程）。为什么？高斯情形提供最优解，而且容易被模拟。除此之外，有效市场假说依据高斯条件，通过违约，把它设为零假设。

Hurst（1951）在他的二项分布上的零假设，以及投掷硬币，结果对于随机行走而言，等式（4.7）是一特殊情形：

$$(R/S)_n = (n * \pi/2)^{0.50} \qquad (5.1)$$

这里，n = 观察值的个数。

Feller(1951)发现了相似的结果，而他严谨地研究了调整过的极差 R'。Hurst 认为等式(5.1)为重标极差，但他没有正式地证明它。Feller 研究了调整过的极差(那就是，具有删掉样本均值的累计偏差)，而且发展 R' 的期望值和它的方差。因为样本标准差的行为，重标极差 R/S 被认为是难驾驭的，特别是 N 取小值时。人们认为，调整过的极差可以解出并渐进(即在无限的情况下)为重标极差的等价物，而这个结果充分逼近重标极差。

Feller(1951)发现了下列公式，在调整过的极差的期望值上，而且他也能算出它的方差，它们基本上等同于赫斯特等式(5.1)：

67

$$E(R'(n)) = (n * \pi/2)^{0.50} \qquad (5.2)$$

$$\mathrm{Var}(E(R'(n))) = (\pi^2/6 - \pi/2) * n \qquad (5.3)$$

方差公式，等式（5.3），提供了 $R'(n)$ 的一个值的方差，因为我们能够预期随机数的 R/S 值将是正态分布的（稍后通过模拟，我们将表示它），$R'(n)$ 的方差将下降。关于这点，我们有更多的样本。例如，假如

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

我们有一个包含 5000 个观测值的时间序列，又有 100 个独立的 $R'(50)$ 的样本，而且使用非交叉的时间周期。这样，我们样本预期的方差就是 $\mathrm{Var}(E(R'(n)))/100$，一如基础统计学所表示的。

等式（5.1）、（5.2）是在布朗运动的零假设条件下的标准假定。极差随时间的平方根而增长。Hurst 走得稍远了些。他曾暗示，重标极差也随时间平方根而增长。Feller 也讲过，这个极差的方差随时间呈线性增长。哪个结果也不特别令人吃惊，在第 4 章里已给出了我们的讨论结果。不管怎么说，现在我们已经接近 Hurst 发现的非常有用的工具。

5.1.1 蒙特卡洛（Monte Carlo）模拟

这是在个人 PC 机上打开轻松路径的工具。通过随机数的发生器，我们可以使用第 4 章里已列出的过程，特别是等式（4.7）和（4.8），并能够模拟 R/S 价值的许多例子。我们能够根据经验计算平均数和方差，观察它们是否与等式（5.1）、（5.2）和（5.3）一致。这个过程即为著名的“蒙特卡洛”模拟方法，它是特别适用于检验高斯假设的。

开始做这件事之前，我们必须处理一下“随机数值”的神话。任何一个随机数发生器都不产生一个真正的随机数。相反地，根据大部分高斯检验，算法产生伪随机数——是统计独立分布的。它们开始重复之后，这些伪随机数实际上有很长的循环，或记忆。通常，这个循环长到足可以保证重复而不被觉察的地步。最近，人们终于发现，当大量数据被应用到蒙特卡洛模拟中时，伪随机数能够销蚀结果。通常在金融经济里我们没有碰到这个问题。无论如何，对用作随机数发生器的大多数算法来说，它们是混沌系统的翻板。R/S 分析特别擅长揭示确定性混沌和长期记忆过程。因 68
此，确保我们的检验随机性，本书所列的随机数序列都是根据另外两个伪随机数列（在他们被使用之前）被勉强地拼凑起来的。这一技术并没完全消除而只是减少了实际上不可测程度的依赖性，甚至对于 R/S 分析亦如此。

我们开始于 5000 个（具有零均值和标准差为 1 的正态分布）拼凑了两次的伪随机数序列，对所有的能够整除 5000 的 n 计算 R/S 值；那就是，每个 R/S_n 值总是包括全部时间序列的起始和终止值。我们重复这个过程 300 次，结果我们得到了每个 n 的 300 个 R/S_n 的值。对于高斯随机数的系统，这些 R/S_n 的均值是一期望值，$E(R/S_n)$。方差可以计算出

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

来，而且终值可以和那些通过等式（5.1）、（5.2）和（5.3）得到的数值比较，这些结果列在表 5.1 里，并由图 5.1 表示出来。

表 5.1　　对数（R/S）值估计

观测数	Monte Carlo	Hurst	Anis 和 Lloyd(1976)	试验性纠正
10	0.4577	0.5981	0.4805	0.4582
20	0.6530	0.7486	0.6638	0.6528
25	0.7123	0.7970	0.7208	0.7120
40	0.8332	0.8991	0.8382	0.8327
50	0.8891	0.9475	0.8928	0.8885
100	1.0577	1.0981	1.0589	1.0568
125	1.1097	1.1465	1.1114	1.1097
200	1.2190	1.2486	1.2207	1.2196
250	1.2710	1.2970	1.2720	1.2711
500	1.4292	1.4475	1.4291	1.4287
625	1.4801	1.4960	1.4795	1.4792
1000	1.5869	1.5981	1.5851	1.5849
1250	1.6351	1.6465	1.6349	1.6348
2500	1.7839	1.7970	1.7889	1.7888
均值平方误差		0.0035	0.0001	0.0000

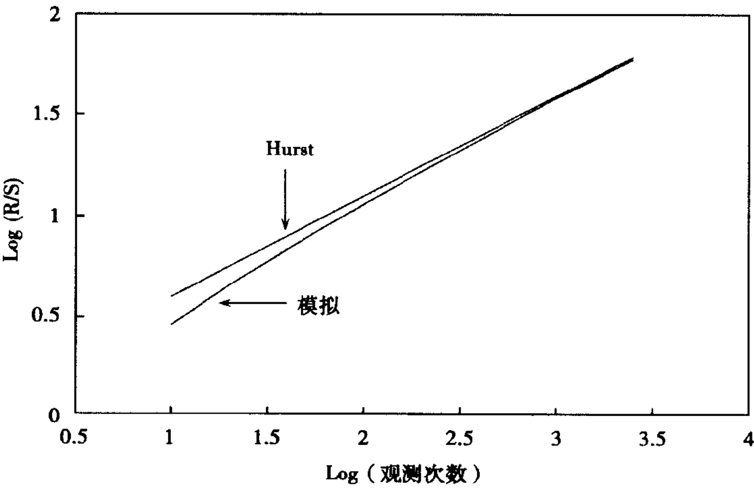


图 5.1　R/S 分析，蒙特卡洛模拟与赫斯特指数



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

当 n 大于 20 时，被模拟的 R/S_n 值收敛于等式（5.1）、（5.2）的值。因此，对于 n 的较小值，存在一个一致性偏差。由模拟所产生的 R/S_n 值整体上低于从 Feller 和 Hurst 等式得到的值。R/S_n 的方差也总是系统地低于费勒等式(Feller's Equation)（5.3)。Hurst 因此而知道，他正在计算一个渐近关系，一个仅仅对于大 n 才保留的关系。Feller 也知道这点，而重标是另外一个关系。Feller 打算研究调整的极差而非重标的极差。标准差的比例变化行为涉及到 n 的小值导致的偏差的极差吗？事实仍旧如此，R/S 统计的均值完全不同于由非勒理论所预期的值。

许多年以后，Anis 和 Lioyd（1976）围绕小 n 的 R/S 统计的系统偏差发展了下列方程：

$$E(R/S_n) = [\Gamma\{0.5*(n-1)\}/(\sqrt{\pi}*\Gamma(0.5*n))] * \sum_{r=1}^{n-1}\sqrt{(n-r)/r} \tag{5.4}$$

这个等式的推导在本书范围之外。对推导感兴趣的读者，可参考Anis 和 Lioyd（1976)。对于 n 的大数值，等式（5.4）变得较为无用，这是因为伽玛值对于大多数个人计算机储存来说变得太大了。因此，使用斯特林公式（Sterling's Function)，等式可以简化为：

$$E(R/S_n) = (n*\pi/2)^{-0.50} * \sum_{r=1}^{n-1}\sqrt{(n-r)/r} \tag{5.5}$$

当 $n>300$ 时，能够使用等式（5.5)。随着 n 的增大，等式（5.5）近似于等式（5.2)。等式（5.4）与等式（5.5）因正态分布的方差分布而 70
调整，服从伽玛分布，那就是，标准差总是因为 n 的小值，以低于极差的比率而规模变化。所以，当 n 是小值时，重标极差总是以较快的（H 将大于 0.5）速度规模变化。Mandelbrot 和 Wallis（1969a，b，c）宁愿把小 n 区域当成“稍纵即逝”，因为，对于恰好能够被看到的行为，n 值还不够大。因此，在经济学里，我们几乎没有足够的数值点来显示较小的 n：这就是我们所有可能的情况。除非 $H=20$，Mandelbrot 和 Wallis 不会开始调查规模变化行为。Anis 和 Lioyd 公式从理论上被预期解释了从蒙特卡洛实验里看到的行为。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 5.1 和图 5.2 标明了结果。对于高于样本值的小值 n，等式（5.4）和（5.5）还是产生 R/S，不过有些进步。

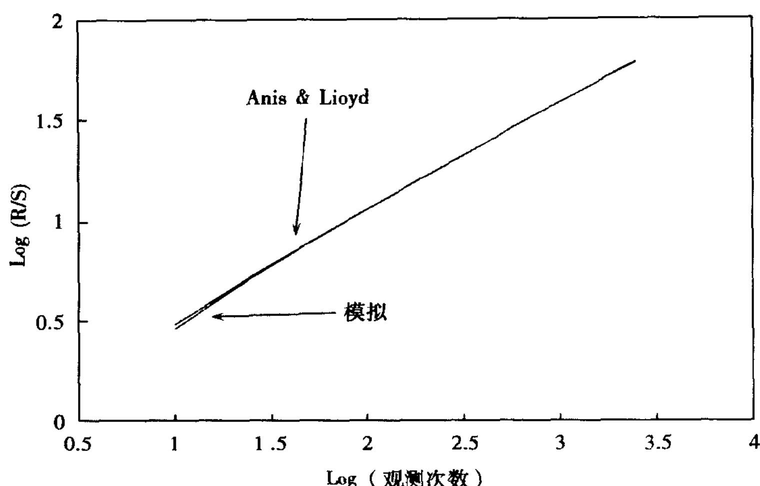


图 5.2　R/S 值，蒙特卡洛模拟与 Anis 和 Lioyd 等式

有偏导致的结果有可能源于伪随机数发生器，可能加倍的拼凑也不减少偏差。或许，300 个的样本容量还不够。对样本偏差所作的检验，数字的独立序列被用到。这个序列是 S&P 500 的 500 个月变化，规范化的零均值和单位方差。以上数值在开始之前被拼凑了 10 次。这么一来，它们
71 就被随机拼凑了 300 次，而且 R/S 值像从前那样被计算出来了。表 5.2 显示了其结果。它们实际上不能从已产生的高斯系列独立出来。当我们认为市场不是正态分布时，这些结果更具显著；甚至在拼凑之后，它们是胖尾的，在均值处有一陡峭的峰值。从这些结果，我们能说 Anis 和 Lioyd 等式丢失了某些小于 20 的 n 的值。它们所丢失的是什么还不知道。不管怎么样，从经验上来讲，我能推导出一个对于 Anis 和 Lioyd 公式的校正。这个校正由校正因子乘以式（5.4）和（5.5）并得出：

$$E(R/S_n) = ((n-0.5)/n) * (n * \pi/2)^{-0.50} * \sum_{r=1}^{n-1} \sqrt{(n-r)/r} \tag{5.6}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 5.2　　对数（*R/S*）值估计

观测数	不规则的 S&P 500	蒙特卡洛
10	0.4551	0.4577
20	0.6474	0.6530
25	0.7055	0.7123
50	0.8812	0.8891
100	1.0472	1.0577
125	1.1012	1.1097
250	1.2591	1.2710

这一由经验推导的校正结果在表 5.1 和图 5.3 中显示出来。这个校正与模拟的 *R/S* 值非常接近。从这一点向前，所有预期的、在随机零假设下的 *R/S* 值将由使用等式（5.6）来产生。

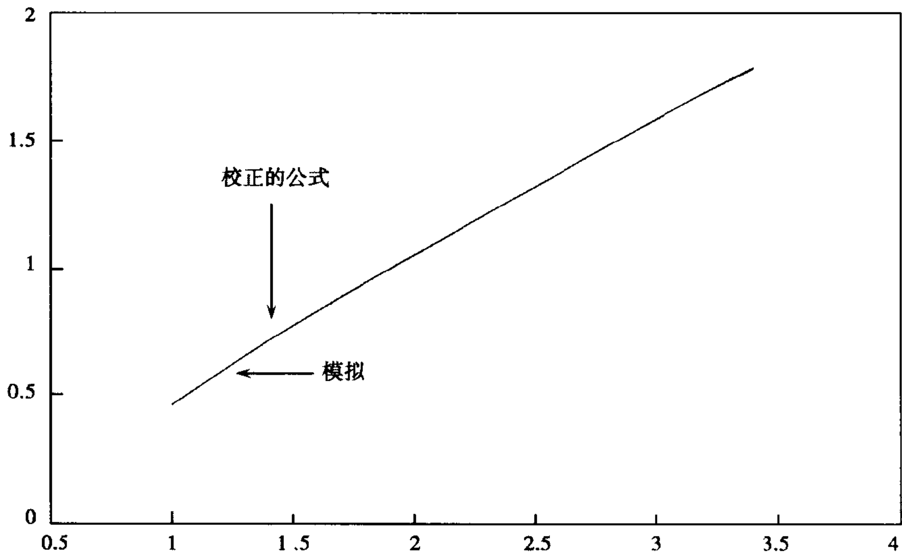


图 5.3　*R/S* 值，蒙特卡洛模拟与校正的 Anis 和 Lioyd 等式

5.1.2　赫斯特指数的期望值

利用等式（5.6）算出的结果，现在我们可以作出赫斯特指数的期望

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

值。由表 5.1 和图 5.3 可判断，我们能够期望赫斯特指数对少于 500 的值将明显的高于 0.50——再一次显示出，对应一独立过程，$H=0.50$，是一个渐进极限。当然，预期的赫斯特指数将变化，这个变化依赖于我们用来运行回归方程的 n 的值。在理论上，只要系统正在研究中，而且$E(R/S)$ 序列包括相同的 n 的值，任何极差都将是适合的。为与本书最初的主
72 题一致，在金融经济学，我们将以 $n=10$ 来开始。n 的终值将依赖正在研究中的系统。在 Peters（1991a）的书里，人们发现，当 $H=0.78$ 时，且 $n<50$ 个月，S&P 500 的月收益具有持续规模变化。正如图 5.4 所表示，$E(H)=0.613$,在 $10\leqslant n\leqslant 50$ 时，一个明显的较低的值——至少看起来明显的较低。但，是这么回事吗？

73

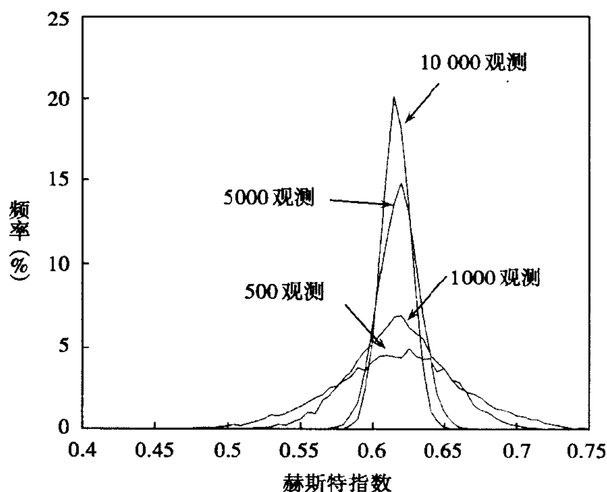


图 5.4　$E(H)$ 对于 $10<n<50$，百分比中无正态化频率

因为 R/S 值是正态分布的随机变量，我们就有能预期 H 的值也是正态分布的。在那种情况下，赫斯特指数的期望方差是：

$$\mathrm{Var}(H)n=1/T \tag{5.7}$$

这里，T＝样本观测值的个数。

随着来自$E(R/S)_n$ 的计算，它将是一个围绕$E(H)_n$ 的方差。注意 $\mathrm{Var}(H)_n$ 不依赖于 n 或H，而是相反，它依赖样本容量 T。

又一次，蒙特卡洛实验被用来检测等式（5.7）的有效性。由于正态

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

分布的随机变量被拼凑了两次，当取 $10 \leqslant n \leqslant 50$ 时，H 的 7000 个值计算出来。当 $T=200$、500、1000 和 5000 时，这个模拟也做了出来。表 5.3 显示如下结果：

表 5.3　　$E(H)$ 的标准差：$10<n<50$ 74

观察数	模拟赫斯特指数	理论赫斯特指数	模拟的标准差	理论的标准差
200	0.613	0.613	0.0704	0.0704
500	0.615	0.613	0.0451	0.0446
1000	0.615	0.613	0.0319	0.0315
5000	0.616	0.613	0.0138	0.0141
10000	0.614	0.613	0.0101	0.0100

1. H 的均值应与所期望使用$E(R/S)$ 值从等式（5.6）得到的$E(H)$ 值一致，对 Anis 和 Lioyd 公式的经验校正是有效的。
2. 每一例方差非常接近 $1/T$。

当 $10 \leqslant n \leqslant 500$，$10 \leqslant n \leqslant 1000$ 和 $10 \leqslant n \leqslant 5000$ 时，模拟被重复。由等式（5.6）所预期的值每次都与$E(H)$ 一致，而且方差近似于 $1/T$。根据表 5.1 的结果，我们可以说，对于 IID 随机变量，$E(H)$ 能够从等式（5.6）计算出来，且具有方差 $1/T$。图 5.5 表明各种各样的 T 值的“规范化”分布，正如所预期的那样，它们看上去是正态分布的。

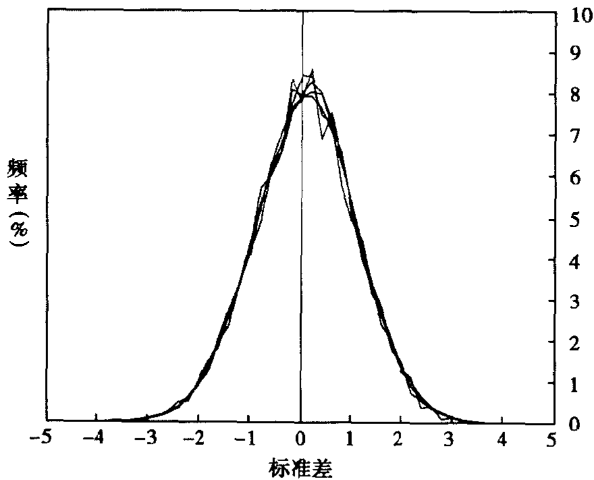


图 5.5　$E(H)$ 对于 $10<n<50$，正态化频率：$T<500/1000$，5000，1000



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

假如独立过程不是高斯过程，那它会是什么样的呢？正如我们在表5.2里所见，一个胖尾的、陡峭峰值的独立分布确实展示了由等式（5.6）所预期的均值。然而方差却不同。遗憾的是，没有被正态分布过的方差分布，不同于个体基础上是不同的。这样一来，我们的置信区间仅仅对IID随机变量有效。当然，存在一个过滤掉短期依赖性的方法，下面我们将使用它。

下一节，我们检测那些经常被用来建立金融经济学模型的、不同类型的时间序列以及其他随机过程的 R/S 分析。我们把注意力特别放在二型错误的可能性上（当过程实际上是短期而被当作长期记忆去分类时）。

75

5.2 随机模型

假设，短期记忆过程的五个类型为金融时间序列：

1. 自回归（AR）；
2. 移动平均（MA）；
3. 自回归移动平均（ARMA）；
4. 自回归集中移动平均（ARIMA）；
5. 自回归条件异方差性（ARCH）。

以上每一个时间序列都有许多变量，它们都是基本模型的提纯。这些提纯了的变量使得时间序列的特征更接近实际数据，我们将依次考察这些过程，不过，主要集中在基本模型上。基本模型的变量，搁置以后研究。再者，被称作分形布朗运动的长期记忆过程，已由Mandelbrot（1964，1972，1982）提出。分形布朗运动的研究将递延到第13章。表5.4汇总了下一节的内容。

76 **表 5.4** **随机过程的 R/S 分析**

	H=原始序列	显著性	H=AR(1)残差	显著性	$E(H)$	T	n	实验
AR(1)	0.669	6.59	0.574	−0.11	0.576	5000	250	300
MA(1)	0.615	2.76	0.541	−2.49	0.576	5000	250	300
ARMA(1,1)	0.669	6.59	0.568	−0.51	0.576	5000	250	300
ARCH	0.618	0.38	0.618	0.38	0.614	8000	50	1
* GARCH	0.633	1.67	0.635	1.85	0.614	8000	50	1

* 已产生的自回归条件异方差。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

5.2.1 自回归过程

自回归过程是一个变量在时间的某一点的变化是线性地相关于前期的变化的过程。一般来说，相关随时间呈指数性的下降而且在相对比较短的周期消失。一般形式如下：

$$C_n = e_n + a * C_{n-1} + b * C_{n-2} \tag{5.8}$$

这里，$C_n = C$ 在时间 n 的变化，$0 \leqslant C \leqslant 1$；$a$，$b$ = 具有 $|a| \leqslant 1$，$|b| \leqslant 1$ 的常数；e = 具有零均值和方差的白噪声序列 σ_e^2。

等式（5.8）是一个二阶自回归过程，或 AR（2），因为在时间 n 的变化涉及到最后两个周期的变化。也可能有AR(q) 过程，即 C 在时间 n 的变化依赖前 q 个周期。检验 AR 过程的可能性，当在时间 n 的变化依赖变量，而且在前 q 个周期（滞后）的变化是作为独立变量使用，可视作一个回归的运行。每一个滞后的 t − 统计都已经被评价了。假如在 5% 的水平所有 t − 统计是显著的，我们就可以形成 AR 过程在运行的假设。就系数的值的极差的限制确保过程是稳定的，这意味着，在均值或方差方面，都没有或往上、或往下的长期趋势。 77

高频金融时间序列（日变化或更频繁）通常展示明显的自回归倾向。我们可预期这个性质，因为高频率数据是基本的交易数据，而交易者的确互相影响。例如，以小时计算的数据，能显示以 10 小时为间隔的显著性。然而，一旦以周或月的频率为区间，这个过程就减小为一个AR(1) 或AR(2)的过程。当时间区间加长时，来自交易的相关作用降低。因此，在这一模拟中，我们将集中在AR(1) 过程，正如在等式（5.8）所定义的。

我们已使用了一个优秀的AR(1) 过程，此时 $a = 0.50$。在时间 n 的变化也包含前面变化的 50%。对于 E 值，产生了 5000 个随机变量以及 R/S 分析。图 5.6 显示了使用 V 统计的结果。V 统计图标绘显示了赫斯特指数的特征，正如预期无限记忆过程为一个AR(1) 一样的。

我们能够用AR(1) 的残差来校正 AR 过程。我们针对 $C(n-1)$ 为独立变量，以 C_n 作为依赖变量如此来做这件事。结果等式将给予斜率（a）和截距（b），我们用以下方法计算AR(1) 的残差：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$r_n = C_n - (c + a * C_{n-1}) \tag{5.9}$$

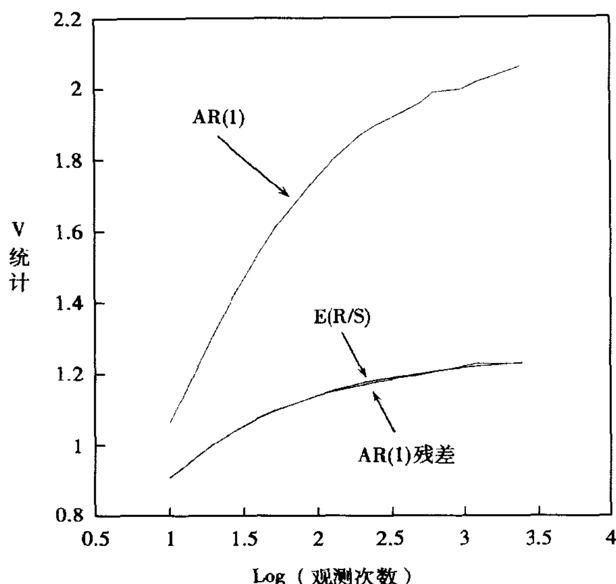


图 5.6　V 统计，AR(1) 过程

这里，r_n 是 C 在时间 n 的AR(1) 的残差。在等式（5.9）中，我们已经去掉 C_n 在$C_{(n-1)}$的线性分布。图 5.6 也显示了AR(1) 的残差的时间序列的 V 统计图。持续性已降低到非显著的水平。

假如，一较长的 AR 过程在起作用，间隔的残差也只有取较长的。较长的滞后结构能够被滞后值的回归和显著性相关检验发现，比如，用 t -
78 统计。可是，多长的间隔是“长”记忆的等价物？4 年的月收益算是“长”记忆吗？我设定一个与月数据相关的AR(48) 是一长记忆，而与日数据相关的AR(48) 则不是。这个理由有点武断，不过，你可以从下文判断出来。对大多数投资者来说，一个 4 年的记忆将是一长记忆的等价物，因为它大大远离他们自己的投资起点。一个 4 年的记忆和一个“无限”的记忆实际并无区别，而且，了解其中任何一个，都不会改变这些投资者们的观点。不管怎样，因为一个 48 天的记忆确实改变了投资者市场行为的方式，它是短期的。再者，时间的长度比观察的数目更重要。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

5.2.2 移动平均过程

在移动平均过程（MA）里，时间序列是一未观测到的时间序列的移动平均的结果：

$$C_n = c * e_{n-1} + e_n \tag{5.10}$$

这里，e = 一个 IID 随机变量；c = 常数，且 $|c| < 1$。

在移动平均参数 c 上的限制确保了过程是可转换的。$c > 1$ 暗示：（1）未来事件影响现在的事件，可它有点不现实；（2）过程是稳定的。对于 e 的限制，就如同 AR 过程中的随机震颤，它是一个具有零均值与方差为 r 的 IID 随机变量。 79

已观测到的时间序列 C，是未观测的随机时间序列的移动平均的结果 e。由于移动平均过程，在过去和短期记忆结果上存在一个线性依赖。可是，与 AR 过程不同，随机震颤只有一个周期的记忆。图 5.7 又一次显示，这可能偏于 Log/Log 的标绘图而且导致一个 H 的特征值。我们还能

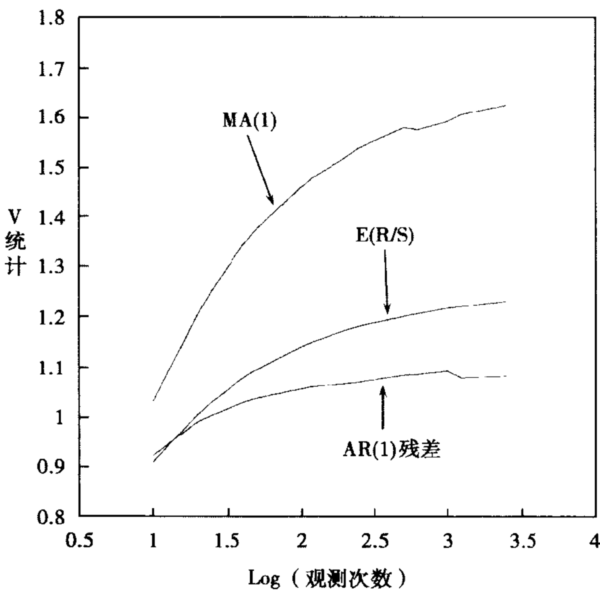


图 5.7 V 统计，MA(1) 过程

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

看到由于使用等式（5.9）取得AR(1)的残差过分校正短期记忆问题，现在给予 H 一个明显的反持续值。这对移动平均行为显示出一个线索；那就是，赫斯特指数从很强的持续性反转到很强的反持续性。

80 ### 5.2.3 ARMA 模型

在这类模型中，我们既有自回归项又有移动平均项。移动平均项再一次地是一个未被观测到的随机系列：

$$C_n = a * C_{n-1} + e_t - b * e_{t-1} \tag{5.11}$$

这种类型的模型被称为混合模型，而且被冠之ARMA(p, q)模型。p 是自回归项的个数，而 q 是移动平均项的个数；即，一个ARMA(2, 0)过程和AR(2)过程一样，因为它们没有移动平均项。一个ARMA(0, 2)过程和MA(2)过程相同，因为它没有自回归项。

图5.8显示ARMA(1, 1)模型可能偏于 R/S 分析，就像AR(1)过程，尽管它包括一个MA(1)项，可它还是一个无限记忆过程。然而，图形也显示了取AR(1)残差最小化这一问题。

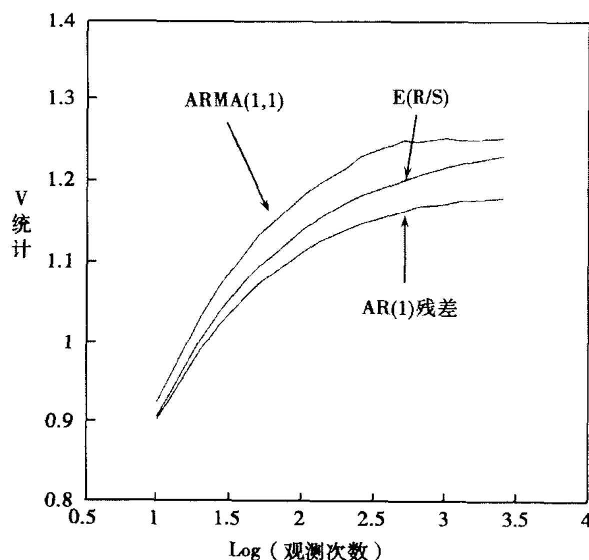


图 5.8　V 统计，ARMA(1, 1) 过程

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

5.2.4 ARIMA 模型 81

AR 和 ARMA 两模型可合并成为一个更一般类型的过程。ARIMA 模型是专门用于不稳定时间序列的。这些过程在它们的均值和方差里，有一个基础的倾向。可是，由于采取了数据的累次差分，结果是稳定的。

例如，只因为有了长期增长因素，价格序列就是不稳定的了。它能够无边界的增长，以至于价格自身将不再倾向平均值。然而，一般来讲，有效市场假说 EMH 是能够接受这点的，即价格（或收入）的变化是稳定的。通常，价格变化是专门用百分比来表示的，或在这种情况下，是对数差分。可是，这仅仅是一阶差分。在一些序列里，高阶差分可能用来使数据稳定。例如，不同差分的区别是一个二阶 ARIMA 过程，它可能走到更高阶的差分。

这样我们能说，C_t 是一个 d 阶齐次非稳定过程，假如：

$$w_t = \Delta^d C_t \tag{5.12}$$

是稳定的。Δ 代表了差分化，而 d 代表了什么程度的差分是必须的。例如：

$$\Delta C_t = C_t - C_{t-1}$$
$$\Delta^2 C_t = \Delta C_t - \Delta C_{t-1}$$

等等。

假如 W_t 是一个ARMA(p，q）过程，那么 C_t 被认作是（p，d，q）阶的整和自回归移动平均过程，或是 ARIMA（p，d，q）过程。而且，p 是自回归项的个数，q 是移动平均项的个数。参数 d 被认为是所需差分化运算的个数。过程不必混合。假如 C_t 是一个ARIMA(p，d，0）过程，那么 W_t 是AR(p）过程。同样，假如 C_t 是一个ARIMA(0，d，p）过程，那么 W_t 是一个MA(0，q)。

对于价格，基于过程的稳定性，取AR(1）的残差是一个可接受的方法。可是，在这里，没有其他的模拟是必须的。而且典型的 ARIMA（p，d，q)模型假定整数差分。放宽整数假定，分数差分化考虑了过程 82

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的一个广泛的过程，包括赫斯特指数的持续性和反持续性（第 13 章更充分的讨论）。ARIMA 类型在这里做完全的讨论并且就分数差分或 ARIMA 模型做一比较。

5.2.5 ARCH 模型

展示自回归条件异方差性的模型（ARCH）在过去有几年里已变得很流行了。这主要基于以下几点理由：

1. 它们，针对于 AR 或 MA 线性依赖过程，是一族非线性随机过程；
2. 它们的频率分布是陡峰胖尾分布；
3. 经验研究已表明，金融时间序列从统计上显示了显著的 ARCH 特征。

可什么是 ARCH?

基本的 ARCH 模型是由 Engle（1982）发展起来的。Engle 认为时间序列是由正态概率分布所定义的，而非时间依赖方差所定义；一个过程的期望方差，以它的前期为其先决条件。方差，尽管对于个体分布是稳定的，也会呈现“时间变化”，条件异方差性过程而得名。这个过程也是自回归的，它具有时间依赖特征。一个样本频率分布将是这些扩大和收缩的正态分布的平均值。正因为如此，在时间的任何一点上，它可能呈现出陡峰胖尾分布。基本的 ARCH 模型如下定义：

$$C_n = s_n * e_n$$
$$S_n^2 = f_0 + f * e_{n-1}^2 \qquad (5.13)$$

这里，e = 一个标准的正态随机变量；f = 一个常数。

为了方便的缘故，$f_0 = 1$，而且 $f = 0.50$，是典型值。我们能够看见 ARCH 模型同以前讨论的 AR 模型有相似性：被观测到的值，C 再次是未
83 观测到的序列的结果，e 是依赖过去自身的实现。然而，ARCH 模型是非线性的。小变化似乎跟随着小变化，而大变化跟着大变化，可是，征兆就不会被预测。因为 ARCH 是一个非线性的模型，大变化将放大，而小变化将收缩。这导致胖尾陡峰分布。

ARCH 模型被改为也依赖于过去的 s 变量。Bollerslev（1986）以下列方式正规化了一般的 ARCH（或 GARCH）模型：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$C_n = s_n * e_n$$
$$s_n^2 = f_0 + f * e_{n-1}^2 + g * s_{n-1}^2 \qquad (5.14)$$

对于 GARCH 一般是典型地设 $f_0=1$，$f=0.1$ 和 $g=0.8$，尽管所有这三个变量能从 0 到 1 变化。GARCH 也产生了胖尾陡峰频率分布。等式 (5.13) 和 (5.14) 是基本的 ARCH 和 GARCH 模型；存在许多变化（鼓励那些要求完成更多图片的读者去咨询 Bollerslev、Chou 和 Kroner（1990），做了一个漂亮的观察）。扩大了的 ARCH 和 GARCH 模型成为和谐特征的典范，以至于模型能较好地与经验观测一致。然而，这里作为我们的目的，在 ARCH 和 GARCH 过程的规模变化的性质里，没有变化，尽管变化改变了模型的理论模式。我们将在第 14 章检查这些其他的“改进”。

因为基本的 ARCH 和 GARCH 模型有许多符合经验数据的性质，模拟，被模拟的 ARCH、GARCH 的值，对 R/S 分析是非常优秀的检验。

图 5.9 表明了如上所描绘的、对于 ARCH 模型的 V 统计图。对于高于期望值的短时间的周期，模型有明显的 R/S 谱，而对于低于期望值的较长时间周期也如此。这意味着 ARCH 过程有短期随机性和长期反持续性。取AR(1) 的残差，图表显示，未受到任何影响。这个特征反映通常与基本 ARCH 有关的“均值回复”行为。 84

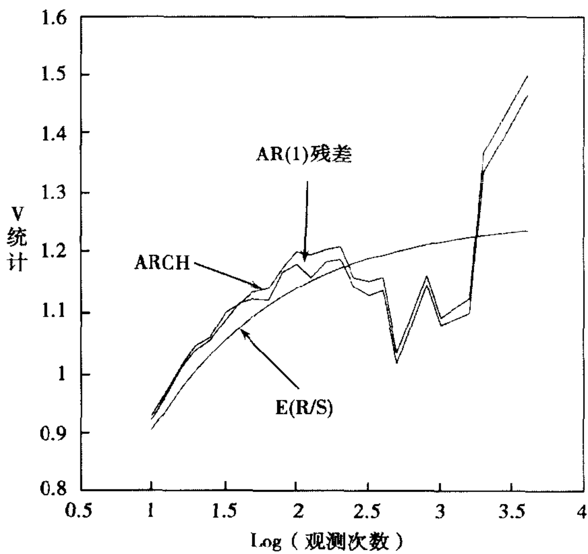


图 5.9　V 统计，GARCH 过程

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

在其他方面，GARCH 有很勉强的持续值，如同在图 5.10 中所表示。可是，它们在 5% 的水平上并不显著。再者，AR(1) 的残差不影响规模变化过程。遗憾的是，这些标绘图与图 4.2 中的日元/美元的 *R/S* 分析不匹配，尽管 GARCH 通常被认作是通货的合适模型。我们将在随后几章进一步考察这一差异。

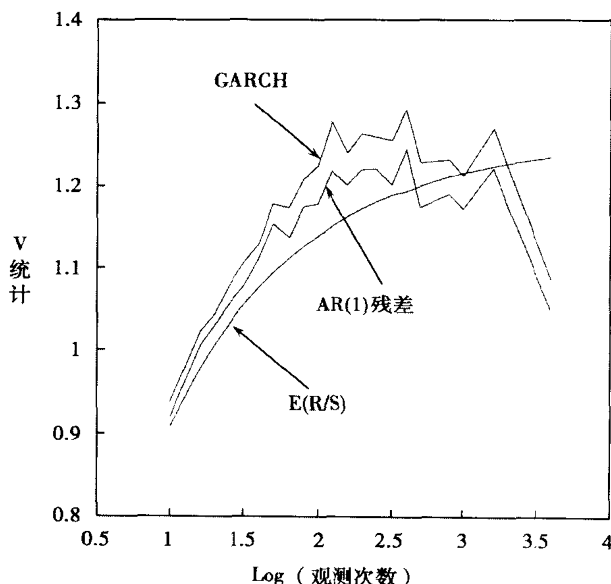


图 5.10　*V* 统计，GARCH 过程

5.2.6　随机模型所产生的问题

以上简要汇总的 4 个模型就市场而言，对于赫斯特过程来说，是最流行的替换模型。每一个模型都似乎抓住了某种市场的经验发现物，但是，至今完全令人满意的却一个也没有。问题好像是，每个模型都提出一个局部的市场性质。许多这样的局部性质似乎都与某些、而不是与所有的投资起点联系在一起。例如，AR 过程具有极高频率的数据特性，诸如月收益；GARCH 则是一个非自相似的胖尾陡峰分布，GARCH 的参数表现出周期依赖性，它不是常数，且一再被作为规模调整。总之，这些模型确与分形市场假说不符，而当调查周期性特殊数据时它们肯定会被认为如此。有一个例外是 ARIMA 族模型的分形的说法，可这一重要类型的讨论要等

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

到第13章。另一个例外是IGARCH模型，它具有无限无条件方差而非有限的条件方差，这一模型在第14章讨论。

5.3 小 结 85

这一章里，我们进行了 R/S 分析的显著性检验。我们发现，一个由Anis和Lioyd发展起来的较早的公式的经验修正将计算独立随机变量的 R/S 统计的期望值。从这里，我们已能够计算赫斯特指数的期望值 H。方差，又是通过蒙特卡洛模拟，被发现是 $1/T$，这里，T 是观测的次数。当我们检验一些资本市场的流行随机模型时，我们发现它们没有一个展示了持续性的Hurst效果，同时短期记忆过程被过滤掉。ARCH和GARCH序列既不能被过滤，又无法展示在原始形式下的长期记忆。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

86

发现循环：周期与非周期

对于一些技术性分析，发现循环是市场分析的同义词。意念中的市场，像许多自然现象一样，有规律性的落潮和流动，是有些令人兴奋和鼓舞。这些技术人员相信，隐藏在噪声和不规则扰动背后，存在一个规律的市场循环，这个循环驾驭和驱使着市场的基础的，像钟表一样工作的机制。这一“循环”对粗心大意的投资者已证明是无常和易变的。有时它们循环，有时它们不循环。诸如谱分析这样的统计检验，仅仅发现相关噪声。所有与之相涉的，在市场与经济里对循环的研究都已证明无效。

遗憾的是，西方科学通常研究规律或周期性循环，或那些具有可预测性的发生的事物的程序表。这一传统大概可以追溯到科学的源头。最初，周期性或规律表现在季节上有变化，而且对于季节变化狩猎和农业提出计划的要求。再者是天文学揭示了月亮和太阳的规律性的循环。基础性的构架，像 Stonehenge 那样，是依据春分和秋分的点的规律做出的。因为古希腊人也揭示它们是光滑、对称和规律的循环。他们甚至相信自然绝对是一个完美的循环，而且，Aristotle 创建了一个在完美循环中天体运动的宇宙模型。后来，像钟摆这样的机器，就是依据规律而周期运动，这在传统上发展起来了 Newton 的机械力学和数学形式上的周期循环的分析。

87 问题早就出现。历法导致了几百年的冲突；即使现在，问题尚未圆满解决。月历法和日历法不一致。我们的每一天是依据地球围绕自身轴的运转，而每年是依据地球围绕太阳的运转。我们愿意每一日历年与每一月历年保持有相同的天数。很遗憾，这不可能。补整这一规则的缺少，我们每 4 年给日历年多加一天。通过这一方法，我们在一个不规则的系统上强加

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

了一个规则。

西方音乐基于符合八度音之内的12音音节。遗憾的是，完美的调整半个音级（以便使它们纯洁，而且没有节拍）导致一个12音音节小于一个八度音。对于这个问题最流行的定位把差异扩散到所有的音符。这一“均等倾向调节”在大多数情况下适用，可这又是一个企图将规则强加于一个不规则系统的例子。

在天文学上，人们观测到，遨游在太空的恒星，行星并不遵遁规则的路径运行，而是经常转换运行方向，这成为它的主要运行方式。希腊人一直相信，大自然憎恶任何由不规则圆组成的行星系统，就像Aristotle早期提出的那样。结果，Ptolemy和他的追随者们发展了一个精致的程序表来表明，观察过的不规则性是能够从未观察过的规则性中得出结果的。例如，行星的反向现象就是以下列方式解释的。行星，当环绕地球（在一个完美圆里的循环时）运行时，还沿一较小的圆环绕运行，非常类似我们的月亮围绕地球以及它们一起围绕太阳运转一样。这两个规则运动同时发生，导致了一个观测到的不规则性摆动。这个方法解释了行星运行的不规则性，同时保持了自然的基础结构还是有规律的这一思想：大自然控制下的结构仍然是规则的。托勒米模型（Ptolemaic Model）对解释观察现象和预测在遥远的未来的行星运行很起作用。遗憾的是，它的基础理论是错的。

在时间序列分析中，它的焦点一直放在规则、周期循环上。在傅立叶分析中，我们假定形成时间序列不规则形状的是许多周期sine波集合，它们各自都有其不同的频率和振幅。谱分析试图用不明显的循环来分裂已观察到的不规则时间序列为这些正弦波。功率谱里的陡峰被认做循环行为的证据。正如托勒米宇宙模型，谱分析强加给已观察的无周期时间序列上一个未观察到的周期结构。它不是一个循环，而是一个正弦波或余弦波。

Granger（1964）第一个提出，谱分析可以供市场时间序列使用。他研究的结果是无说服力的。许多年来，人们做了各种各样关于这些数据的转换，以便找出直觉感到循环存在的证据来，可就是找不到。最后，这个领域里的大多数人放弃了这种寻找，并且得出结论，循环就像个赌徒在赌博时的幸运牌运——这是一个错觉。 88

遗憾的是，不存在任何直观的理由使人相信，市场或经济的循环基础与正弦波或任何别的周期循环有关系。谱分析将是一个不恰当的市场循环分析的工具。在混沌理论里，非周期循环存在。这些循环有一个平均持续，但一个未来循环的确定的持续是未知数。这就是我们应该寻找的吗？

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

假如是这样的话，我们需要一个更稳健的循环分析工具，一个既能探测周期又能探测非周期的工具。我们很幸运地找到了这一工具，*R/S* 分析就具有这一功能。

在这一章开始时，我们检验了 *R/S* 分析在揭示周期循环上的有效性，甚至于当循环被相互强加时。我们将转向非周期循环与混沌系统。这一章里总结了检验一些已知用来展示非周期循环的自然系统。我们将在第7章中转向分析市场。

6.1 周期循环

Hurst（1951）第一个意识到，基础周期能被 *R/S* 分析探察到。周期系统依赖于有限循环或一个与吸引子同类的循环。比如，它的相空间刻画应是一个有界集。在正弦波的情形下，时间序列可能被波的放大所界定。因为极差不可能在放大之外部增长，在一个循环之后，*R/S* 值可能达到最大。Mandelbrot 和 Wallis（1969a～1969d）做了一个计算机模拟的扩大序列，特别是考虑到在时间上的技术实用性。我们将重复和扩大那些实验当中的某些实验，以便当着众多的周期因素，表明 *R/S* 分析的行为。

我们先使用简单的正弦波：

$$Y_t = \sin(t) \tag{6.1}$$

这里，t = 一个时间指数。

图6.1显示，正弦波为100个重复的循环长度的Log/Log标绘图。在
89 $t = 100$处的断点明显的体现出来。其他的方法，如谱分析，能很容易地发现如此简单的周期要素。*R/S* 正是用了这个方法，才抓住这个如此重要的过程。实际上，当正弦波涵盖了一个完全循环时，它的极差停止增长。因为它达到了它的极大振幅。它的最大极差，从峰顶到谷底来说，对500个观测值和对100个观测值差异不会很大。平均的 *R/S* 在100个观测值之后停止增长。

Karl Weirstrass，一个德国数学家，第一次创造了分形函数。这个函数是处处连续的，可又处处不可导。函数是一个正弦或余弦波在振幅减小时的无穷和，在根据不同的因子频率增加时。West（1990）扩大的使用了这一函数作为分形的介绍。这里，我们将看到 *R/S* 如何不仅确定最初



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

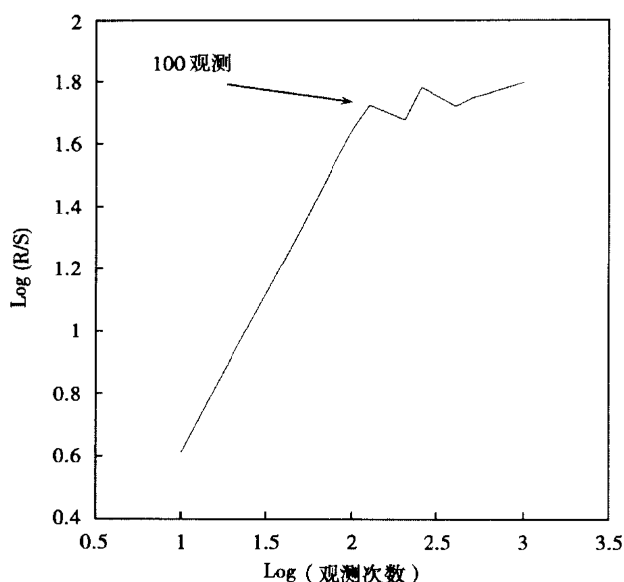


图 6.1　R/S 分析，正弦波，循环 = 100

的循环，而且也确定基础性的循环，只要子循环是一个小而且有限的数。

魏尔斯特拉斯函数（The Weirstrass Function）附加了一个正弦波的无穷数。我们就从这个具有振幅为 1，且是主要的、基础的频率 w 开始。90
第二个调和项是以频率 bw 和振幅 $1/a$，及 a 和 b 大于 1 被添加的。第三个调和项具有频率 b^2w 和振幅 $1/a^2$。第四项有频率 b^3w 和振幅 $1/a^3$。如同一个连续函数一样，级数据此法以至无穷。每一项具有一个大于前一项的 b 的幂和一个较小的幂的振幅。根据第 1 章的等式（1.5），画出这个可能是曲线ln(a)/ln(b)的分形维 D。魏尔斯特拉斯函数的正式等式，写成傅立叶级数（Fourier Series）形式如下：

$$F(t) = \sum_{n=0}^{\infty}(1/a^n) * \cos(b^n * w * t) \qquad (6.2)$$

图 6.2 表明了使用魏尔斯特拉斯函数的前四项（$n=1$ 到 $n=4$）。图 6.3 表明了已发生的前四项，揭示了循环的重叠。最后的图形是四个正弦波的和，每一个有它自己固有的频率和振幅。对于小的时间增量，极差一旦穿过最小频率的循环长度，随即迅速增加。它将在下一个较长的频率再

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

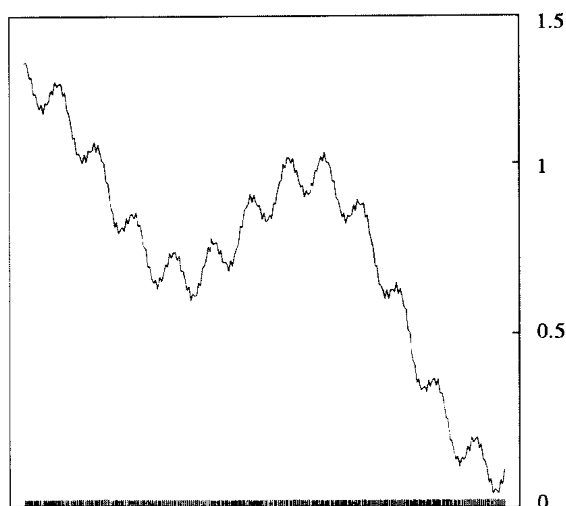


图 6.2　魏尔斯特拉斯函数

91

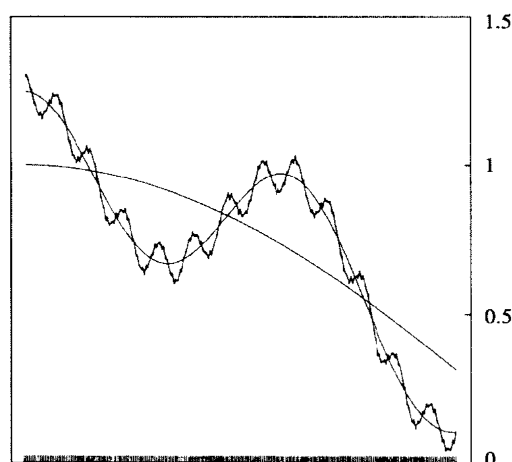


图 6.3　魏尔斯特拉斯函数，前四个频率

度开始增长，可它也有较短的重叠的频率，因而导致“噪声较多的”循环。这个极差将继续增长直到达到它的循环终点；这个极差在没有找到下一个较长的频率时不停止增长。这个频率的极差一再增长，但是它有另外两个较短的重叠的频率。作为结果，它仍然呈现出较多的噪声。最后的、最长的频率会像其他的频率那样做出反应。

对于 R/S 分析的 Log/Log 标绘图在图 6.4 中表示出来。每个频率循

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

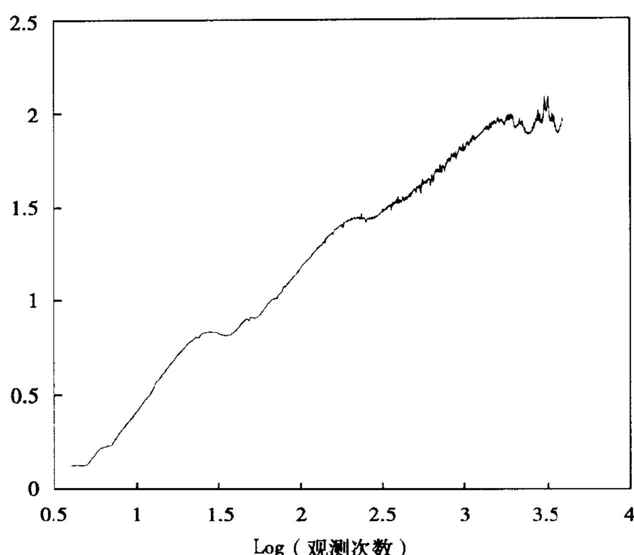


图 6.4　R/S 分析，魏尔斯特拉斯函数

环的结尾，亦即下一个循环的开始，在 R/S 标绘图里“断裂”和平展清晰可见。注意每个频率的斜率也下降了。对于最短的频率，$H=0.95$；对于最长的频率，$H=0.72$。对于第二个最短的频率的 R/S 标绘图部分在它的起始点包括一个“碰撞”。这个碰撞是较短的、前期的频率的显露。在第三个最短的频率，两个碰撞依稀可见。然而，通过第三个频率，自仿射结构的重叠太参差不齐了以至于无法辨别较小的结构。这导致我们做出 R/S 分析能够觉察循环内的循环的结论，假如循环的个数小于 4。在较 92
大的个数时，循环就变得模糊不清了。假如有一个个数无限的循环，一如魏尔斯特拉斯函数，那么 Log/Log 标绘图就是一个 $H\approx0.70$ 的直线。

有一个更容易的方法去看什么时候 Log/Log 标绘图里的断点出现，并较好地估计循环长度。下面的简单统计检验就是 Hurst（1951）最初用来检验稳定性的。我还发现，它给出了一个更精确的循环长度的度量，它在噪音的方面特别管用。这个被称为 V 的统计，有如下表示：

$$V_n=(R/S)_n/\sqrt{n} \tag{6.3}$$

假如 R/S 统计是依时间的方根而规模变化，这一比率将导致一个水

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

平线。换句话说，假如过程是独立的，随机的，针对Log(n)的 V 标绘图将会是平的。另一方面，假如过程是持续的，而且 R/S 以快于时间方根（$H>0.50$）的比率规模变化，那么图形将是向上倾斜。相反，假如过程
93 是反持续的，（$H<0.50$），那么图形将是向下倾斜。通过在 y 轴上的 V 和在 x 轴上的Log(n)的标绘，这些断点将出现，此时 V 图展平。在那些点上，长期记忆过程是发散的。

图 6.5 显示了对于魏尔斯特拉斯函数的 V 统计。注意在每一个周期

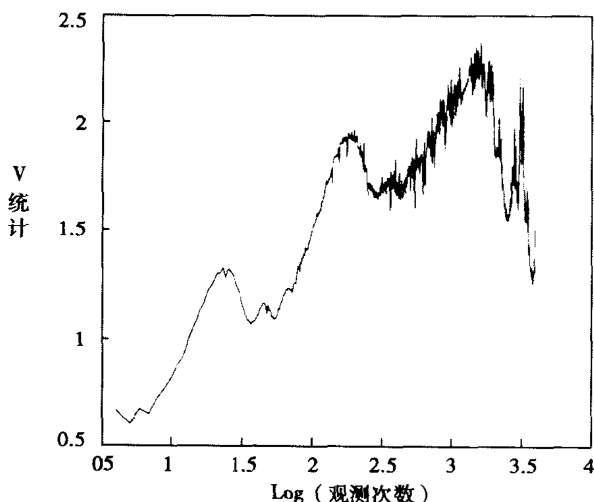


图 6.5 魏尔斯特拉斯函数，V 统计

循环结尾处的斜率的平展。由于检查在每一区间的 V 的最大值，我们能够估计每一频率的循环长度。

从图 6.5 我们能看到 R/S 分析的真正能力在于确定周期循环，甚至当它们是重叠的时候。但是，我们对于周期循环还有其他工具。R/S 分析的真正力量是发现非周期循环。

6.2 非周期循环

一个非周期循环没有绝对的频率。但它有一个平均频率。我们熟悉许
94 多具有绝对频率的过程，它们趋向于巨大而且相当重要的系统。这些包括我们的地球围绕太阳一周所需的时间，也包括我们的行星以地轴自转运行所需的时间。我们已发展了钟表和日历，由它们把这些频率分割成称为



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

年、月、日或小时的增量。这些季节性的模式真像是纯粹的周期。以这个顺序，春季过后紧跟着是夏季、秋季和冬季。春夏秋冬，寒来暑往。每次我们使用循环就是在暗示周期性。而且，我们知道一些具有周期的事物，但是我们不能精确的保证每个周期能持续多长。地球气候的四季模式是完美的周期，而我们知道，高温会紧跟着更高温，导致一个“热浪”。我们还知道，热浪持续的时间越长，就越意味着热浪已接近尾声。但我们不知道确切的结束时间。

我们现在知道这些非周期循环可能有两种来源：

1. 它们可能是统计循环，以持续（长期相关）和在方向上突然变化的赫斯特现象为例；
2. 它们可能是一个非线性动态系统的结果，或决定性的混沌。

现在，我们概括地讨论一下这两个系统的不同之处。

6.2.1 统计循环

第4章里仔细检验过赫斯特过程，它是一个可以被描述为有偏的随机游走过程。不过，这个有偏在方向上和宏观上可以突然变化。这些有偏的突然变化由 Hurst 以他的概率扑克的王牌所模型化，给予了循环的显示。遗憾的是，除了统计结构的稳定性，王牌的显露是一个随机事件。因为王牌的概率基于重置（Replacement），没有什么方法可预测王牌何时将现。当 Mandelbrot（1982）说“循环什么也没说”，假如经济循环是一个赫斯特过程，他的意思是循环的持续性没有意义并且不是时间序列单独的产物。相反，王牌的出现归因于某些外生的可能或不可能预测的事件。以这个眼光看，赫斯特“循环”没有平均长度，而且 Log/Log 的标绘图无限的规模变化。图 6.6a 表示了一个 $H=0.72$ 的模拟的时间序列。这个时间序列“看起来”像一个具有“噪声”的，且正负运行和通常数量的股票市场运行图。图 6.6b 是对一个相同序列的 R/S 分析的标绘图。尽管序列在长度上超过 8000 个观测值，但仍然没有从趋势线里衍生出趋势倾向，没有平均循环长度。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

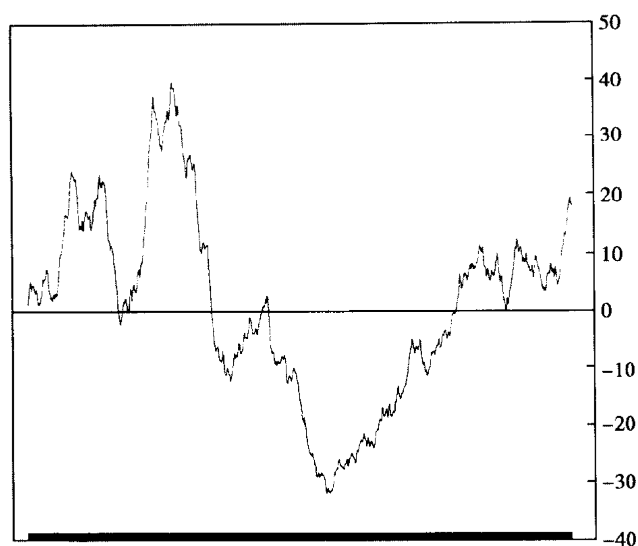


图 6.6a　分形时间序列；$H=0.72$

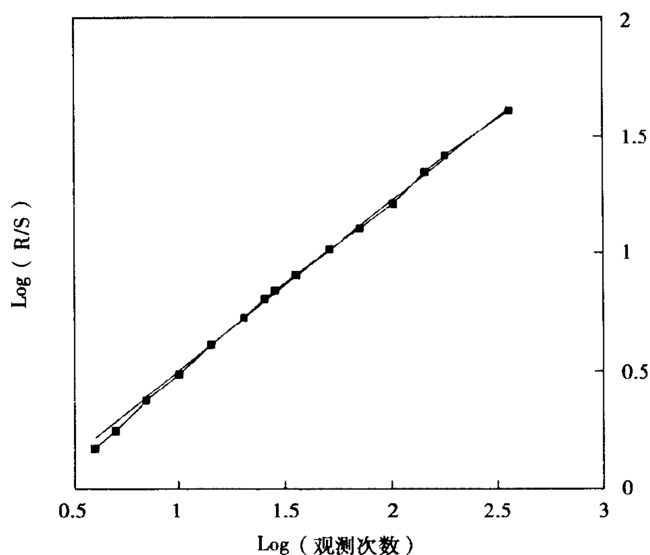


图 6.6b　R/S 分析，分形时间序列：$H=0.72$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

6.2.2 混沌循环

非线性动态系统是一个能展示飘忽不定行为的确定性系统。当讨论混 96
沌时，它通常考虑混沌映射，映射通常是一个迭代的微分方程系统，比如著名的逻辑斯蒂克方程（Logistic Equation）：

$$X_t = a * X_{t-1} * (1 - X_{t-1}),\quad 0 < X < 1$$

这种类型的方程是一个奇妙的教学工具，因为它从统计上，决定性的产生随机数。因此，作为市场和经济分析的工具，方程并不实用。迭代映射，像逻辑斯蒂克方程，展示了每一次迭代的混沌；那就是，它们的记忆长度是极短的。它们不能展示我们在经济学和投资中看到的循环类型。

相反，我们将研究混沌流，相依微分方程的连续系统。这种系统被用来建立大的生态系统（像气候）和热动力系统。这种类型的最有名的系统是值得赞美的洛伦茨吸引子（Lorenz Attractor，1963），它在许多文章中是非常经典的而且被 Gleick（1987）充分讨论过。

一个较简单系统是麦凯－格拉斯（Mackey－Glass，1977）等式，它是由模拟血红细胞生产的模型而发展的。它的基础假定是，当前的生产是根据过去的生产以及当前的测量而进行的。在生产与当前水平的测量之间的耽搁产生了一个涉及到延滞的“循环”。因为系统是非线性的，过量或不足量生产趋向被放大，导致非周期循环。非周期循环的平均长度却是非常靠近延滞的时间。麦凯－格拉斯等式的另一个性质是它是一个延滞微分方程：它具有有限数目的自由度，更像市场。这个品质，当然，使它成为模拟的优秀候选者。延滞微分方程可以转变成一个如下的微分方程：

$$X_t = 0.9 * X_{t-1} + 0.2 * X_{t-n} \tag{6.4}$$

不规则的程度以及依赖时间滞后 n 的基础分形维，方程给变化的滞后及使用过的循环提供了方便。我们能够使用麦凯－格拉斯等式检验我们的假设：R/S 分析能够估计非周期循环的平均长度。

麦凯－格拉斯等式在等式（6.4）的描述是初始的延滞微分方程变为 97
微分方程。在这个形式里，它能以容易的电子表格来模拟。起始具有 $n=$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

50 的滞后，步骤是：

1. 嵌入 0.10 在 A1 方格。在 A 栏向下复制 0.10 前 50 个方格。
2. 在方格 A51，敲入：$0.9*A50+0.2*al$。
3. 向下复制方格 A51，共 8000 个方格。

当变化滞后为 n 时，在 A 栏第一个 n 格输入 0.10。按如上运行过程，步骤 2 在方格 $A(n+1)$ 开始。

图 6.7 表明了这个检验中所用的 8000 个观测值中的前 500 个。它们标记了不规则循环的长度一个，非线性动态系统的典型。图 6.8 表明了对全部 8000 个值所做的 R/S 分析的标绘图，其显示当 $n<50$ 时，$H=0.93$。可是，当 $n>50$ 时，斜率实际为零，表明最大极差已达到。这个光滑的决定性系统的麦凯－格拉斯等式具有逼近 1 的赫斯特指数。图 6.9 表明了对于相同值的 V－统计标绘图。循环长度在逼近 50 个观测值时容易显示。在图 6.10 滞后就第 100 个观测值改变。断裂点在 R/S 图里当
98 $n=100$时发生，符合 R/S 分析能够检测不同的循环长度。鼓励读者去变化麦凯－格拉斯等式的滞后以便检验这一结论。

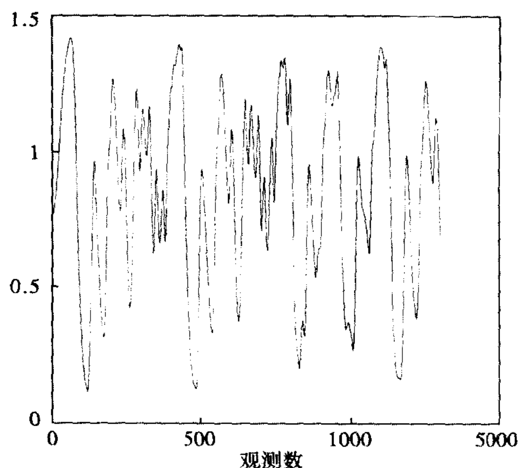


图 6.7 麦凯－格拉斯等式：观测值滞后＝50

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

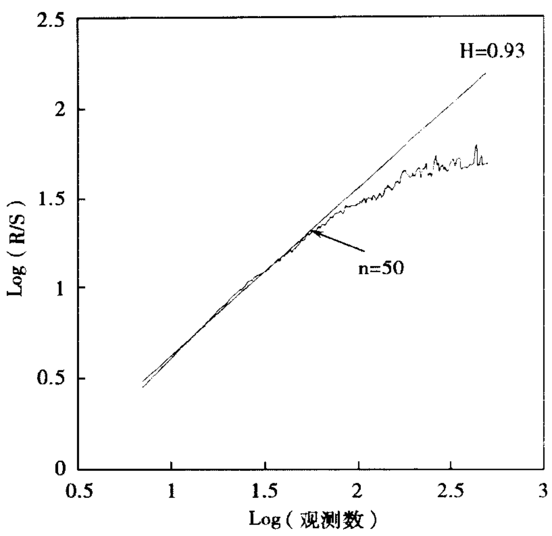


图 6.8　*R/S* 分析，麦凯－格拉斯等式：观测值滞后＝50

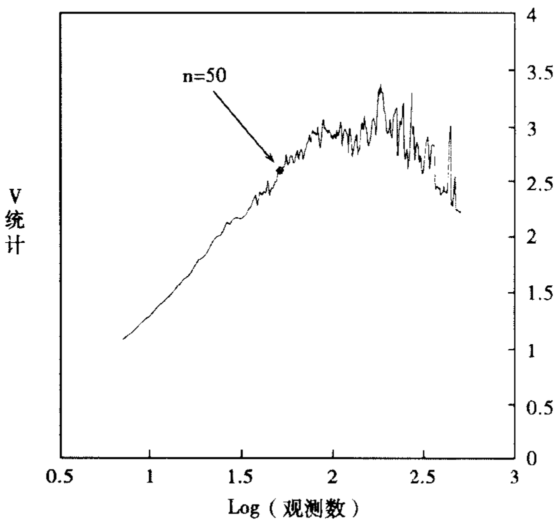


图 6.9　*V* 统计，麦凯－格拉斯等式，观测值滞后＝50

6.2.3　添加噪声

图6.8表明 *R/S* 分析能够确定一个大 *H* 值的非周期循环的平均长

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

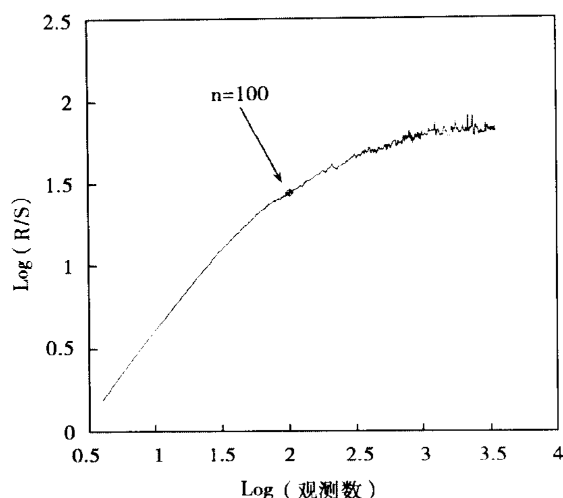


图 6.10　*R/S* 分析，麦凯－格拉斯等式，观测值滞后＝100

度。在缺乏噪声的情况下，许多检验工作做得很好，可是，一旦一个小数量的噪声被添加上去，检验过程就会失效。例子包括庞加莱截面（Poincaré Sections）和相空间重构（Phase Space Reconstruction）。这样，因为 *R/S* 分析被用做测度系统里的噪声数量，我们可以预期 *R/S* 分析对于噪声的作用将会更稳健。

在动态系统里有两种类型的噪声。第一个叫做可观测的或可加性噪声。系统不被这些噪声所影响；相反，噪声是一个测度问题。观测者有一个精确测量系统输出的麻烦，以至于记录的值有一个添加的噪声增量。
100 例如，假定你正在研究龙头水滴之间的时间。你在桌子上放置一个测量仪器并在滴水现场放一个麦克风，记录精确的水滴击打底部的声音。遗憾的是，你是在一个许多人也在做实验的忙忙碌碌的实验室里。每次有人从身边走过时，你的测量仪器有点晃动，当水滴击打麦克风时它改变了时间。添加噪声对于过程是外生的。它是观察者的问题，不是系统的问题。

很不巧，当大多数人们考虑噪声时，他们考虑添加的噪声。然而，第二种噪声的类型，叫做动态噪声，甚至可能更普通而且有更多的问题。当系统解释噪声输出为输入时，我们有动态噪声，因为噪声侵袭了系统。我们将在第 17 章更接近地检查动态噪声。

可现在，我们将处理添加的噪音。图 6.11 显示了与图 6.7 所显示相

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

同的点，具有一个标准差的添加噪声。时间序列看上去更像一个自然的时间系列。图 6.12 显示了 R/S 标绘图，这里，$H=0.76$。添加一个标准差的噪声已经降低了赫斯特指数，正如所预期的那样，因为，时间序列现在 101
更是参差不齐。图 6.13 的 V－统计也未受到大量噪声添加的影响。循环长度在 $n=50$ 的时候，仍然可以被估计。

R/S 分析就噪声来说是特别的稳健——确实，它似乎是兴旺发达于此。

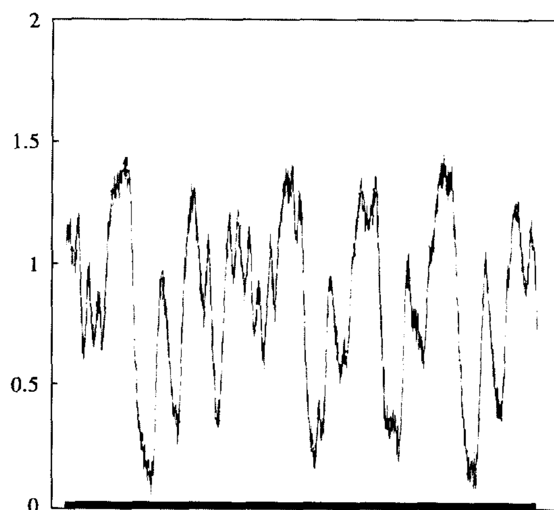


图 6.11　麦凯－格拉斯等式，添加的观测噪声

6.2.4　一个实验的例子：太阳黑子

在《资本市场的混沌与秩序》一书中，我考察了太阳黑子。这里我重复那个研究，且使用一种在这一章介绍过的新技术。

太阳黑子序列来自于 Harlan True Stetson 的《太阳黑子和它们的影响》（*Sunspots and Their Effects*）（1938），时间序列包含了从 1749 年 1 月到 1937 年 12 月每月的太阳黑子数。这个时间序列是由那些逐日看太阳和数黑子个数的人们记录的。有趣的是，假如大量的太阳黑子密集的聚在一起，它们就被看作一个大的太阳黑子。正如你能看见的，即便是使用月平均，在这个序列里的观测噪声将是一个问题。除此之外，太阳黑子系统是以具有 11 年的非周期循环而闻名的。11 年的循环是从观测得到的。图

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

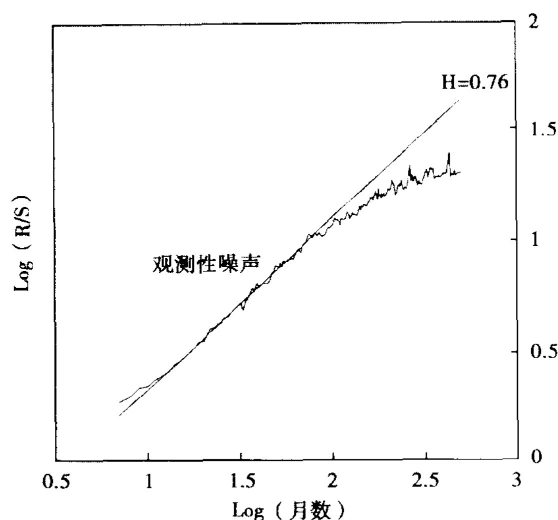


图 6.12 R/S 分析，具有观测性噪声的麦凯－格拉斯等式

102

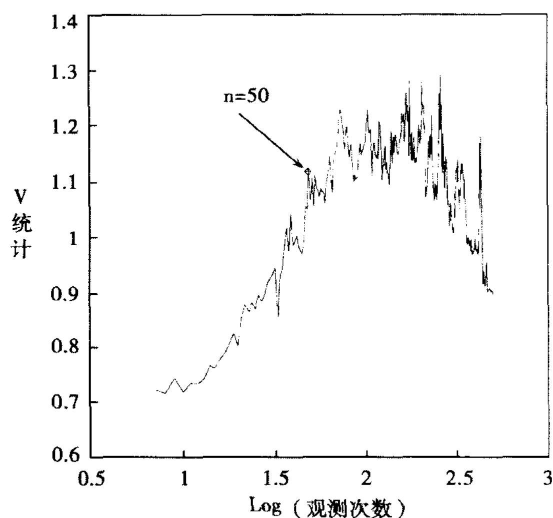


图 6.13 V 统计，麦凯－格拉斯等式；观测值滞后＝50

6.14 表示了太阳黑子数的 R/S 标绘图。n 在小值时有平展的斜率，它表明了在短频率下观测性噪声的影响。一旦斜率开始增加，当 $n<11$ 时，我们得到 $H=0.72$。在逼近 11 年时，斜率展平，表明了非周期循环的长度，事实上，逼近 11 年。图 6.15 的 V－统计标绘图更加坚定了循环是逼近 11 年。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

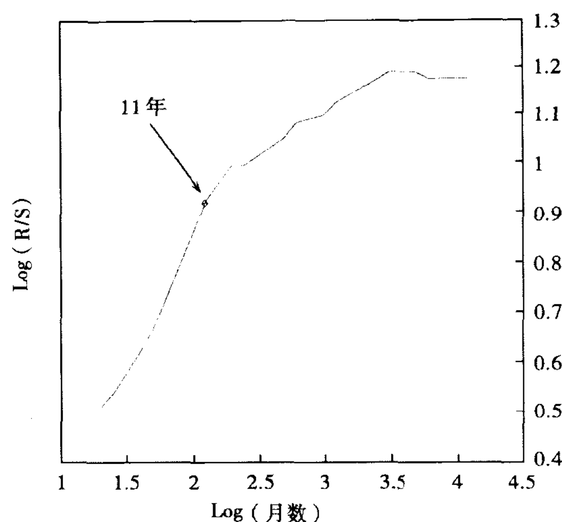


图 6.14　*R/S* 分析，太阳黑子：1749 年 1 月～1937 年 12 月

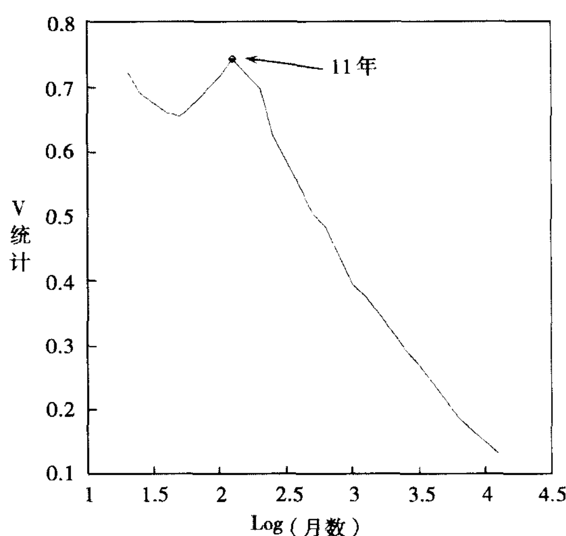


图 6.15　V 统计，太阳黑子：1749 年 1 月～1937 年 12 月

6.3 小　结

在这一章里，我们已经看到，在一个时间系列里，*R/S* 分析不但能

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

够发现持续性长期记忆，而且它还能估计周期性或非周期性循环的长度。它对于噪声是稳健的。这使得 R/S 分析对于研究自然的时间序列，特别是市场时间序列极具吸引力。在下一章，我们将就持续和循环考察某种市场和经济的时间序列。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第Ⅲ篇

应用分形分析

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

107

案例研究方法

在本书的这一部分，我们将使用从第 4 章～第 6 章介绍的工具分析一些市场时间序列。熟悉《资本市场的混沌与秩序》的读者将在那个较早的作品里回忆这样的分析。然而，在我的早期研究与这几章的研究之间有某种重要差异。

我早期研究的基本目的是要表明有效市场假说（EMH）是无效的证据，并且市场是赫斯特过程，或是有偏随机行走。我们能够充分做到这一点。我在这里的目的是要说明一种能够运用于读者自己感兴趣的范围内的技术。这样，这里所做的研究更多的是一步一步的过程。每个被挑选出来的例子用以研究一个特定的组成部分，或是一个运用 R/S 分析以及如何补偿的问题，作为理解市场而进行的研究，研究的兴趣放在研究自身上面。作为事例他们被挑选出来，以便于读者能在他们自己感兴趣的领域运用 R/S 分析。

这个研究将使用前几章介绍过的显著性检验和数据比较方法。在我的前面的书里，那些方法还没有被设计出来；实际上，我的 1991 的著作因为 R/S 分析的“力量”是未知的而受到批判。运用显著性检验，我们现在能够分析我们正在处理的系统类型。正如在第 2 章中已提到的，一旦投资起点被扩大，不同的市场实际上有不同的结构。

这章是以对在分析中使用的方法论的讨论开始。然后，我们就一个个
基础案例分析不同的市场。R/S 分析将被用在不同的时间序列上，而将 108
结果与在第 5 章里探讨过的各种各样的可能的随机模型进行对比。紧随市场分析之后的，将是某些经济数据的分析。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

7.1 方法论

我们将就资本市场对数收益的$AR(1)$残差进行分析。$AR(1)$残差被用来消除——或至少最小化——线性依赖。正如我们在第5章中看到的，线性依赖可能偏离赫斯特指数（当没有长期记忆过程存在时，可能使这一点看起来显著），或是一个1型错误。由于使用$AR(1)$残差，我们最小化有偏，而且我们希望减少那些无关紧要的结果。过程通常叫做“预先白化”或“从属倾向”。后边这个术语将被用在这里。从属倾向不适用于所有的统计检验，尽管它似乎在这里被使用了，不管它本身愿意与否。作为一些检验，从属倾向可能掩盖显著性信息。而且，在R/S分析的情况下，从属倾向将消除序列相关或短期记忆，以及通货膨胀增长。前者是个具有非常高的频率数据的问题，诸如5分钟收益。后者是一个低频率数据问题，诸如60年的月收益。这样，对于R/S分析，短期记忆过程比通货膨胀问题有更多的问题，一如我们要看到的：

我们开始于一个对数收益序列：

$$S_t = \mathrm{Log}(P_t / P_{t-1}) \tag{7.1}$$

这里，S = 在时间 t 的对数收益；P_t = 在时间 t 的价格。

那么，针对于独立变量 S_{t-1}，我们回归依赖变量 S_t，得到截距 a，斜率 b。S_t 的$AR(1)$的残差减掉了 S_t 对 S_{t-1}的依赖性：

$$X_t = S_t - (a + b * S_{t-1}) \tag{7.2}$$

这里，X_t = S 在时间t 时$AR(1)$的残差。

$AR(1)$的残差方法不能消除所有的线性依赖。然而，Brock，Dechert
109 和 Sheinkman（1987）认为，它消除了足够的依赖，降低了非显著性水平的影响，而不论 AR 过程是在水平2还是在水平3上。

R/S 随后就被实施了，开始于第4章里提供的逐步指导的步骤2。我们以步骤2作为开始，是因为步骤1已经在上面介绍过了。

即使在这个早期的阶段里，这个方法与 Peters（1991b，1992）使用过的另一个方法，也存在着一些重要的差别。这些差别可追根寻源到 Pe-

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

ters（1989）的观点。我们现在仅使用包含起点和终点的时间增量，即我们使用时间的偶数增量。以前的所有时间增量，n 都被使用。假如有少于 n 的数据点最后被留下来，它们即不再使用了。因为有许多 R/S 样本，而且剩下的点的数目是小的。例如，一个 $T=500$ 个观测值的时间序列，当 $n=40$ 时，具有 20 个未使用的观测值，或是样本的 4%。这 12 个样本的均值将是 $R/S_{(50)}$ 的真实值的一个良好的估计，而且未使用的 20 个观测值的影响将最小化。当然，$n=200$ 时，仅仅有两个值，并且有 100 个未使用的观测值，或样本的 20%。这对于 500 个观测值的 $R/S_{(500)}$ 的值将是不稳定的；那就是，R/S 的值可能被起点值所影响。这样做出的 $R/S_{(200)}$ 的数量不多的数值对于具有 500 个观测值的时间序列误导。n 的值的使用包括起点和终点（第 4 章步骤 2），这将明显减少有偏。

即便这种方法消除了偏误，它将提出另一个问题。因为，我们要使用偶数时间增量，我们需要提供大多数除数 T 的值，以便有一个合理的 R/S 值的数目。这样，T 的奇数值，如 499，将不被使用。使用 450 个数据点比 499 个数据点好，它有 9 个除数，而 499 有更多的数据点，可它只有两个除数。当我们对 R/S 的规模变化有兴趣时，拥有更多的 R/S 值肯定比拥有较多的数据值提出更高的要求。

7.2 数　　据

我们在第 8 章里开始于取自道·琼斯股票的逐日价格文件的事实的序列。这个价格文件覆盖了从 1888 年 1 月到 1990 年 12 月，102 年的逐日资料，包含 26 520 个数据点。正如我们以上所讨论的，大量的数据点不是 100% 所要求的。我们将计算不同时间起点的收益，以观察 R/S 行为是否依赖所用的时间增量而变化。对于在不同区间抽取时间序列样本的这一 110
数量。对于这样一个长的序列，我们能够调查“过量抽样”是否导致有偏。

我们能够预期大量当我们改变抽样区间时所发生的事：

1. 当我们增加抽样区间时，赫斯特指数能够被预期增加。在较短的区间或较高的频率，在数据里对于较多的噪声有一边界。低频率抽样将最小化噪声的影响，并且消除了可能存在于较高频率的任何分数式的噪声。正如我们在魏尔斯特拉斯函数所见，高频率循环的相加使得时间序列更参差不齐，以至于减少赫斯特指数（或

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

增加分形维）。较低频率的抽样“略过”了较高的频率。

2. 存在于较长区间的任何“循环”应该保留。假如一个循环呈现在1日的1000个区间，那么，在10日的100个区间也应该显露。

3. 假如过程是一个高斯随机行走，前两点将不成立。白噪声显示在相同的所有频率中（就像我们在录音机中听到的“嘶嘶”声，它好像在所有速度都是一样的）。而且，没有循环。假如 R/S 图在逐日区间显示一个断裂点可在10日区间没有出现，逐日区间图的断裂点是人工制品，而非真正的循环。

7.3 稳定性分析

对于一个长的时间序列，我们能够借助于 R/S 分析来研究稳定性。Greene 和 Fielitz（1977，1979）曾提出，R/S 分析对于所有起点都理想地适用。这就意味着，一个 R/S 值可能是重叠时间区间的平均值。当存在一个短期数据集时，没有任何理由能使人相信，这个方法是有效的，尽管乍一看，它好像有效。然而，使用重叠区间意味着，R/S_n 估计不是一个来自于无返回时间序列、独立抽样的结果，相反，抽样是由返回做出的。所有这些在前几章被提到的置信检验，要求独立样本（无返回）。每当我们对一个 n 值计算 R/S 值时，我们就选取一个样本。假如这些样本是独立的，我们就能平均它们，并对 n 值，R/S_n，取 R/S 平均值的显
111 著性进行估计，使用的是以前介绍过的方法。假如我们由于均值而使用重叠区间的话，我们就不再有判断 R/S 显著性估计的工具。

运用一个更易接受的方法，以一个不同的起始日期来重做 R/S 分析。作出来的结果 R/S_n 的和赫斯特指数的估计可与以前做的相比，看一看它们的结果是否显著不同。以前定义过的统计学可以用来判断显著性。像道·琼斯股票指数那样的一个长期时间序列，将允许我们针对10年一间隔的区间运行 R/S 分析。运用这个方法我们能检验市场的基础统计特征是否有明显地变化，并且检验市场是否永远经受住长期被计量经济学家们作为借口来使用的“结构性改变”的类型的考验。

对 S&P 500 标记的数据，从1989年1月2日～1992年12月31日，或是4年所拥有的数据，在第9章里已分析过了。这个信息对交易者来说非常有益，它能产生成千上万个数据。然而，必须考虑过度抽样和短期记忆的重要问题。这个高频率数据序列提供了一个机会使我们可以看到，当

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

分析“交易”数据时，那些问题是如何严峻。

第 10 章考察易变性，包括现实的和暗示的易变性。与别的序列不同的是，易变性是反持续性的。我们将考察并比较易变性的两个测度。

通货膨胀和黄金是第 11 章的主题。不像标记的数据，这些时间序列表明了不足量抽样可能的问题。

第 12 章考察通货，它以具有极强的倾向性的市场而闻名。我们将发现，它们有点不同于我们研究过的其他投资工具。

第Ⅲ篇基本上是涉及到实施 R/S 分析以及这么做可能出现的陷阱；它没有强调长期记忆的原因，而仅强调了它的测度。那些可能的原因是第Ⅳ和第Ⅴ篇的主题。对于长期记忆有许多潜在的原因，而且本书的后半部分，对所有这些潜在的原因，将在分析市场假说范围内进行充分的讨论。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

112

道·琼斯工业股票，1888～1990年：一个理想的数据集

8.1 观测值个数与时间长度

在这一章，我们将作一个道·琼斯工业股票平均值（DJIA）的强化分析。这个被广泛地注视的指数，自1888年以来，每天被印在华尔街日报上。从1888年1月2日～1991年12月31日，这104年的数据，将是我们研究的汇总文件，它包括逐日连接的道·琼斯工业股票价格。当考察期限结构的易变性时，我们在第2章使用过这个文件。这个数据文件是我们将要研究的最完整的文件。它有大量的观测数据，并且覆盖了很长的时间区间。对于S&P 500标记了的交易数据，将在第9章里使用，还包括更多观测值，可是，还有许多观测值以不需要为好。

假定我们有一个像太阳黑子循环那样的系统，它持续了11年。拥有1年的1分钟观测值，或有518 400个观测值，不会有助于我们发现这个11年的循环。因此，在第6章里，拥有188年的每月的数据或2256个观测值，对于11年循环将足够清晰可见。

在道·琼斯数据汇总文件里，我们既有观测值的长度，又有数目，我们能够从这个时间序列了解到很多东西，所有的假日都将被消除掉。这
113 样，5日收益是由5个交易日组成的。它们不必是星期一～星期五的日历周。在这一章，我们决不会使用大于一天的日历增量，不存在“每周的”、

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

“每月的”、“每季的数据”。相对的，我们使用5日收益、20日收益和60日收益。

8.2 20日收益

图8.1表明了，对于T＝1320个观测值的20日的收益数据的LogR/S标绘图，在长度上，20日收益接近一个日历月，而且，被标绘的是E（R/S_n）（使用等式（5.6）计算），它与一个系统为独立过程的零假设进行比较。对于期望值，有一个明显的系统偏差。这样，R/S图里的断裂点将在52观测点显示｛Log(52)≈1.8｝。为了准确地估计这个断裂点在哪里发生，我们使用等式（6.3）计算了V－统计，而且，在图8.2里，对应于Log（n）标绘这个断裂点。记住，V统计是$R/S_n\sqrt{(n)}$的比率。假如序列展示了持续性（$H>0.50$），比率将会增加。当斜率穿过随机行走（$H=0.50$）或是反持续性（$H<0.50$）。各自的比率将走旁路，或者下降。在图8.2里，V统计清楚地在$n=52$观测值或1040交易日时停止增长。表8.1表明了R/S_n的值和V_n。一个陡峰值在$n=52$时出现，这样，我们将运行我 114

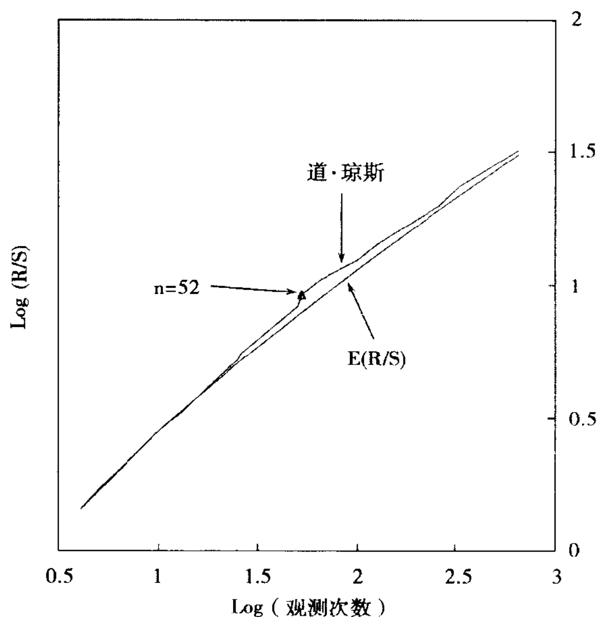


图8.1　R/S分析，道·琼斯工业股票：20日收益

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

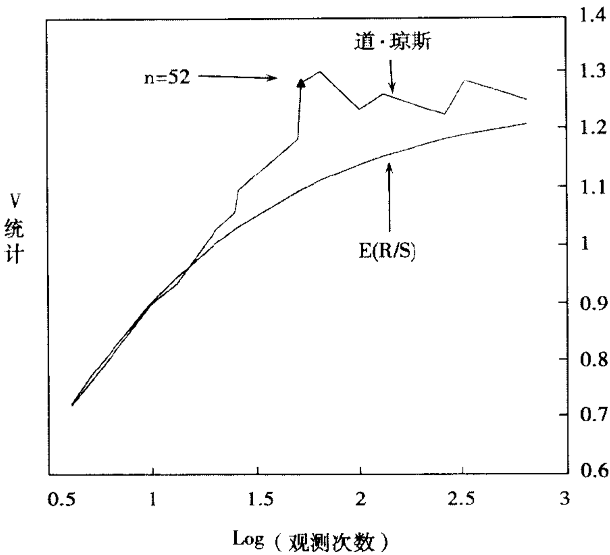


图 8.2　V 统计，道·琼斯工业股票：20 日收益

115 **表 8.1　道·琼斯工业股票，20 日收益**

n	对数（n）	R/S 道·琼斯	E(R/S)	V 统计 道·琼斯	V 统计 E(R/S)
4	0.6021	0.1589	0.1607	0.7209	0.7239
5	0.6990	0.2331	0.2392	0.7648	0.7757
10	1.0000	0.4564	0.4582	0.9045	0.9083
13	1.1139	0.5288	0.5341	0.9371	0.9486
20	1.3010	0.6627	0.6528	1.0283	1.0053
25	1.3979	0.7239	0.7120	1.0592	1.0305
26	1.4150	0.7477	0.7223	1.0971	1.0347
50	1.6990	0.9227	0.8885	1.1837	1.0939
52	1.7160	0.9668	0.8982	1.2847	1.0969
65	1.8129	1.0218	0.9530	1.3043	1.1130
100	2.0000	1.0922	1.0568	1.2366	1.1396
130	2.1139	1.1585	1.1189	1.2634	1.1533
260	2.4150	1.2956	1.2802	1.2250	1.1822
325	2.5119	1.3652	1.3313	1.2862	1.1896
650	2.8129	1.5037	1.4880	1.2509	1.2067

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

们的回归，对R/S_n值估计 H，取 $10\leqslant n\leqslant 50$。表 8.2 表明了结果。

表 8.2　　　　回归结果：道·琼斯工业股票，20 日收益

	道·琼斯工业股票 10<n<52	E(R/S) 10<n<52	道·琼斯工业股票 52<n<650
回归结果：			
常数	-0.2606	0.1344	0.1252
（估计）Y 的标准差	0.0096	0.0088	0.0098
R 平方	0.9991	0.9990	0.9979
观察数目	10.0000	10.0000	7.0000
自由度	8.0000	8.0000	5.0000
赫斯特指数	0.7077	0.6072	0.4893
系数的标准差	0.0076	0.0072	0.0101
显著性	3.6262		

回归产生了 $H=0.72$ 和 $E(H)=0.62$。以等式（5.7）所表明的 $E(H)$的方差，是 $1/T$ 或是 1/1323。对于高斯随机变量，$E(H)$的标准差是 0.028。对于道·琼斯工业股票 20 天收益的 H 值是在它的期望值之上的 3.6 个标准差，这是一个极明显的结果。

对于 $n>50$ 的回归结果，也标明在表 8.2 里。$H=0.49$，表明那个在 R/S 图里的“断裂点”，在时间序列里，可能标志一个周期或非周期要素，具有逼近 50 天的 20 天的区间频率。谱分析通过对于幂与频率的标绘在图 8.3 显示出了一个平凡谱。没有周期要素存在。而且 50 个区间，或 1000 天的循环显示出无周期性。

从以上分析得出，在道·琼斯价格 20 天的变化特征化为一个持续赫斯特过程，且 $H=0.72$。这是显著的不同于随机行走的结果。因为序列由 $AR(1)$的残差组成，我们知道一个实际的长期记忆过程在运行。序列的这一特征与其他在第 4 章考察过的随机过程无共同之处。它们特别的分离于那些通常用做市场过程模型的 ARCH 和 GARCH 序列（见第 4 章）。这样，持续性的规模变化确有时间限度。它仅发生于短于 1000 个交易日的区间。这样，过程就不是无限记忆过程，而仅仅是一个长的，具有逼近4年的非周期循环的有限记忆过程。4年循环可能系于经济循环。它似乎涉及到在第 2 章研究的期限结构的易变性。4年之后易变性停止规模变化。

这样，这个 4 年循环是一个真正的非周期循环，而不单单是一个归结于数据范围的随机界限，它应该是独立于时间周期。那就是，5 日收益也 117

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

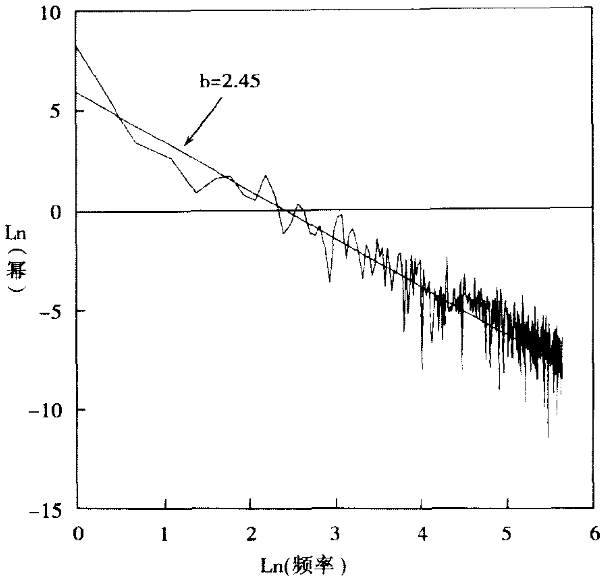
116 

图 8.3　谱分析，道·琼斯工业股票，20 日收益

应该有一个非周期循环，它也是1000天交易日的，或200个5日区间的非周期循环。

8.3　5 日收益

利用 5 日收益，我们已经有了我们的 104 年的时间序列，可是现在我们有 5280 个供观察的观测值。许多人认为存在着少于 4 年的循环。大概 R/S 分析能揭示出这些值。

图 8.4 示对于 5 日收益的 R/S 图形。又一次，我们看到了来自于$E(R/S)$线的系统偏差。在 Log/Log 的标绘里还存在一个断裂点，此时在 $n=208$ 个观测值上。又这一点逼近 4 年，它表明在 20 日 R/S 标绘里的那个断点不是一个随机界限。图 8.5 显示了 V 统计标绘。陡峰又一次在逼近 4 年时清晰可见。

118 表 8.3 总结了用在这些标绘图里的值。没有任何结论表明存在一个短于 4 年的循环。H 的值又是从 R/S 标绘图和$E(R/S)$里估计出来的。回归的结果被表示在表 8.4 里。在 $10 \leqslant n \leqslant 208$ 回归运行。5 日收益有一个低于 20 日收益的 H 值。这反映出细节的增长水平，以及数据中的噪声。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

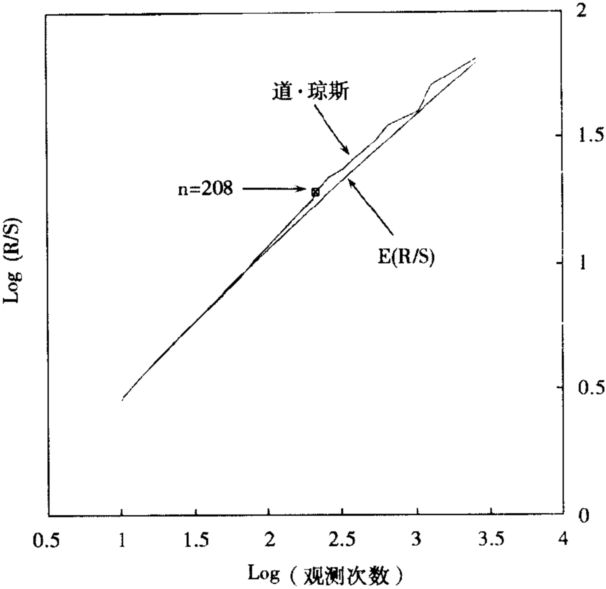


图 8.4 R/S 分析，道·琼斯工业股票，5 日收益

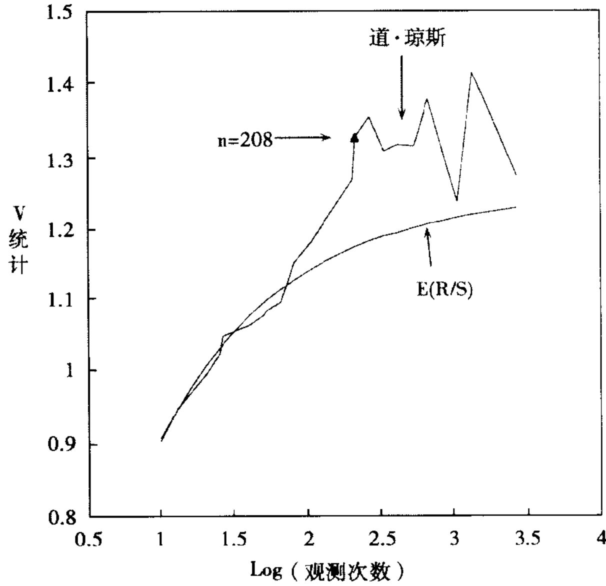


图 8.5 V 统计，道·琼斯工业股票，5 日收益

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 8.3 **道·琼斯工业股票 5 日收益**

119

n	Log(*n*)	*R/S* 道·琼斯工业股票	*E(R/S)*	*V* 统计 道·琼斯工业股票
10	1.1000	0.4563	0.4582	0.9043
13	1.1139	0.5340	0.5341	0.9485
16	1.2041	0.5891	0.5921	0.9706
20	1.3010	0.6476	0.6528	0.9934
25	1.3979	0.7086	0.7120	1.0224
26	1.4150	0.7274	0.7223	1.0468
40	1.6021	0.8272	0.8327	1.0622
50	1.6990	0.8812	0.8885	1.0758
52	1.7160	0.8921	0.8982	1.0817
65	1.8129	0.9457	0.9530	1.0947
80	1.9031	1.0128	1.0033	1.1515
100	2.0000	1.0705	1.0568	1.1764
104	2.0170	1.0805	1.0661	1.1804
130	2.1139	1.1404	1.1189	1.2117
200	2.3010	1.2541	1.2196	1.2693
208	2.3181	1.2819	1.2287	1.3270
260	2.4150	1.3391	1.2802	1.3540
325	2.5119	1.3727	1.3313	1.3084
400	2.6021	1.4206	1.3779	1.3169
520	2.7160	1.4770	1.4376	1.3151
650	2.8129	1.5458	1.4880	1.3783
1040	3.0170	1.6014	1.5937	1.2384
1300	3.1139	1.7076	1.6435	1.4145
2600	3.4150	1.8129	1.7975	1.2748

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 8.4　　　　　　　　　　回归结果

	道·琼斯工业股票 $10<n<208$	$E(R/S)$ $10<n<208$ 120
回归结果：		
常数	−0.1537	−0.1045
（估计）Y 的标准差	0.0076	0.0081
R 平方	0.9993	0.9989
观察数目	17.0000	16.0000
自由度	15.0000	14.0000
赫斯特指数	0.6137	0.5799
系数标准差	0.0043	0.0050
显著性	2.4390	

因为时间序列更参差不齐，赫斯特指数比较低。5 日收益的 $H=0.61$ 和 $E(H)=0.58$。这个差别显得不大，可是 $E(H)$ 的方差现在是 1/5，240，或是 0.014 的标准差。这样，5 日道·琼斯收益有一个赫斯特指数，它是一个偏离均值的标准差 2.44。再者 5 日收益有一个极明显的 H 值。

大部分令人鼓舞的事实是，尽管时间增量已经变化了，4 年循环却一再出现。这从另外一个角度证明了循环既不是一个统计的人工制品，也不是错觉。

然而，我们却未能发现任何频率少于 4 年的非周期循环。我们又该提高我们的细节和分析日常数据的水平了。

8.4　逐日收益

利用逐日收益，我们再一次发现，赫斯特指数下降了。然而，正如 $E(H)$ 的方差的下降那样，$E(H)$ 也下降了。逐日数据有 24 900 个观测值，而且，$E(H)$ 的标准差现在是 0.006。图 8.6 显示 R/S 分析的结果。

对于逐日数据，在独立零假设之下的被观测的 R/S 的期望值，我们 121
又看见一个持续性偏差。在 R/S 的大约 1000 天的标绘图里，我们还看见一个断点。在图 8.6 里的 V 统计标绘图显示是 1250 天的陡峰，或粗略算是 4 年。这似乎的确精确对应着，利用 5 天或 20 天收益，所发现的 1040 天的循环。看 V 统计标绘图，它显示斜率对于较小的 n 值是比较高的 ($n<50$)，就一个周期变成平行，并且随后开始在 350 天附近增长。通过检测逐日道·琼斯收益的 R/S 标绘图与高斯零假设之间的不同，我们可以看到是否是这个样子。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

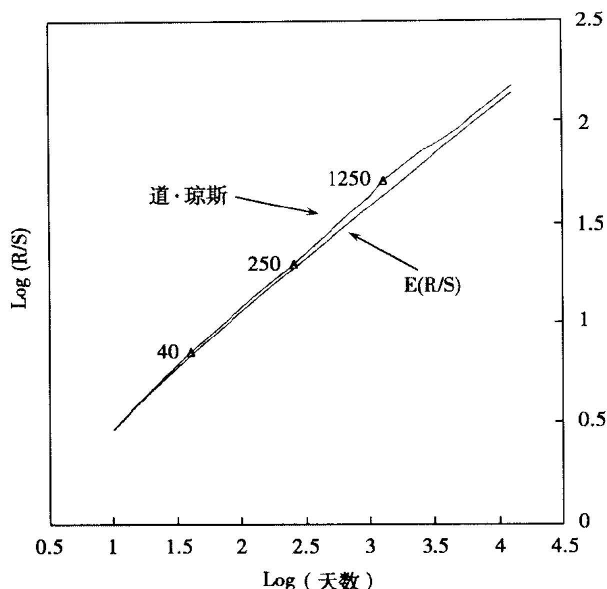


图 8.6 R/S 分析，道·琼斯工业股票，一日收益

图 8.7 进一步证实斜率是以更快的频率增长，当 $n \leqslant 40$。这个差异在 40～250 之间变得平缓了，即这个区域的局部斜率看上去与随机游走相同。在 250～1250 之间斜率戏剧性的增长，之后它又趋于平坦了。表 8.5 显示了这些值。一个具有多重循环和频率的相同图形，在第 5 章的魏尔斯特拉斯函数中可以看到。我们现在就可以评价这些可见的线索运行回归。

122 首先，我们计算长于 1250 天循环的 H 值。表 8.6 显示了这些结果。逐日道·琼斯有 $H=0.58$ 和 $E(H)=0.553$。这又一次看上去不显著，但 $E(H)$ 的标准差是 0.0060 对于 24 900 个观测值。逐日道·琼斯的赫斯特指数是偏离它的期望值的 4.13 个标准差。这又是一个高度明显的结果。

表 8.6 还显示了对于子周期的回归结果。对于 $10 \leqslant n \leqslant 40$，$H=0.65$，这点在开始时看起来很显著。然而，Log/Log 标绘图的短尾也有一个高斜率，此时，$E(H)=0.62$。这样，这个 $H=0.65$ 的值还是高于期望值之上 3.65 个标准差，并且在 99% 水平显著。

下一个子周期是 $40 \leqslant n \leqslant 250$，这里，斜率显示跟随 $E(R/S)$ 线。完全可以肯定，这里，在这个区域，$H=0.558$，而 $E(H)=0.551$。因此，H 仅以 1.04 标准差偏离它的期望值，并且非常显著。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

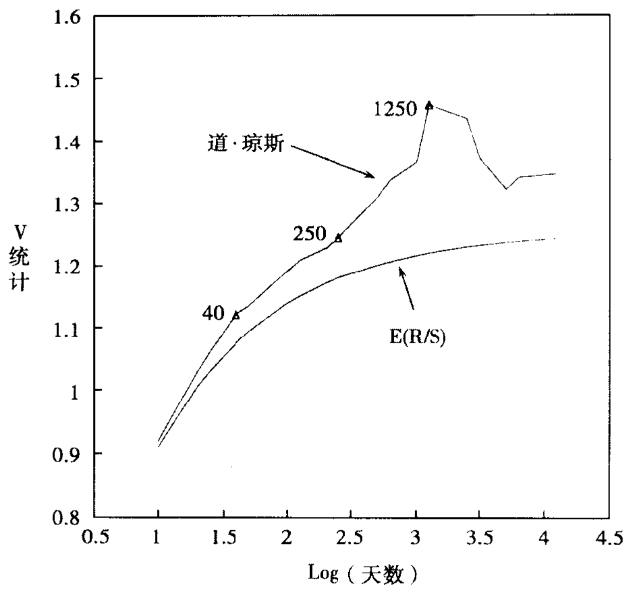


图 8.7　V 统计，道·琼斯工业股票，1 日收益

表 8.5　　道·琼斯工业股票，1 日收益 123

n	Log（n）	R/S 道·琼斯工业股票	$E(R/S)$	V 统计 道·琼斯工业股票	$E(R/S)$
10	1.0000	0.4626	0.4582	0.9174	0.9083
20	1.3010	0.6632	0.6528	1.0296	1.0053
25	1.3979	0.7249	0.7120	1.0614	1.0305
40	1.6021	0.8511	0.8327	1.1222	1.0757
50	1.6990	0.9043	0.8885	1.1345	1.0939
100	2.0000	1.0759	1.0568	1.1911	1.1396
125	2.0969	1.1308	1.1097	1.2088	1.1514
200	2.3010	1.2399	1.2196	1.2284	1.1724
250	2.3979	1.2941	1.2711	1.2450	1.1808
500	2.6990	1.4662	1.4287	1.3084	1.2000
625	2.7959	1.5239	1.4792	1.3366	1.2057
1000	3.0000	1.6351	1.5849	1.3649	1.2159
1250	3.0969	1.7119	1.6348	1.4570	1.2199
2500	3.3979	1.8557	1.7888	1.4344	1.2298
3125	3.4949	1.8845	1.8381	1.3710	1.2323
5000	3.6990	1.9705	1.9418	1.3215	1.2367
6250	3.7959	2.0254	1.9908	1.3409	1.2385
12500	4.0969	2.1775	2.1429	1.3459	1.2428

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

124

表 8.6　　回归结果

(1)

		道·琼斯工业股票 0＜n＜2250		$E(R/S)$ 0＜n＜1250
回归结果：				
常数		-0.09126		-0.0635
(估计) Y 的标准差		0.011428		0.013988
R 平方		0.999228		0.998732
观察数目		13		13
自由度		11		11
赫斯特指数	0.579		0.553331	
系数标准差	0.005		0.005945	
显著性	4.133			

(2)

		道·琼斯工业股票 10＜n＜40		$E(R/S)$ 10＜n＜40
回归结果：				
常数		-0.18149		-0.1624
(估计) Y 的标准差		0.004195		0.00482
R 平方		0.999553		0.999366
观察数目		4		4
自由度		2		2
赫斯特指数	0.647		0.623532	
系数标准差	0.01		0.011109	
显著性	3.648			

(3)

		道·琼斯工业股票 40＜n＜250		$E(R/S)$ 40＜n＜250
回归结果：				
常数		-0.0414		-0.04773
(估计) Y 的标准差		0.002365		0.002309
R 平方		0.999858		0.999861
观察数目		6		6
自由度		4		4
赫斯特指数	0.558		0.550943	
系数标准差	0.003		0.003247	
显著性	1.043			

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 8.6（续表） （4）

	道·琼斯工业股票 250< n <1250	$E(R/S)$ 250< n <1250	125
回归结果：			
常数	−0.11788	0.024022	
（估计）Y 的标准差	0.008376	0.000564	
R 平方	0.997972	0.999988	
观察数目	5	5	
自由度	3	3	
赫斯特指数	0.588	0.520278	
系数标准差	0.015	0.00103	
显著性	10.65		

（5）

	道·琼斯工业股票 1250< n <12 500	$E(R/S)$ 1250< n <12 500
回归结果：		
常数	0.287021	0.062167
（估计）Y 的标准差	0.010672	0.000617
R 平方	0.996407	0.99999
观察数目	6	6
自由度	4	4
赫斯特指数	0.459	0.508035
系数标准差	0.014	0.000796
显著性	−7.77	

当 n 增长时，H 的期望值（特别是局部值）逼近其渐进极限线 0.50。在下一个子周期里，$250 \leqslant n \leqslant 1250$，$E(H)=0.52$。对于逐日道·琼斯，$H=0.59$，它是以 10.65 个标准差偏离均值。这个高度显著的 123
值实际与较早期的子周期相同。

在最后一个子周期里，$1250 < n < 12\ 500$，局部赫斯特指数又一次显著下降了。在这个范围，$H=0.46$，而 $E(H)=0.51$。这个赫斯特指数在

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

95%水平上也很显著，因为它是在其均值以下 7.77 个标准差。这样，4 年循环之后，这个过程变为反持续性。这与 Fama 和 Franch（1992）的发现一致，他们发现，在长期情况下，收益是“均值回复”。我们早已说过，反持续性是不同于均值回复的（无均值可回复），但是，站在语义学一边，我们将更倾向于一个相似过程。

我们已发现，道·琼斯有两个非周期循环。最长的是一个 1250 天的循环，或是大约 4 年的循环。第二长的是一个 40 天的循环，或是大约为两个月。这信息可用在任何方法。最明显的是，它能作为动量分析以及其他形式的技术分析的基础。这第二个用途是，发展模型的选择周期，特别针对于回检。

8.5 稳定性分析

有些问题仍存在：这些发现如何来稳定？它们的周期明确吗？当处理经济和市场数据时，这些问题就显得尤为重要。存在一个基础性感觉，当经济结构改变时，它的动态结构也随之改变。对于市场来说，考虑到这点是很重要的，因为，投资者的技术和预控方式完全不同于 40 年前了。正是由于这些保留，有理由怀疑，提前标注当前周期的检测数据会不会有
126 用。它倒常常像是用冰川时期收集到的数据为基础试图去预测当前气象。可是，对这一思路，有一个反向论据。特别是市场对信息的反应，以及它非常不同于其 20 世纪 30 年代的反向方式，即便如此，信息的类型也不同。因此，基础动态结构，特别是市场的统计，从未曾变化过。这对于分析统计将会是十分可靠的。

8.5.1 点敏感性

关于 R/S 分析常提起的一个问题就是，由于使用局部标准差而涉及了到极差的规模变化。分形过程的方差是不确定的；这么一来，难道我们就不能依据一个不稳定的变量运用规模变化吗？

非常幸运，这个答案是：不能。因为 R/S 分析使用了许多 R/S 值的均值，所以，我们拥有的点越多，它就越稳定，只要抽样频率高于数据的“噪声水平”。

检验点敏感性，我们就三个不同的起点再运行逐日 R/S 分析，每

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

1000 天为一间隔，使用 24 000 天。结果在表 8.7 里显示。赫斯特指数的显著性或值没有变化，这典型地表明了稳定性。

表 8.7　　稳定性分析，道·琼斯工业股票

(1)

		第一个 24 000		第二个 24 000
回归结果：				
常数		−0.08651		−0.08107
（估计） Y 的标准差		0.011205		0.012098
R 平方		0.998942		0.998749
观察数目		37		37
自由度		35		35
赫斯特指数	0.584898		0.580705	
系数标准差	0.003218		0.003474	
显著性	4.543908		3.894397	

(2)

		第三个 24 000		$E(R/S)$
回归结果：				
常数		−0.07909		−0.06525
（估计） Y 的标准差		0.013315		0.011181
R 平方		0.998472		0.998832
观察数目		37		37
自由度		35		35
赫斯特指数	0.578292		0.555567	0.006455
系数标准差	0.003824		0.003211	
显著性	3.520619			

8.5.2　时间敏感性

一个恰当的检验常常是，拿来两个或更多的独立周期，分别分析它们，并比较它们的结果。利用市场数据，我们就被循环限度所限定。经验法则暗示，信息的 10 个循环应该用于非线性分析，正如在 Peters (1991a, 1991b) 里所讨论的。我们有 104 年的数据，以及一个暗示的 4 年循环。对于这个分析，我们将分为 36 年一周期的 3 个周期，使用逐日收益，或 8300 个观测值。当我们使用 9 个而非 10 个周期时，我们可以期

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

望时间周期是充足的。

表 8.8 显示了 3 个等式的结果。这既是好消息又是坏消息。说它是好消息是因为，赫斯特指数显示的是明显的稳定性。H 对于第一周期是 0.585（大约是 1880～1916 年），对于第二周期（大约是 1917～1953 年），它是 0.565，而对于最后一个周期（大约是 1954～1990 年），它是 0.574。说它是坏消息是因为，虽然 $E(H)$ 仍等于 0.555，标准差已升到 1/8300 的方根了，或是 0.011。那就是说，第一个与最后一个周期，在 5% 或更高的水平上仍然是显著的，但中间的一个周期不是显著的。除此之外，第二个周期既不存在 42 天的、也不存在 4 年的循环，正如在 V 统计标绘里显示的那样（图 8.8）。对于 42 天的循环来说，在周期 3 里，缺乏证据，而在周期 1 里，却有更强有力的证据。

128

表 8.8　　　　时间敏感性，道·琼斯工业股票　　　　（1）

		周期 1		周期 2
回归结果：				
常数		−0.106		−0.074
（估计）Y 的标准差		0.012		0.019
R 平方		0.999		0.997
观察数目		19.000		19.000
自由度		17.000		17.000
赫斯特指数	0.585		0.565	
系数标准差	0.005		0.008	
显著性	2.683		0.894	

（2）

		周期 3		$E(R/S)$
回归结果：				
常数		−0.096		−0.077
（估计）Y 的标准差		0.016		0.014
R 平方		0.998		0.999
观察数目		19.000		10.000
自由度		17.000		8.000
赫斯特指数	0.574		0.555	
系数标准差	0.006		0.007	
显著性	1.699			

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

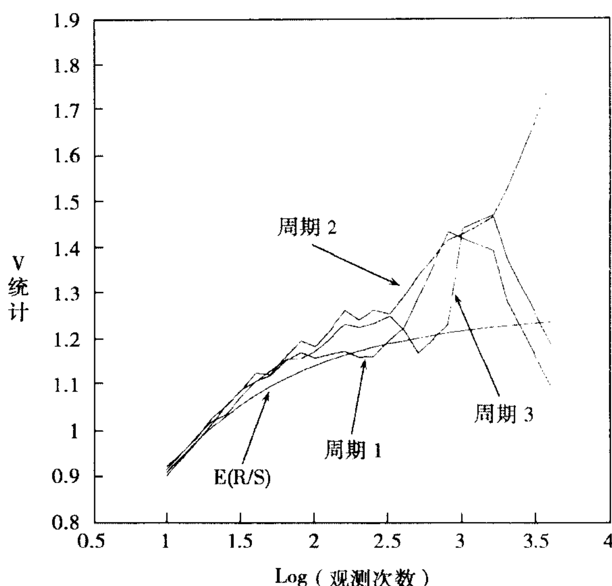


图 8.8　V 统计，道·琼斯工业股票，周期邻近的 8300 天

周期 2 是 20 世纪最混乱的一个周期。它包括了一战和二战，20 世纪 20 年代的商业繁荣，30 年代的经济危机，以及朝鲜战争。市场的持续水平，如赫斯特指数测量的那样，仍是稳定的，可是循环的长度不稳定，它们受政治事件、战争和价格控制的影响。搞技术的人们，当心！

8.6　原始数据与序列相关

正如我们在第 5 章里所见，各种各样的短期记忆过程能够导致 R/S 分析有偏。那个 $AR(1)$ 过程，从技术上讲，也是一个无限记忆过程，它能够给出一个看起来显著的结果。在这一部分，我们将比较具有 $AR(1)$ 残差的价格的对数一阶差分，观察显著性系列相关是否呈现在原始数据里。

图 8.9 表示了与 20 日收益的 $AR(1)$ 残差相对的原始数据的 V 统计标绘图。表 8.9 表明了两个序列的 R/S 值，以及赫斯特指数的计算。在原始数据中，小的 $AR(1)$ 的偏误导致 R/S 值将略高于使用残差时的值。赫斯特指数也稍有偏误。因此20的抽样频率似乎减少了序列相关的影响，一如我们已经知道的那样。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

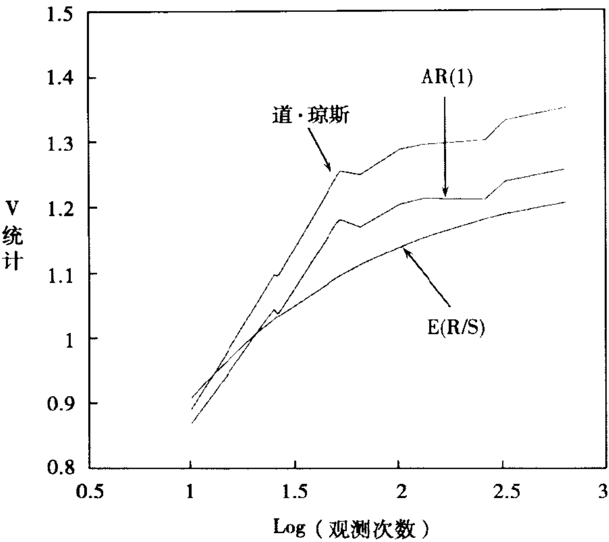


图 8.9　V 统计，道·琼斯工业股票，20 日收益

表 8.9　　R/S 值，道·琼斯工业股票，20 日收益

Dow	AR（1）	n
2.82	2.75	10
3.42	3.31	13
4.69	4.49	20
5.49	5.23	25
5.59	5.30	26
8.82	8.32	50
9.06	8.52	52
10.08	9.44	65
12.88	12.04	100
14.77	13.83	130
20.99	19.53	260
24.04	22.35	325
34.48	32.07	650

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

图 8.10 表现了一个对于逐日收益的相似于 V 统计的标绘图。在这里，影响是明显的，但不是惟一的。所有的 R/S 值向上偏斜，这样规模变化的特征，赫斯特指数，尽管有偏是肯定要出现，基本上没有受到偏误的影响。表 8.10 汇总了这些值。这些结果表明偶然的抽样确实能够最小 130
化在 R/S 分析上的短期记忆过程的影响。

表 8.10　　R/S 值，道·琼斯工业股票，1 日收益

n	R/S 道·琼斯工业股票	AR（1）
10	2.901206	2.939259
20	4.604629	4.701588
25	5.307216	5.413394
40	7.097245	7.307622
50	8.02196	8.274441
100	11.91072	12.22428
125	13.51477	13.92784
200	17.37277	17.83037
250	19.68504	20.28953
500	29.25644	30.27235
625	33.41443	34.75578
1000	43.16259	44.57676
1250	51.51228	53.19354
2500	71.72203	74.38682
3125	76.64355	79.7547
5000	93.44286	97.25385
6250	106.0108	110.5032
12500	150.4796	156.4324

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

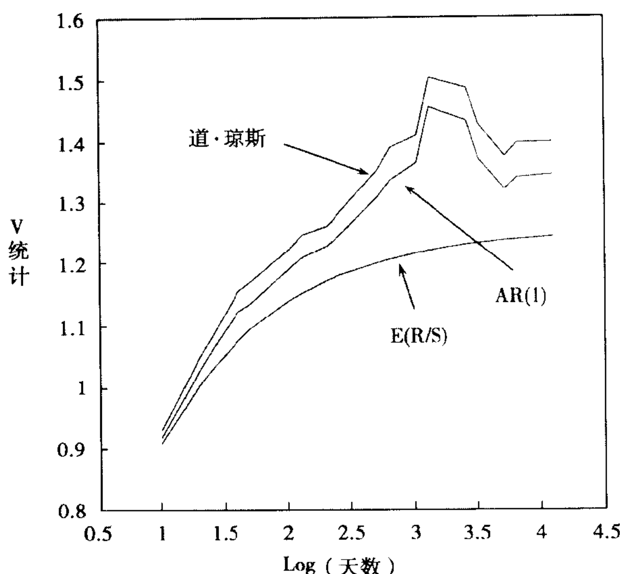


图 8.10　V 统计，道·琼斯工业股票，1 日收益

8.7　小　结

我们已经看到了强有力的证据，证明道·琼斯工业股票指数被一个具有 4 年周期的持续与赫斯特过程所特征化了。被发现的 4 年循环独立于对 *R/S* 分析所使用的时间增量。40 日的循环也是一个较弱的证据。赫斯特指数对于 20 日收益是最显著的，而对于逐日收益，尽管不是不显著，显著性却差得多。较高频率数据的“噪声”使得时间序列更参差不齐，并看起来像随机的。

这一时间序列是一个对 *R/S* 分析的“理想化”的例子。它覆盖了一
131 个长时间周期并且有许多观测值。这一结合允许超常抽样（即序列相关有偏）最小化。在下一章里就不是这种情况了。

除此之外，我们发现赫斯特指数对于道·琼斯股票时间序列是明显稳定的，而对点或时间的变化缺乏显著的敏感性。现在的问题是：高得多的“噪声”水平是否增加了？在下一章，我们将考察 S&P500 的标记数据和在大量高频率数据点与频率数据对于全部分析缩短了的时间跨度之间的交换。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

132

S&P500 标记数据，1989～1992 年：过量抽样问题

在这一章里，我们将分析短时间周期里的大量数据点。我们将看到，覆盖了4年时间跨度的S&P500的日际价格。对于大部分一般公众，股票价格的变化步调和电视屏幕底部连续不断地出现的难以理解的符号的短暂停留就像是华尔街上的精华。对于上一代人来说，他们常梦想着成为一个看着股票价格自动收录机纸带移动的银行家。无论是哪种情况，投资者通过阅读快速变化的股价，玩的是股票市场。毫无疑问，一般公众视赌博为投资。

当数据被认为是高频率数据时，就意味着它们涵盖了非常短的时间投资起点，并频繁地发生。高频率数据被认为具有明显的统计问题。在这些问题中最重要的是高度的序列相关，它可能混淆 R/S 分析和分析的标准方法。不管使用什么显著性检验，使用$AR(1)$ 残差总可以对于这样的问题进行某些补偿，可它使一些分析有疑问。

高频率数据的优势在于具有非常多的数据。在标准概率论计算里，观测值越多，显著性就越容易找到。对于标记数据，我们每年有超过10万个每分钟观测值，或者有足够的观测值让统计学家们满意。

然而，覆盖短时间周期的大量观测值可能不像覆盖长时间周期的几个 133
点有用。为什么？假如我们要检验地球是圆的或是平的。我们决定测量50万英尺距离的弯曲部分，每6英寸抽样得100万个观测值。假如我们那么做，我们必须消除地球表面的规则变化。即便如此，我们也不可能得

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

到明显的不同于平面的看法。那样，尽管我们有大量的观测值，我们也会得出地球是平的结论。问题是我们将考察的是来自于太紧密的有利于地球是平的观察点。

同样的，对于非线性动态系统，观测值的数目不像我们研究的时间周期那么重要。例如，考虑有名的 Lorenz（1963）吸引子，它从概念上和图形上被 Gleick（1987）很好地描述过。洛伦茨吸引子是三个相依非线性微分方程的动态系统。当参数被建立在某种水平，系统变成混沌；它的模式是非重复的。然而，有一个整体结构，该结构在图 9.1 中很容易看出。在这里，三值中有二彼此对照的被画出。结果是一个著名的“猫头鹰眼”。这个系统的非周期循环大约是 0.50 秒。因为系统是连续的，能够产生许多你想要的点。这样，在分析一个混沌系统时，充满轨道的 10 亿个点（或半秒钟的 10 亿个点）将不如覆盖 10 个轨道，或 5 分钟的 1000 个点有用。为什么？仅在我们平均了足够多的循环之后，我们才能够推知非周期循环的存在。这样，除非我们知道一个循环的长度，否则充足的数据也不能完全识别（这个循环）。

Peters（1991）发现，S&P500 有一个大约 4 年的循环。在第 8 章，我们看见道·琼斯工业股票的循环接近 4 年。这样，我们的标记时间序列可以有超过 40 万个一分钟观测值，可它仅仅覆盖了一个循环轨道。那么，我们能从这个时间序列知道些什么呢？什么是危险的，什么是有利的？

9.1 未调整的数据

未调整的数据仅仅是价格差异的记录。我们将考察这样三个频率的差异：3 分钟、5 分钟和 30 分钟。

1989～1992 年是一个有趣的时间周期。人们在 20 世纪 80 年代进行了最后一搏。不管联邦政府的货币紧缩政策与通货膨胀是缘何而起的，
134 1989 年的经济以强劲向上开始。当时人们普遍相当乐观地对待联邦政府能够操作一个“软着陆”的方案：逐步的提高利率，减轻通货膨胀的压力，并使经济相对不受影响。事实上，存在着传统的商业循环被不断的衰退系列所代替这么一个投机性，而这种投机性使经济大萧条成了过去的事情。杠杆作用（LBOs）的武断与霸道经由 RJR/Nabisco 交易达到了无以复加的地步。1989 年早期，因其有以创记录的、言过其实的高价提议买断美国航空公司的全部财产交易事件而被记录在案。当时是感情用事，任

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

何公司都能被接管，股票依它们的市场“流动”的价格而不依它们的账面价格定价。1992 年 10 月，随着美国航空公司交易的失败及其“微小碰撞”，这股感情狂热劲暂时停了下来。

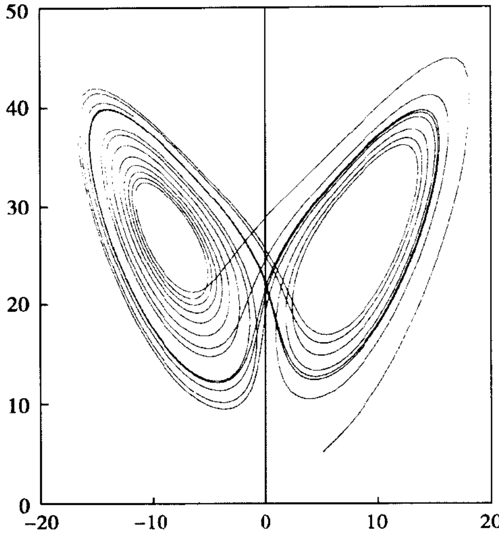


图 9.1　洛伦茨吸引子

这个衰退始于 1990 年。伊拉克人侵科威特，当时美国面临着严重的经济衰退。1990 年 8 月的石油价格上涨，在股市上引发了巨大的衰退。可能爆发的海湾战争带来高度不稳定，从而导致了市场的高度涣散。1990 年 10 月，一个牛市开始了，并一直持续到 1993 年上半年。

海湾战争迅速而成功的结束，使得 1991 年成为一个股票市场的轻松 135
年。不过，这一年的获益，大部分集中在第一和第四季度，这是因为，市场试图搞定 1990 年的衰退是否已经结束。

1992 年是总统选举年，以普通的收益而宣告结束。

图 9.2a 显示了 R/S 对于未调整的 3 分钟收益的标绘图。它的 log/log 标绘显示了对于高斯零假设的显著偏离。图 9.2b 和 9.2c 显示了 5 分钟与 30 分钟收益的相似图形。显著性在这里又一次出现。(有趣的是，这些图形看起来很相似。) 表 9.1 显示的是结果。正如由如此多的观测值所期盼的那样，结果高度显著。图 9.3a～c 的 V 统计图形被汇总在表 9.1 里。所有的这些值都显示出了高度显著性。所有的循环都是可以看得见的，这点，我们以后进行评论。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

事实上，这些值好得简直令人难以相信，没有人不靠它们挣钱。当一个以高频抽样的自然系统显示出高度显著性时，有理由猜想，一个短期记忆过程可能会搅乱我们的结果。在下一章节里，我们来看一看，是否真有这种情况。

表 9.1　　　　R/S 分析，原始 S&P 标记数据

区间（分钟）	H	$E(H)$	显著性
3	0.603	0.538	23.436
5	0.590	0.540	12.505
30	0.653	0.563	10.260

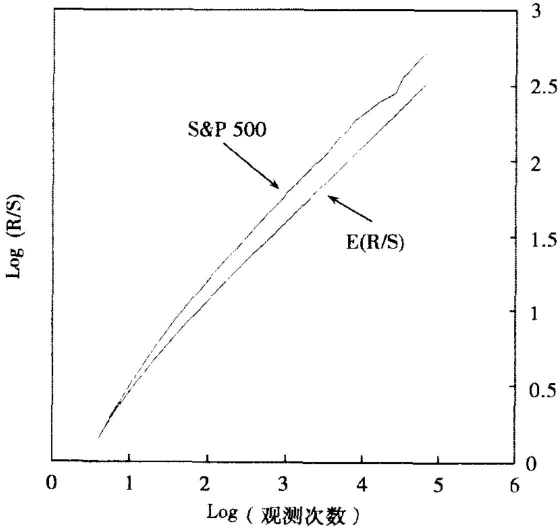


图 9.2a　R/S 分析，S&P500 3 分钟收益：1989～1992 年

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

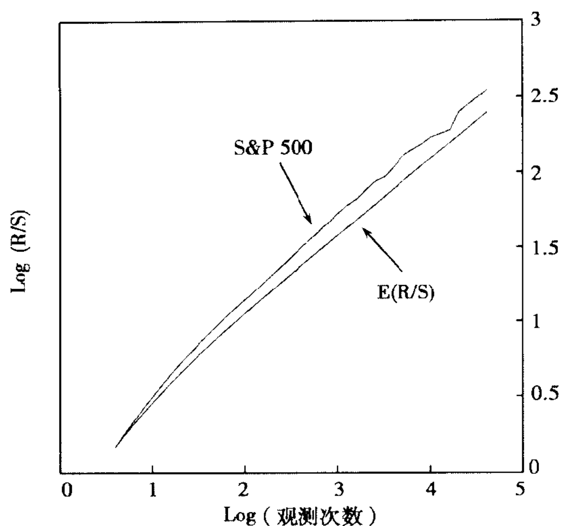


图 9.2b　*R/S* 分析，5 分钟收益：1989～1992 年

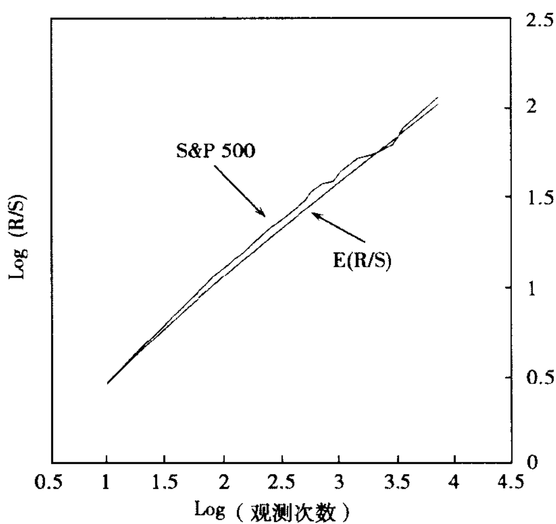


图 9.2c　*R/S* 分析，30 分钟收益：1989～1992 年

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

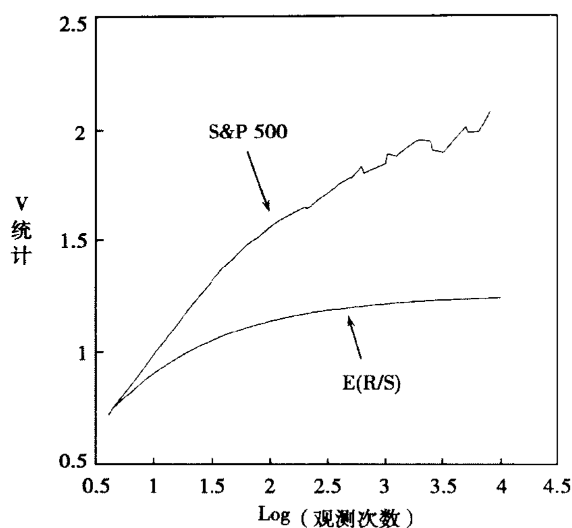


图 9.3a　*V* 统计，S&P500 未调整的 3 分钟收益：1989～1992 年

138

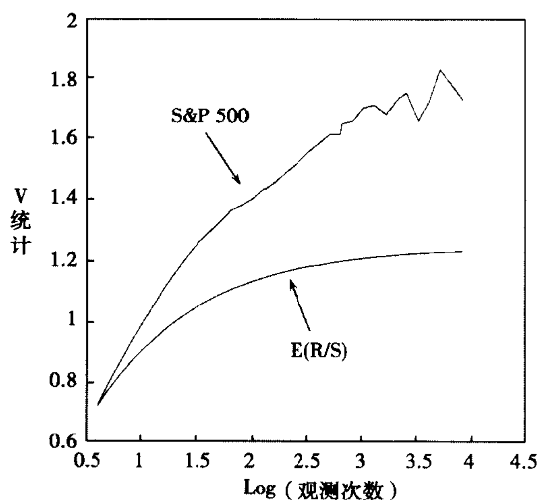


图 9.3b　*V* 统计，S&P500 未调整的 5 分钟收益：1989～1992 年

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

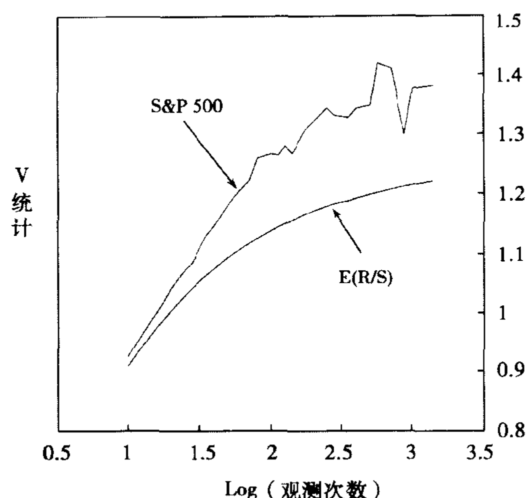


图 9.3c　V 统计，S&P500 未调整的 30 分钟收益：1989～1992 年

9.2　*AR*(1) 的残差 137

这一部分中，我们将运用第 7 章介绍过的方法论，并采用*AR*(1) 的残差。用这种方法，我们应能够最小化任何短期记忆的影响。假如短期记忆不是主要问题，那么，就像我们在第 8 章里所看到的，我们的结果将不会有很大的改变。

遗憾的是，而实际上并非如此。图 9.4a～c 显示，对于同一个序列的 V 统计图形，使用*AR*(1) 残差。赫斯特指数全都滑向与随机游走无大区别的水平。在表 9.2 里总结了这些结果。例如，当高斯零假设为 0.538 时，赫斯特指数对于 3 分钟收益就是 0.551。然而，这个观测值是如此之大（超过 13 万个）以至于在 99.9%的水平上的这一轻微的差别仍然非常显著。这样，我们就得出一个结论：即使在 3 分钟收益频率，市场也不是随机游走。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

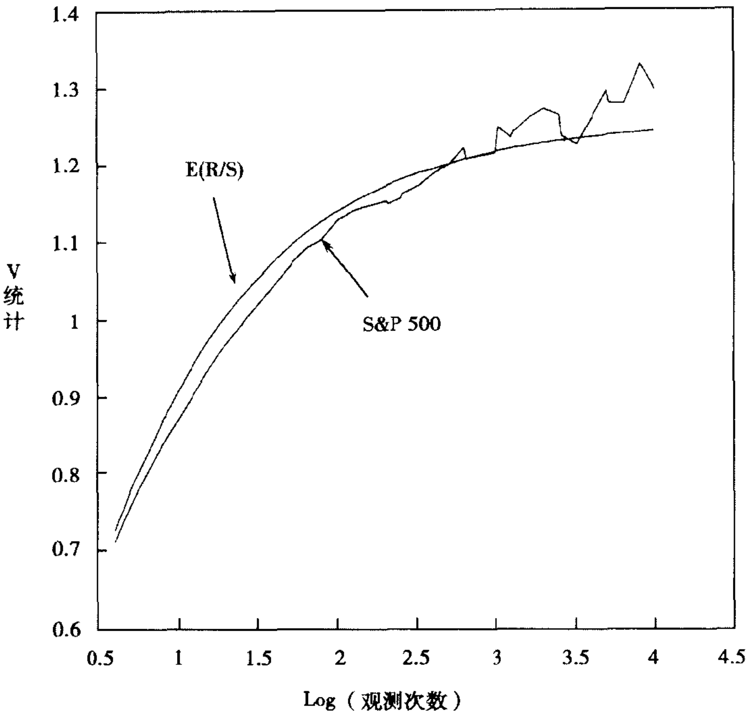


图 9.4a　V 统计，S&P500 AR(1) 3 分钟收益：1989 年 1 月～1992 年 12 月

表 9.2　　R/S 分析，AR(1) S&P 标记数据

区间（分钟）	H	$E(H)$	显著性
3	0.551	0.538	4.619
5	0.546	0.540	1.450
30	0.594	0.563	3.665

这个区别是统计上的不同，不是实践上的不同。请记着，$2-H$ 是时间序列的分形维。分形维是测度时间序列是如何参差不齐的。所以，在 5 分钟频率上的随机时间序列，应有一个被预期为 1.47 的分形维，但是，实际的时间序列是一个 1.46 的维数。这个显著但略低的数目显示，在 5 分钟频率上的噪声如此之多，我们几乎无法在噪声之下测量确定性问题。实际的时间序列被一个短期记忆过程所支配（很可能是一个 $AR(1)$ 过

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

程），而非长期记忆分形系统。正因为如此，一个高频率交易者，事实上，从长期来看，几乎不可能获利。

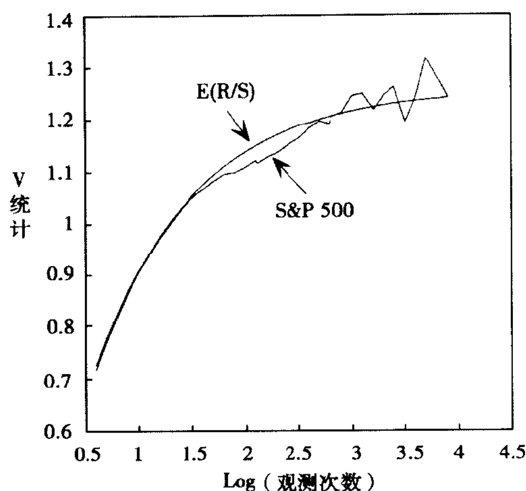


图 9.4b　V 统计，S&P500 AR(1) 5 分钟收益：1989 年 1 月～1992 年 12 月

140

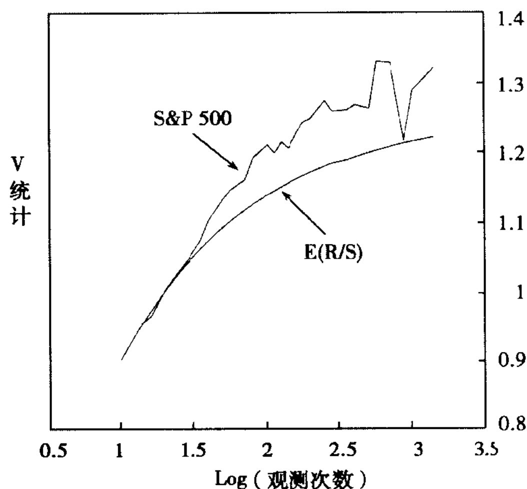


图 9.4c　V 统计，S&P500 AR(1) 30 分钟收益：1989 年 1 月～1992 年 12 月

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

141 有趣的是，两个测试都没有显示日际循环的证据；即不存在高频循环，它们能被添加到在第8章里发现的长期循环上。根据第6章里曾分析过的魏尔斯特拉斯函数，在高频率抽样时，我们应该能够看到任何这样的循环，但是，这样的循环一个也没有出现。这个事实引导我们得出这样的结论，在高频率不存在确定性循环。

9.3 暗　示

在这一章和第8章中，我们分析高频与低频数据，并已在市场机制与 R/S 分析的实用性上获得一些重要而深入的理解。

首先，我们已经看到，短期记忆过程是如何影响 R/S 分析的，当采用 $AR(1)$ 残差分析系统时它是如何的重要。这是一个对于高频数据比对低频数据更重要的问题。用这一章中的结果去比较第8章的结果，我们可以看到，到我们进行到日频率时，短期记忆过程有较小的影响。而对于月收益，不存在任何影响，而且，我们早已知道，过量抽样的数据会导致不合逻辑的结果，即便对于 R/S 分析亦如此。

其次，我们已经获得能够洞察美国股市的能力——领悟到我们可以扩展到其他市场，虽然我们可以把分析留待将来再做。正如我们一直怀疑的那样，当运用高频分析时，市场是某种自回归过程。长期记忆在高频的可视化结果非常小，它几乎不显现。因此，我们可以推断，日交易者有短期记忆并对上一笔交易反应冷淡。在第8章中，我们曾看到，一旦我们分析日数据，这个自回归过程就极不显著。这给我们提供了与分形市场假说一致的证据：信息在不同的频率有不同的影响，而且，不同的投资起点具有不同的结构。实际上，存在局部随机与整体结构。在高频率情况下，我们仅仅能看到汇集了白噪声的随机过程。当我们回过头去看较低的频率时，一个整体结构显现。

142 我们在第一章里简要地讨论了相似过程，一个叫做细胞特定化（Cell Specialization）的过程。这就像一个胎儿的形成过程。细胞徙动到各个不同的位置，成为心脏细胞、脑细胞，等等。大部分细胞旅行安全，可也有一些细胞死在路上。这样，在局部细胞水平，细胞存活的变化是纯粹的概率问题。然而，导致细胞组织进入有机体的这个整体结构，是纯粹决定性的。只有当我们考察有机体的整体结构时，这一确定性才显现出来。

在市场上，标记数据是细胞水平的等价物。数据是如此完美的颗粒化

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

以至于我们几乎看不到任何整体结构。只有当我们返回去看较长的框架，整体结构与整个的有机体相比较时它才显露出来。以此方法，我们可以看出局部的随机性和当整体的确定性如何在分形时间序列中合并。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

143

易变性：反持续性研究

易变性是一个被极大地误解了的概念。对于一般公众来说，易变性意味着混乱。对学院派和 EMH 的追随者来说，易变性是股票价格变化的标准差。结果是，两个概念是等价物，这种局面，现代资产组合理论的创始者是不可能看到的。

最初，使用标准差是因为它测度价格（或收益）扩散的百分比变化的概率分布。概率分布是由非正态的经验数据来估计的。标准差越大，大的价格变化的概率越高——而且对于股票风险越大。除此之外，假定，（作为较早讨论过的）收益由正态分布取样检验。概率论能够依据高斯平均数形式而被估计。也可假定，方差是有限的；这样，标准差就可能趋向一个总体标准差的值。当然，假如价格的时间序列越参差不齐，标准差越高的话，标准差就会因为对股票易变性的测度而闻名遐迩。这使人们有一个美妙的感觉，即一个倾向于激烈摆动的股票将比那些较小易变性的股票具有更大的易变性。图 10.1 表明了 S&P500 1945 年 1 月 2 日～1990 年 8 月 1 日，22 天收益的年度化标准差。

因为 Black 和 Scholes（1973）的期权定价模型，易变性因其自己的特有性质而成为重要的测度。

144

$$C = P_S * N(d_1) - S * e^{r*(t-t*)} * N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(P_S/S) + (r + 0.5 * v^2) * (t* - t)}{v * \sqrt{t* - t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(P_S/S) + (r - 0.5 * v^2) * (t* - t)}{v * \sqrt{(t* - t)}} \qquad (10.1)$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

这里，c = 要价的市场价格；P_s = 股票价格；S = 期权的实行价格；$N(d)$ = 累计正态密度函数；(r) = 无风险利率；(t) = 当前利率；(t^*) = 期权的到期日；(v^2) = 股票收益的方差。

对于计算内的方差数，这个由公式估计的期权价格是敏感的。除此之 145
外，方差是仅有的一个不知道其确切交易时间的变量。期权交易者意识到这一点，并发现比较容易计算，那个对于其他价值来说等同于当前的期权价格的方差，而不是去计算"公平价格"。这暗示在市场里就成为当前不确定性的一个测度。它几乎被考虑为实际易变性的预测。

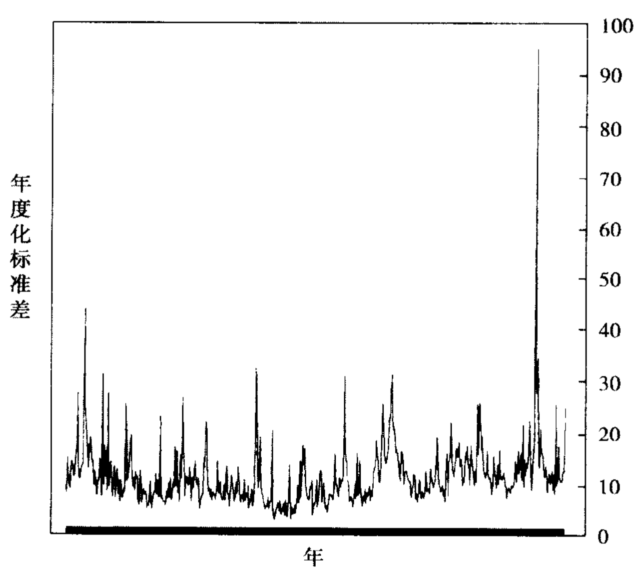


图 10.1 S&P500，年度化标准差：1945 年 1 月 20 日～1990 年 8 月 1 日

当期权交易者探测布莱克－斯科尔斯（Black-Scholes）公式的深度时，他们开始买卖易变性，似乎它是一种资产。在许多情况下，期权的升水变成了一种得益于高（或低）不确定性周期的方式。易变性日复一日地被当作商品看待，它开始累计自己的交易特征。通常，易变性被认为是"均值回复"。易变性的上升还会紧跟着下降，正如它回复到来自于正态分布所暗示的有限均值一样。易变性有它自己的倾向性。令人啼笑皆非的是，暗示的易变性也是高度易变的，这么一个特征导致了许多人去发问，暗示的 146
易变性是否与现实的总体方差有关系。图 10.2 显示了 1987 年 1 月 2 日～

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

1991 年 6 月 28 日的年度化暗示的易变性（逐日计算的）。

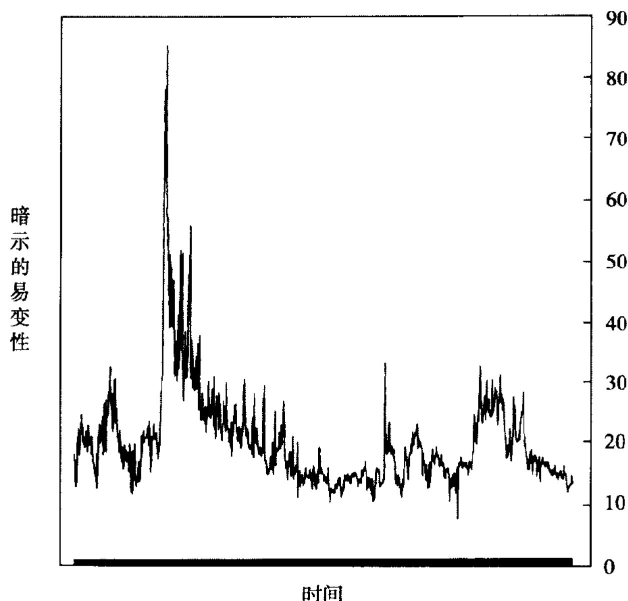


图 10.2 S&P500，暗示的标准差，1987 年 1 月 2 日～1991 年 6 月 28 日

检验这些假设，我们就得通过 R/S 分析检验现实的和暗示的两个易变性。他们是倾向加强还是均值回复？我们将考察他们的共同特征。与这本书的一般研究方法保持一致，我们将研究一个概括性的指标，S&P500，它有一个很长的如同变现很快的期权一样的价格历史。单个股票和其他资产类型的研究留给读者去做。

因为关于易变性是什么我们作了许多假定，几乎没有事实支持我们，它对于研究使用 R/S 分析是一个有意义的课题。事实上，随后所作的研究，应该会扰乱一些人的思想，他们一直相信易变性既有稳定或稳定性也有倾向性。而这一研究又一次对于我们给所有过程强加上高斯秩序提出了挑战。

10.1 现实的易变性

我的早期著作给予易变性一个扼要的研究。这部分重复那些结果，而且做进一步解释。这些序列取自于从 1928 年 1 月 1 日～1989 年 12 月 31

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

日价格的 R&P 的复合价格逐日文件。价格被转换成一个对数差分序列，即：

$$S_t = \ln(P_t / P_{(t-1)}) \tag{10.2}$$

这里，S_t = 在时间 t 的对数收益；P_t = 在时间 t 的价格。

易变性是 S_t 的一个相邻的 20 天的增量的标准差。这些增量是非重叠并且是独立的：

$$V_n = \frac{\sum_{t=1}^{n}(S_t - \overline{S})^2}{n-1} \tag{10.3}$$

这里，V_n = n 天的方差，$\overline{S}$ = S 的均值。

对数变化是由等式（10.2）所计算出来的： 147

$$L_n = \ln\ (V_n / V_{(n-1)}) \tag{10.4}$$

这里，L_n = 易变性在时间 n 的变化。

然后，如第 7 章所述的那样实施了 R/S 分析。图 10.3 表明了 Log/Log 标绘图。表 10.1 汇总了结果。

现实的易变性具有 $H = 0.31$，它是反持续性的。因为 $E(H) = 0.56$，易变性有一个在它的期望值以下的 5.7 个标准差的 H 值。到目前为止，我们从未看见在金融界里的反持续性时间序列。反持续性理论讲的是系统更经常的比随机序列返回自身。这一点与交易者发现均值回复拟和的很好。这样，术语——均值回复暗示了，研究下的系统、均值和方差都是稳定的，那就是，易变性有一个向前倾向的均值，而且它不断的返回自身， 148
试图去再建一个均值。而这里，我们无法做出这个假定。

事实上，在第 13 章我们将发现一个涉及到湍流的谱密度的反持续性的赫斯特指数，湍流也是反持续性的。湍流系统被稳定的列维分布（Levy Distributions）所描述，该分布具有无限均值和方差；那就是，他们没有均值和扩散水平能够被测量。基于暗示，易变性将像湍流一样不稳定。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

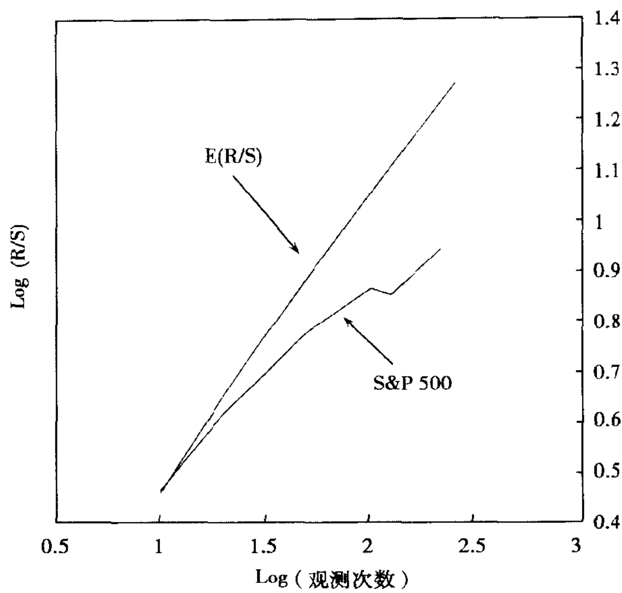


图 10.3　*R/S* 分析，S&P 实现的易变性

表 10.1　　　　　　　　　现实易变性

		S&P 500		E（R/S）
回归结果：				
常数		0.225889		−0.07674
（估计） *Y* 的标准差		0.021117		0.005508
R 平方		0.979899		0.99958
观察数目		6		6
自由度		4		4
赫斯特指数	0.309957		0.564712	
系数标准差	0.022197		0.00579	
显著性	−5.69649			

这意味着易变性没有任何倾向，但却频繁地返回自己。这可能是一个暗示某种盈利机会的征兆，但切记，返回是曲折的。易变性的大量增加对于伴随其后的未知数量的下降有很高的概率。那就是，返回小于增长的值，大于增长的值极可能相等。没有什么保证对可能发生的返回大到去足够补偿以前在易变性发生作用时的损失。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

10.2 暗示的易变性

现实的易变性是一个统计的制品，它是作为另外一个过程的特征被计算。暗示的易变性飘落在公式之外。它与现实的联系是，度量公式与现实的联系能有多大。对于暗示的易变性的研究在许多方面是在布莱克－斯科尔斯的公式里假设的检验。假如易变性真是一个有限过程，假定暗示的易变性为一个瞬时易变性的测度，那么暗示的易变性，也应该是有限而稳定的。它将既是随机游走又是能在股票收益上被预测的持续性序列。图10.4 显示了对于 R/S 分析的 log/log 标绘图，表 10.2 汇总了结果。 149

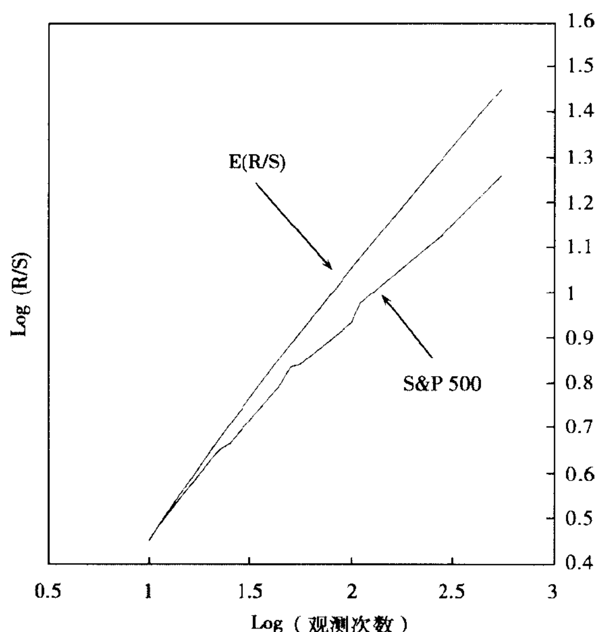


图 10.4　*R/S* 分析，S&P500 暗示的易变性

暗示的易变性非常相似于现实的易变性。它实际上有一个相同的赫斯特指数，$H=0.44$，它在$E(H)=0.56$ 以下 3.95 个标准差。事实上，几乎无法从现实的易变性时间序列中区别出一个暗示的易变性时间序列。当然，暗示的易变性确有较高的 H 值，假定它比实现的易变性更靠近白噪声。从某一方面讲，这是一种对使用布莱克－斯科尔斯公式计算暗示性易变性的辩护者的鼓励。对暗示的易变性计算确实捕捉了大量的在易变性和

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 10.2　　暗示的变性，1100 个观测值

		S&P500		E（R/S）
回归结果：				
常数		0.05398		-0.07846
（估计）Y 的标准差		0.017031		0.010699
R 平方		0.994994		0.998767
观察数目		12		12
自由度		10		10
赫斯特指数	0.444502		0.563715	
系数标准差	0.00997		0.006264	
显著性	-3.95			

期权升水之间的相互关系。这样它也导致，当依据这一公式估计“公平”价格时，假设稳定的、有限的方差值的期权定价模型的最初的实践问题。

150 反持续性具有有趣的统计特性；这点，我们将在第 14 章作进一步的探讨。除此之外，在持续性和反持续性时间序列之间的关系，将由股票价格变化和易变性的反持续性的持久特征很好的范例化。他们将彼此显示出一个镜像。一个离开另一个将不复存在。这一有迷惑力的关系将被包括在我们讨论 13 章里的 $1/f$ 噪声时的内容里。

10.3　小　　结

在这扼要的一章，我们探察了两个反持续性序列：现实的和暗示的易变性。他们已被发现具有相似性质。反持续性比在随机序列里更具有频繁回复的特征。因此，反持续性出现 $0<H<0.50$。这导致 $1.5<D<2.0$，这意味着一个反持续性时间序列比它对于一个随机线（$D=1.50$）更接近于充满了分形维的空间的一个平面（$D=2.0$）。然而，这并不是说过程是均值回复，它仅仅是回复而已。反持续性也暗示了稳定均值的空缺。没有可回复的东西，反转的规模具有自身的无规则性。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

151

不足抽样问题：黄金与英国的通货膨胀

在第 9 章，我们看到过量抽样的潜在问题——在检测数据是过于高的频率时有不正常的结果。在其他统计问题里（例如序列相关），潜伏着另一种危险：因为大样本容量而导致的分析的过分置信问题。在这一部分处理回复和不足抽样问题。对于不足抽样来说，分析会把随机形式接受为分形时间序列，仅仅因为没有足够的观测值以做出明确的决定。

不足抽样有两个类型，而且每个有它自己的结果。在我们称之为类型 1 的不足抽样里，我们得到不同于随机游走的赫斯特指数，因为观测值太少我们不能确信结果的显著性。第二类型的不足抽样因为在循环里的点太少，是一个既有持续性又有循环长度的“伪装”。过程因为较小的 n 值，因为 n 覆盖了这么长的一个时间长度，它已超出这一过程而成为随机游走。

使用在第 8 章里的道·琼斯工业股票数据，每个不足抽样的误差将被依次检验。道·琼斯工业股票数据，在完整的形式里，即指这个数据具有接近 1000 交易日的循环长度，已被显示出明显的持续性。此后，由于不足抽样，我们将观察两个饶有兴趣而无结果的研究。

11.1 不足抽样类型 I：太少的时间 152

在第 8 章，我们看到，经过一段时间的检验，稳定的、持续的过程的

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

赫斯特指数变化并不大。我们看到三个非重叠的36年的周期，而且发现他们的赫斯特指数几乎没变。假如在恰当位置确有一个赫斯特过程，当样本容量被增加时，运用等式(5.6)得出的赫斯特指数的期望值也不会明显改变。真发生变化的是$E(H)$的方差。随着观测值总数T的增加，这个方差减少。在第9章里，我们看到了，假如它们有足够的数据点，H在统计上是怎样显著的一个低值。

然而，分析者确实到了进退两难之地。假如保留一个相同的时间周期但又被更频繁地抽样，那么，正如我们在第9章里看到的，这就可能导致过量抽取数据。假如频率变得过高，噪声和序列相关就有可能隐藏信号。对于市场数据，如逐日或更长时间的，它宁可保留抽样频率，以避免过量抽样问题。遗憾的是，对于高频数据的惟一选择是一个较长的时间周期。较长的时间周期并不总是能得到，即便如此，它还是更为可取。

153 例如，让我们使用20年的5日道·琼斯收益。这导致了近1040个点。在投资金融里这似乎是一个可取的样本。在覆盖1970年1月～1989年12月的研究下的周期，图11.1和表11.1汇总了R/S分析的结果。

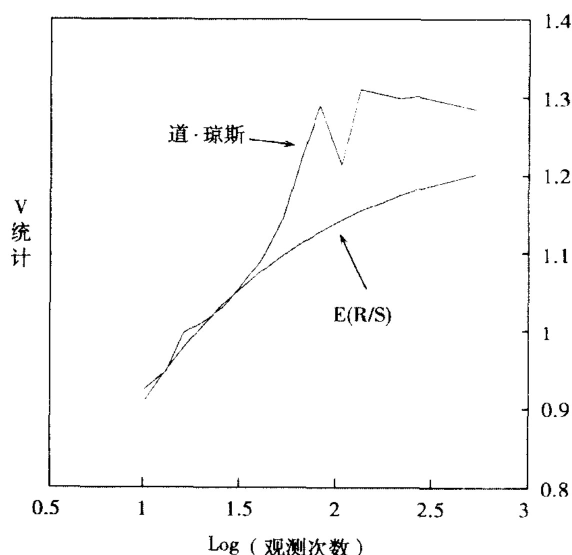


图11.1　V统计，道·琼斯工业股票，5日收益，1970年1月～1989年12月

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 11.1　道·琼斯工业股票，5 日收益，1970 年 1 月～1989 年 12 月

	道·琼斯工业股票		E(R/S)	
回归结果：				
常数		−0.15899		−0.11082
（估计）Y 的标准差		0.014157		0.008253
R 平方		0.997421		0.998987
观察数目		12		12
自由度		10		10
赫斯特指数	0.626866		0.583597	
系数标准差	0.01008		0.005876	
显著性	1.395384			

具有 20 年周期的赫斯特指数，与第 8 章里的 108 年的赫斯特指数相似：$H=0.63$。$E(H)$仍然等于 0.58，且循环长度仍在接近 200 个星期时出现。然而，对于 0.031 的标准差，$E(H)$的方差现在是 1/1040。不考虑所有的值实际上与第 8 章里的那些值一样，我们估计，由赫斯特指数的期望值得来的标准差，现在仅仅是 1.4。遗憾的是，对我们来说，这并没高到足以拒绝零假设的程度。系统还应该是随机游走。

那么，我们需要多少点呢？假如我们增加时间周期而非频率，那么我们就比较容易估计数据所需的条件。假如赫斯特指数是稳定的，那么在$E(H)$和 H 之间的差异也是稳定的。在这种情况下，差异是 0.04。这样我们有必要知道 T（观测值的总个数）的值会使 0.04 变为两个标准差的值，或：

$$(H-E(H))/(1/\sqrt{(T)})=2 \tag{11.1}$$

其简化为：

$$T=4/(H-E(H))^2 \tag{11.2}$$

在这个例子里，$T=2500$ 个星期，或是一个接近 48 年的 5 日数据。154
为取得一个 99% 的置信区间，等式（11.2）右侧的分子将被 9 替换。对于新区间假如 H 保持在 0.62，我们大概需要 5.625 个星期来完成 1% 置信水平的显著性。没有什么保证这就一定会发生。在许多情况下，H 是明显稳定的，但不是在所有的情况。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

假如我们保持相同的抽样频率但增加时间周期，这种分子的改变有理由起到很好的作用。假如我们在同一个时间框架内增加抽样频率，这种改变分子的方法就不适用了。例如，在第 8 章里，我们看到，从 20 天，到 5 天，到 1 天，频率增加了，它们各自的收益将 H 的值从 0.72，变到 0.62，再变到 0.59。抽样频率的增加通常伴随着噪声的增加和赫斯特指数的减少。在这种情况下，增加抽样频率，数据充足将在不断增加的比率上增长。

11.2 不足抽样类型Ⅱ：太低的频率

假定我们现在抽取每 90 天的道·琼斯股票数据。作为全部的道·琼斯数据集合，这给了我们覆盖 108 年的 295 个点。图 11.2 和表 11.2 显示了结果。一个 4 年循环的赫斯特指数是看不到的，因为它在 $n=16$ 时发生。由于我们通常是在 $n=10$ 时开始，所以，对于回归，我们没有点。$E(H)$ 的标准差是一个大 0.058。没有任何方法能将这一系统从随机序列中区别开来。惟一可取的办法是增加抽样频率。如果增加的频率不能给予一个显著的赫斯特指数，那么我们就能得出，系统不是持续性的。否则，我们将无法确定任何一个方法。

表 11.2　　道·琼斯工业股票，90 日收益

		道·琼斯工业股票		$E(R/S)$
回归结果：				
常数		−0.15456		−0.17121
（估计）Y 的标准差		0.038359		0.021257
R 平方		0.991328		0.997401
观察数目		5		5
自由度		3		3
赫斯特指数	0.607872		0.61723	
系数标准差	0.032825		0.018191	
显著性	−0.16072			

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

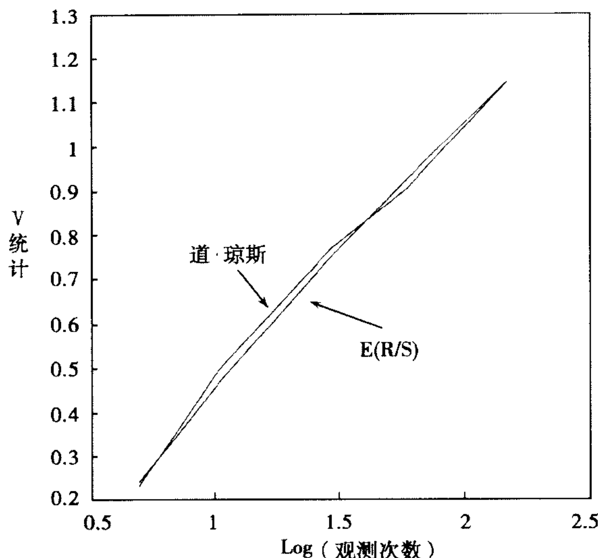


图 11.2　V 统计，道·琼斯工业股票，10 日收益

11.3　两个不确定的研究

我有两个遭遇不足抽样问题的数据集合。而我从未劝说人们改正这些问题，这是因为，被研究的序列对于我的投资经营方式来说是不重要的。鉴于许多读者对这些时间序列感兴趣，我在这里提供一个不确定的研究，以促使某些读者去完成这个研究。

11.3.1　黄金

我有从 1968 年 1 月～1992 年 12 月的 25 年的每星期的黄金价格，或称做 1300 个观测值。图 11.3 和表 11.3 表明了 *R/S* 分析的结果。图 11.3 的 *V* 统计标绘图指出了明显的 40 周和 248 周循环。长的循环相似于 4 年的 U S 股票市场。较短的循环也是饶有兴趣的。遗憾的是，赫斯特指数不显著，$H=0.62$ 和$E(H)=0.58$。因此，赫斯特指数是在其期望值上的1.67个标准差。根据等式(11.2)，我们需要4444个星期来完成显著性。不巧，美元直到 1968 年才成为黄金的标准比价，而我们不能增大时间框架。 157

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

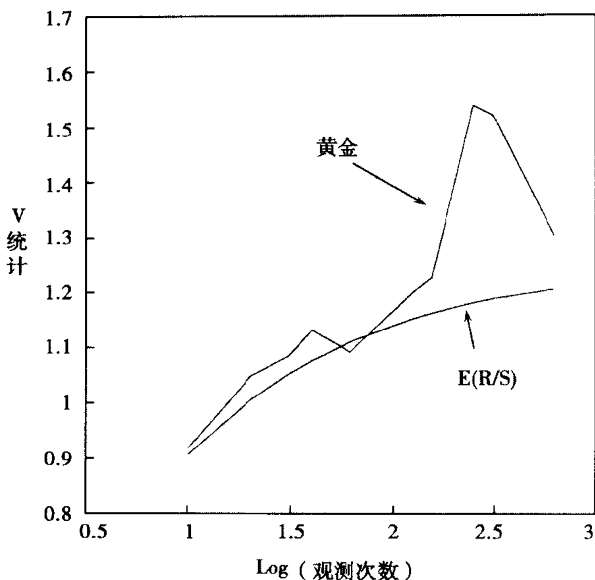


图 11.3　V 统计，周黄金现价，1968 年 1 月～1992 年 12 月

表 11.3　　黄金

		黄金		E(R/S)
回归结果：				
常数		-0.15855		-0.10186
（估计）Y 的标准差		0.028091		0.010688
R 平方		0.992385		0.9987
观察数目		8		8
自由度		6		6
赫斯特指数	0.624998	1.677234	0.577367	
系数标准差	0.022352		0.008504	

我们惟一的选择是，加大对逐日价格的频率，这是一个明显的不足抽样问题类型 I。

黄金的结果看上去饶有兴趣，可是需要进一步地研究。

11.3.2　英国的通货膨胀

我早期著作的读者曾寄来一篇文章，它发表在 1976 年的《经济学家》

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（*The Economist*）上，该文列示了 1662～1973 年，超过 300 年的英国通货膨胀的年估计，尽管它是一个非常长的时间序列，它的年频率使它成为 158 一个典型的类型 II 不足抽样问题。在美国，通货膨胀显示出 5 年循环，一如美国经济（Peters，1991a）。假如英国有相同的循环，它将因抽样稀少而被漏看。

图 11.4 和表 11.4 表明了 R/S 分析的结果。这个序列实际上是不能从随机序列里分辨出来的。它坚持这个理由，即美国和英国的通货膨胀有倾向和循环，可是这些数据不支持这个观点。

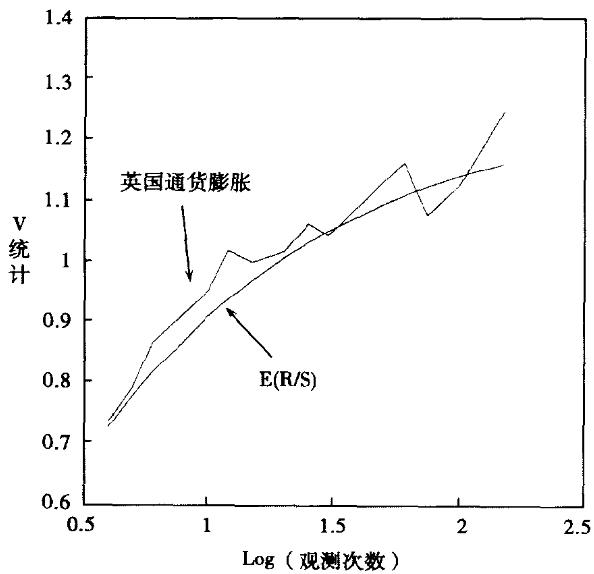


图 11.4　V 统计，英国年通货膨胀：1662～1973 年

表 11.4　英国通货膨胀

	英国通货膨胀	$E(R/S)$
回归结果：		
常数	−0.17106	−0.18656
（估计）Y 的标准差	0.006444	0.001442
R 平方	0.996196	0.999803
观察数目	4	4
自由度	2	2
赫斯特指数	0.656017	0.645863
系数标准差	0.028665	0.006414
显著性	0.175883	

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

11.4 小　结

这一章里，我们考察了两个类型的不足抽样问题。在不足抽样类型 I 里，时间太少不足以支持频率抽样。假定赫斯特指数的最初估计看上去有保证，这个特定解将增加时间跨度，并保持抽样频率常数。用这一方法，能够计算出足够数据的非常近似的值来。

在不足抽样类型 II 里，抽样频率太低而循环被丢失。给予充分的资源，就能补偿这种问题。然而，有时数据集的性质无改正的必要。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

159

通货：一个真实的赫斯特过程

正如我们在前几章中所说，通货通常混淆在一起。当交易者在买卖通货时，他们没有意识到通货自身的投资收入。相反，通货被买卖是为了在一个已选择了的国家中投资于短期利率的证券。通货“价值”没必要与国家的基础经济活动联系到一起。通货是系于两个国家的相关利率运动。除此之外，市场自身被他们各自的政府所操纵，其基于有效市场上的感觉上可能被认为不是那么有“理性”的原因。例如，一个国家需要刺激出口，它将允许，甚至鼓励它的通货价值下降。在另一方面，假如需要鼓励进口，并减少贸易过剩，很可能货币就要增值。两个目的都可能是称心如意，不管国家是否衰退或扩张。

一个国家的中央银行在这种情况下使用两种方法控制其通货。第一，国家会提高或降低利率，使政府证券较多或较少地吸引外国投资者。因为这个选择能冲击国家整个的经济增长，这通常是最后考虑的手段，尽管它有最持久的影响。

第二个方法更直接，而且，通常在通货达到一个中央银行认可的水平
时发生。中央银行通常大批量地购买或销售通货，以控制其价值。在某个 160
时间，货币市场的最大交易者可能就是中央银行，没有想要达到利润最大化的目标。

因为这两个要素，货币市场不同于其他交易市场。例如，它们实际上并非一个“资本市场”，因为，通货交易的目标不是为增加资本，而仅仅为表现交易股票与债券的能力。这些股票与债券是积聚资本的真正市场。通货是“纯粹”的交易市场，因为它们才真正是零和博弈。在股票市场，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

资产价值随经济而上下，利率也以相反方向上下。两个关系显然很稳定。然而，通货与经济没有稳定的关系。作为纯粹的交易市场，通货更倾向于追随时尚与时髦。简单来说，对股票和债券市场而言，通货市场追随群体行为。

到目前为止，我们已考察了某种系于经济活动的市场。股票、债券以及黄金都具有某种平均长度的非周期循环，后一个特点紧密地联系到非线性动态系统以及分形市场假说。然而，在第二篇中讨论过的单纯的赫斯特过程不具备平均循环长度。“王牌”是一个能在任何时间发生的随机事件。因为从扑克牌的随机包抽取随机数，随返回（重置）方式发生，王牌出现的概率不随时间增加。“有偏”的改变，确实是随机发生的。

在通货市场，我们准确地看到了这些特征。在第 2 章里，我们看到了，日元/美元汇率的易变性的期限结构不同于美国股票及债券市场。在第 4 章，我们看到了日元/美元汇率的持续赫斯特指数的证据。在这一章里，我们将在更多的细节上考察这种及其他种汇率。但研究仍将是有限的。

除了通货，其他交易市场可能也是纯粹赫斯特过程，特别是在诸如（利物浦的）猪肚这样的商品市场，这个市场以被投机商控制而闻名遐迩。我希望，其他的研究者来调查这些市场。

12.1 数　　据

通货市场有潜在的不足抽样 I 类问题。像黄金，在美国，通货的影响不在自由市场环境里发生，除非有政治事件——在这种情况下，尼克松行
161 政部门事件（水门事件）：美元和其他通货的浮动，作为 1972 年布雷顿森林协议的结果。在第二次世界大战以后这段时间，美元成为世界通货。外国的汇率相对于美元而由它们各自的政府固定。这样，19 世纪 60 年代后期，全球经济的触角已伸到各个不同的国家。浮动汇率的当前结构，由发达国家中央银行所操纵。这样，我们就有少于 20 年的数据。在美国股票市场，20 年逐日数据完成赫斯特指数统计上的显著性是不充分的。除非逐日通货汇率有比美国股票市场较高的赫斯特指数，我们无法完成显著性。所幸，它呈现出这种情况。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

12.2 日元/美元

在第 2 及第 4 章里，我们已经考察了日元和美元的某些方面，这个汇率，与马克与美元的汇率相比，是极为有趣的。一方面，自 1972 年以来，它大量地被人们所交易。战后日美双方的关系，以及美国作为日本最大出口消费者的后续发展，都导致了这两个国家的汇率长期以美元为标准。当两个国家的贸易赤字继续扩大，美国通货的价值继续下跌，R/S 分析将使我们能够洞察这个交易积极而又被广泛关注的市场的结构。

表 12.1 汇总了结果，而图 12.1 显示了这个通货的 V 统计图。赫斯特指数比美国股票值高，$H=0.64$。这个周期有 5200 个观测值，这样，估计是超过它的期望值之上 3 个标准差。因此，与股票市场相比较，它是高持续性的。然而，无长极差（Long-range）循环出现。这与易变性的期限机构一致，而这个期限结构也不显示长极差在风险上的减少。因而，我们可以得出，日元/美元的汇率与分数布朗运动或赫斯特过程一致的结论。虽然，与股票和债券市场不同，没有一个贯穿较长期限的"基础性"评价。技术信息继续统治所有的投资起点。这将导致我们相信，这一过程是

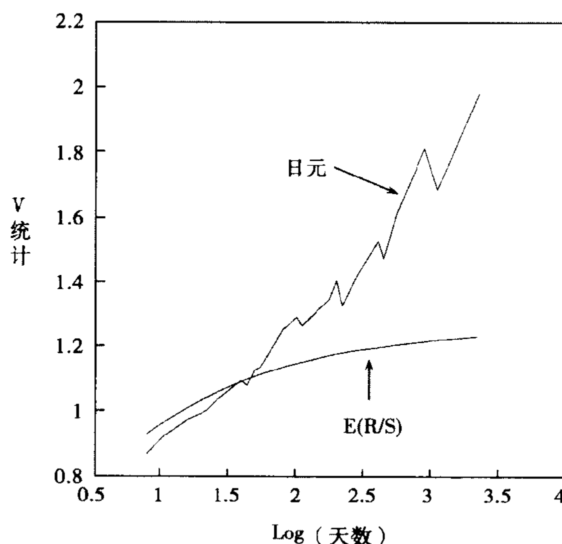


图 12.1　逐日日元价格，1972 年 1 月～1990 年 12 月

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

162 **表 12.1** **R/S 分析** (1)

		日元
回归结果：		
常数		-0.187
(估计) Y 的标准差		0.012
R 平方		0.999
观察数目	0.642	
H	0.553	
$E(H)$	4400.000	
显著性	5.848	

(2)

		英镑		日元/英镑
回归结果：				
常数		-0.175		-0.139
(估计) Y 的标准差		0.018		0.027
R 平方		0.998		0.995
观察数目		24.000		24.000
自由度		22.000		22.000
赫斯特指数	0.626		0.606	
系数标准差	0.006		0.009	
显著性	4.797		3.440	

(3)

		马克
回归结果：		
常数		-0.170
(估计) Y 的标准差		0.012
R 平方		0.999
观察数目		24.000
自由度		22.000
X 系数	0.624	
系数标准差	0.004	
显著性	4.650	

一个真正的“无限记忆”，或是赫斯特过程，它与长期的而且具有有限记忆的，并特征化了股票和债券市场的过程相对应。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

12.3 马克/美元 163

像日元/美元那样，马克/美元汇率，是系于战后扩张——这种情形下的德国，因为美国帮助了它自己的老对手从纳粹的束缚下恢复起来。有趣的是，马克/美元汇率的 R/S 分析实际上是日元/美元分析的认同。$H=0.62$，略低于日元/美元，但显然并不明显。这给了我们一个超过四个标准差的显著性（见图 12.2）。再者，在 log/log 标绘图里又不存在断点，这暗示，或者根本不存在任何循环，或者存在特别长的循环。后者似乎总有存在的可能性，而这看起来又不大可能。

164

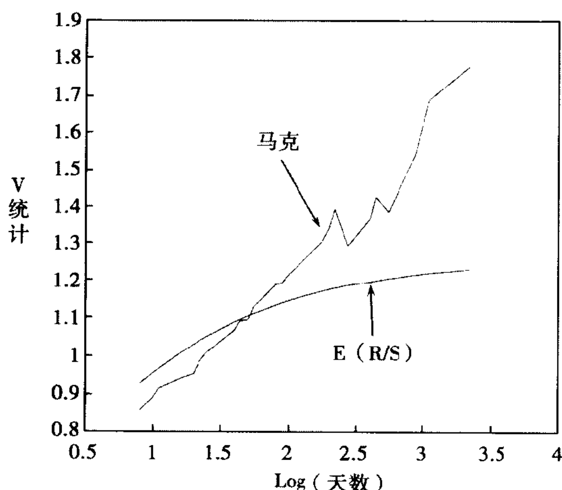


图 12.2　V 统计，逐日马克价格，1972 年 1 月～1990 年 12 月

12.4 英镑/美元

英镑/美元的汇率与以上所述两种汇率是如此相像，已无需赘言，另外，与我早期著作里所研究的股票不同，这三种通货汇率都有实际上同一的 H 值。当我们检测资产组合的赫斯特指数时，这点尤为重要。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

165 12.5 日元/英镑

日元/英镑的汇率与其余三个相比稍有不同。日本和英国不是主要贸易伙伴；发生在这两国之间的通货交易远非活跃。另外，远期交易市场，这里大宗的货币套利发生，是以美元的汇率标价的。因此，日元/英镑的汇率衍生于日元/美元的汇率和英镑/美元的汇率，而不是直接标价。结果，日元/英镑的汇率在少于 100 天的区间看起来基本上是随机的。其余

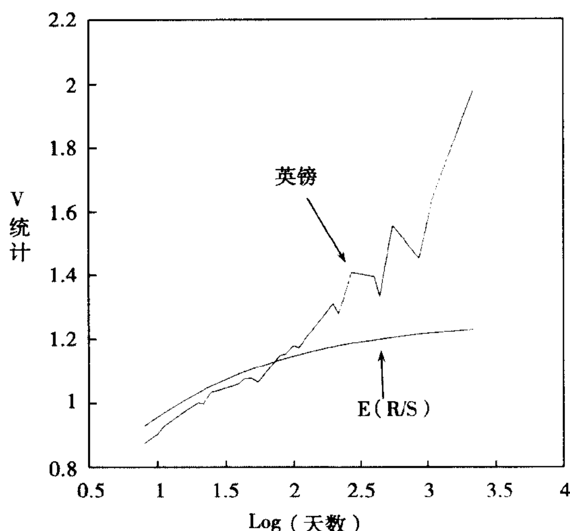


图 12.3 V 统计，逐日英镑价格，1972 年 1 月～1990 年 12 月

的汇率具有相似特征，而且日元/英镑的汇率在高频率时对于随机游走是认同的。图12.4显示 V 统计是如何紧随其对于不到100天的期望值的。

即便如此，日元/英镑也不是一个很引人注意的汇率，同样它也没有显现循环长度。长期记忆，不是特别的长，就是无限的长。

166 12.6 小 结

通货具有有别于其他过程的有趣的统计与基础的特性。一般来说，通货交易不是证券，虽然它们交易活跃。最大的参与者中央银行，他们的收

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

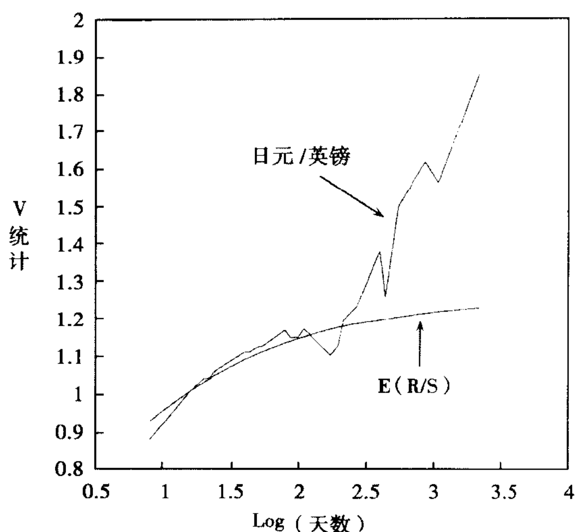


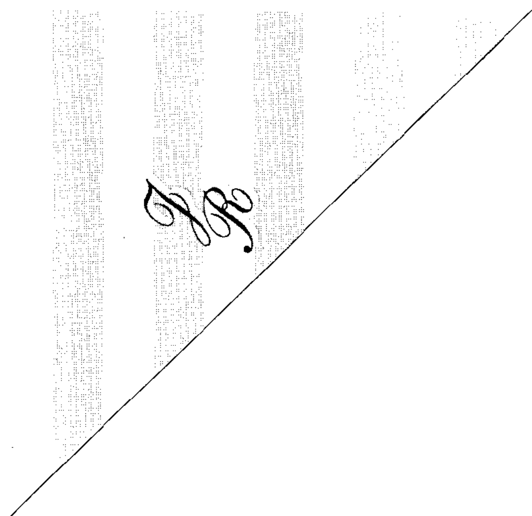
图 12.4　V 统计，逐日日元/英镑，比价，
1972 年 1 月～1990 年 12 月

益不是最大化；他们的目标不必是理性投资者的目标。同时，在通货市场上很少有循环的证据，虽说它们有这个强烈的倾向。

汇总这些特性在一起，使我们相信，通货是真正的赫斯特过程。即它们被无限记忆过程特性化了。当他们在做其他实体的交易时，长期投资者应该谨慎靠近通货。特别是，他们不应该假定买一卖战略从长期看就一定赚钱。风险随时间而增加，而非随时间而下降。那些必须使通货显露的长期投资者应该考虑积极交易那些持有物。在长的周期里，它们显不出任何优势。

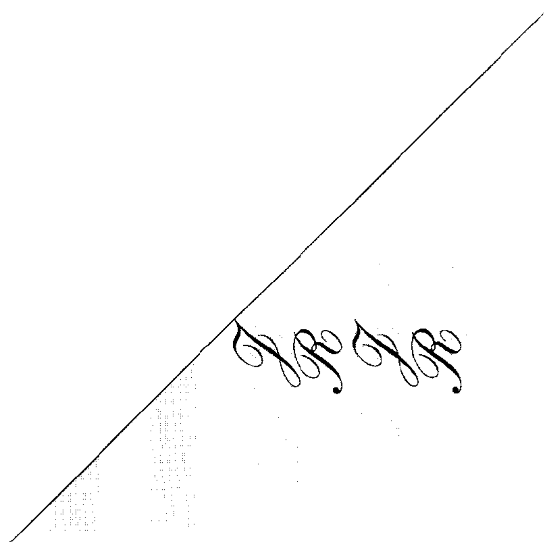
全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



第Ⅳ篇

分 形 噪 声



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

169

分形噪声与 R/S 分析

在前面几章中，我们可以证明，至少在短期里，市场是持续的赫斯特过程，以及它的易变性，一个统计的副产品——反持续性。分形市场假说提供了一个就已观察到的，自相似概率分布的经济学的基本原理，可是，它没有提供检测预期行为的数学模式。在这一章及以后的几章里，我们将检测这些模式。它们必须与分形市场假说一致，正如第 3 章介绍过的那样。

我们已看到，短期市场收益产生由一个有陡峰均值和比正态分布较胖的尾部所特征化了的自相似频率分布。这可以是 ARCH 或与 ARCH 相关的一个过程。正如第 4 章所记述的，ARCH 由相关的条件方差所产生。收益仍是独立的，这样，EMH 的某种形式将仍然保持。不过，在第二篇里，我们也看到，市场由大于 0.50 的赫斯特指数所特征化了，这暗示收益中的长期记忆，与第 4 章里检测过的 GARCH 和 ARCH 过程是不同的。另外，我们还发现方差不是持续过程；相反，它是反持续的。以 R/S 分析为基础，ARCH 与其衍生物都不与持续性或使市场特征化了的长期记忆效果相一致。因此，我们需要选择一个具有胖尾分布、展示持续性和具有不稳定方差的统计模式。

存在一类适合这些标准的噪声过程：$1/f$ 或分数维噪声。与 ARCH 不同，分形噪声依赖于一个复杂的统计处理，分形噪声是布朗运动过程的产物。它们似乎无处不在。$1/f$ 噪声的普遍性质曾迷惑和引诱了科学家一段时间。对于相位转变，$1/f$ 是特别普通的，这里不存在时间和长度的内在的规模；那就是，相关变成无限。因为赫斯特过程在它自己纯粹的形式 170

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

里，也被无限记忆特征化了，它等同于两个过程，似乎是合理的。Mandelbrot 和 Wallis（1969a～1969c）做的就是这项工作，可是科学与数学界并没注意到 R/S 分析和它与 $1/f$ 噪声的关系。有一个显著的例外就是 Schroeder（1991）。然而，从理论到实验，$1/f$ 噪声被广泛地研究了。通过协调赫斯特无限记忆过程和 $1/f$ 噪声，我们使市场分析中琳琅满目的工具库变得有效用了。

在这一章，我们将开始讨论这一过程，可这仅仅是一个开端。我期望进入分形噪声过程的研究和市场将是产生有用技术的、最富有成果的领域之一。除此之外，有一个 ARFIMA 模型族，一个在第 5 章讨论过的、一般化的 ARIMA 版本。当我们允许不同的区间是分形时，许多赫斯特长期记忆过程就能够产生，并且混合于短期 AR 和 MA 过程。我们以检测这种有趣又有用的研究领域来结束本章。

13.1 噪声的色彩

人们一想到噪声，总是认为噪声是“白色”的或是随机的。这类噪声是在听空白磁带时的“嘶嘶”声。因为它没有固有的规模变化，所以不管磁带的速度如何，嘶嘶声听起来总是相同的。它的被积函数被称作“布朗”噪声。布朗噪声就是白噪声的运行总和。看起来似乎有某种东西在那里，但是，没有什么信息实际存在于布朗噪声里。

这些噪声能够被它们的功率谱所特征化。它们遵循简单的逆幂法则。功率谱是通过傅立叶变换计算出来的，它通常叫做谱分析，其由 19 世纪早期的 J·B·傅立叶所发展起来。傅立叶变换一个时间序列成为由频率所定义的函数。它假定任何时间序列可由不同频率和无限区间的正弦或余弦波的加总来代表。在许多频率或时间增量上，傅立叶函数的系数以与定义光有谱的相同的方式定义了“谱”。在有尖陡峰的频率上，在原始的时间
171 序列，存在一个周期性要素。这样，谱分析假定（1）研究中的时间序列一般是周期性的，（2）而且循环实际上也是周期性的。

然而，当分形噪声是现实时，功率谱是无特色的并且依逆幂法则而规模变化。这些逆幂法则是一个频率函数 f，并遵循 f^{-b} 的形式。由于在研究中的系统的自相似本质，功率谱遵循逆幂法则。这些频率，如同所有的分形，遵循逆幂法则而规模变化。这个规模变化因子，或谱指数 b，其变化范围可以由 0 到 4。对于白噪声，$b=0$；即白噪声功率谱与频率无关。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

在所有的频率上，白噪声保持不变，那就是磁带上的嘶嘶声为什么在任何速度（频率）下听起来都一样。在相空间里白噪声分形维的计算是相似的。白噪声充满了它置身其中的嵌入维（它在某种情形时是一个频率）。这里不存在规模变化法则。当白噪声被积分时，对于布朗噪声的幂谱，$b=2$。因而，布朗噪声有 $1/f^2$ 的形式。正如在大多数随机过程中，这个规模变化算子是一个平方。

对于 b 来说，还存在一些其他的值。假如 $0<b<2$，我们有一个粉红噪声。粉红噪声常常被认做 $1/f$ 噪声，但是这可能有点用词不当。粉红噪声似乎一般是广泛分布，而且在模拟湍流时有用，特别当 b 假定是 1 与 2 之间的分数值时。在布朗噪声之外，当 $b>2$ 时，存在黑噪声。黑噪声一直用来模拟持续系统，它们以存在突然崩塌而著名。这样，我们现在有一个分数维噪声与赫斯特过程之间的关系：

$$b = 2 * H + 1 \tag{13.1}$$

这里，b = 谱指数；H = 赫斯特指数。

黑噪声涉及到长期记忆效果（$H>0.50$，$2.00<b\leqslant4.00$）；粉红噪声涉及反持续性（$H<0.50$，$1\geqslant b>2$）。这个功率谱与赫斯特指数之间的关系，是由 Mandelbrot 和 Van Ness（1968）推定的。他们也假定分形布朗运动的导数有 $1-2*H$ 的谱指数。

虽然这些关系是由 Mandelbrot 和 Van Ness（1968）推定的，并被广泛接受，但是给它们严格定义的却是 Flandrin（1989）最近才做的。

13.2 粉红噪声：$0<H<0.50$ 172

长期以来，$0<H<0.50$ 一直被认为是“不怎么令人感兴趣”的情形，摘自 Mandelbrot（1982）。然而，事实并非如此。由于等式（13.1）和第 10 章的结果，反持续性可能相当重要。易变性与湍流之间的关系将大大提高我们对于市场理解的兴趣。它还将减少大量的对于形而下系统和市场之间关系的误解。

Schmitt、Lavallee、Schertzer 和 Lovejoy（1992）以及 Kida（1991）出版了分形分布（例如，Levy）与湍流之间的联系。等式（13.1）显示了湍流与赫斯特指数之间的联系。H 的反持续性值与粉红噪声相符。这样

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

一来，理解粉红噪声提高了我们对反持续性和易变性结构的理解。

13.2.1 松弛过程

$1/f$ 噪声与松弛过程密切相关。实际上，$1/f$ 噪声已被 Mandelbrot 推定，是在许多不同频率发生的大量平行松弛过程的集合。这些频率等同于对数的分割，它解释了逆功率定律行为。第 6 章的魏尔斯特拉斯函数里，我们看到了相似的结构。魏尔斯特拉斯函数是大量的频率产生的大量的正弦曲线的集合。

一个松弛过程是一个动力学平衡的形式。假设，平衡中的两个硬币，包含在一个封闭的环境里。一个外生力出现，使一个得益于另一个：一个硬币将开始数目上的增大，同时另一个硬币减少，一直达到一个新的平衡为止。达到一个新平衡所需的时间就是系统的相关或松弛时间。

Gardner（1978）涉及到 Richard Voss 命名的模拟 $1/f$ 噪声的简单方法。正如 Hurst 扑克牌的概率包，它提供了一个理解平行松弛过程如何真正在市场产生的方法。

Voss 的方法使用了三个筛子。掷了第一个，记下每一次观测的数字。第二个又掷了，但每隔两次投一回，它的数字加到第一个筛子上。第三个每四次投一回，它的数值加到另外两个上。这个方法在一个小范围频率上模拟 $1/f$ 的噪声。第一个筛子具有一的频率，第二个是二的频率，而第
173 三个是四的频率。把这三个投掷加在一起，在不同的相等间隔区间，我们将在不同的区间模拟多重松弛时间，它们被平衡地放置在 log2 空间。

在市场上，这两个赌码可以是两个倾向，一个基于情绪，另一个基于价值。某种信息，例如，长期利率水平不会对某个特殊公司有利，假如这个公司没有长期债务。但是作为一个整体利益的市场改善的情绪可能推动股票价格到一个新的“公平价格”的位置。这一新的公平价格，是公司前景（主要系于基础的资产负债表）与作为整体股票市场的相对利率水平位置的结合。股票市场使利率的改变完全具有价值所花费的时间是那个要素的松弛时间。不同的股票似乎可以评价不同利率水平上蹬信息。因此，当市场被当作整体时，相同的信息对于许多不同的“平行”松弛时间有着不同的反应。

在纷形市场假说理论下，具有不同投资起点的不同的投资者，更有可能对具有多重松弛时间的信息有所反应：那就是，信息对于不同的投资者

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

影响也不同，而这些信息依赖于它们的投资起点。所以，易变性，这个市场领域不确定性的测度，将经历许多具有不同相关关系或松弛时间的平行改变。

Schroeder（1991）定义的模拟 $1/f$ 噪声的公式，它比 Voss 的三个赌码理论更实用。它包含了松弛过程的发生器。对于均匀散布在 log 空间里，并加在一起的频率水平，这个公式可以反复使用。此公式非常简单，可以用在计算机的电子表格中，这个公式是：

$$x_{n+1} = \rho * x_n + \sqrt{1-\rho^2} * r_n \tag{13.2}$$

这里，$x_0 = 0$；r = 惟一随机数；ρ = 确定的相关时间。

ρ 与松弛时间相关，t 遵循下列关系：

$$\rho = \exp(-1/t) \tag{13.3}$$

这里，t 是松弛时间。如果选择 t 的三个值，它们均匀地散布在 log 空间里，就会产生三个序列 x。例如，假如必要的后果在 log10 空间里，那么就使用了 $t=1$、10 以及 100。$p=0.37$、0.90 以及 0.99 各自的值也会产生出来。Schroeder 讲到，尽管是均匀散落 log 空间的，对于良好的逼近之所需，三个观测值足矣。在这种情况下，频率被 10 的幂分开。就筛子而言，它是 2 的幂。 174

但请注意，这是一个逼近。理论上讲，$1/f$ 噪声包含了这种松弛时间的数目，它产生于不同频率上的平行。我们模拟得越多，结果就越好。

在电子表格里，用以下步骤能轻易地模拟等式（13.2）：

1. 在 A 栏内放 1000 或同等的随机数。
2. 在格 B1 里放一个 0。
3. 在格 B2 里放以下等式：

0.37 * B1 + @sqrt（1 − .37 ∧ 2） * A2

4. 在格 B2 里向下复制 1000 格。
5. 在栏 C 和 D 重复里 1～4 的步骤，在第 3 步用 0.90 替换 0.37。
6. 在 E 与 F 栏里，重复步骤 1～4，在第 3 步时，用 0.99 替换 0.37。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

7. 加总栏 A，C 和 F 在栏 G 里。

G 栏里包含有粉红噪声序列。画出序列并同一个随机序列相比。你会注意到，有许多更大的变化，包括正的和负的，以及更多的频率反转。

等式(13.2) 看起来非常简单，可它有区域间复杂的相互作用。它等号右边的第一项是简单 AR (1) 过程一样，和我们在第 4 章里检测过的那些 AR (1) 过程相像。这么说，如同 AR (1) 过程，这个等式包含一个无限记忆。然而，我们在第 4 章里也看到，作为短时区间，AR (1) 是持续的。正如我们将要看到的，这个序列是反持续性的。第二项里的某些肯定也能导致反持续性。

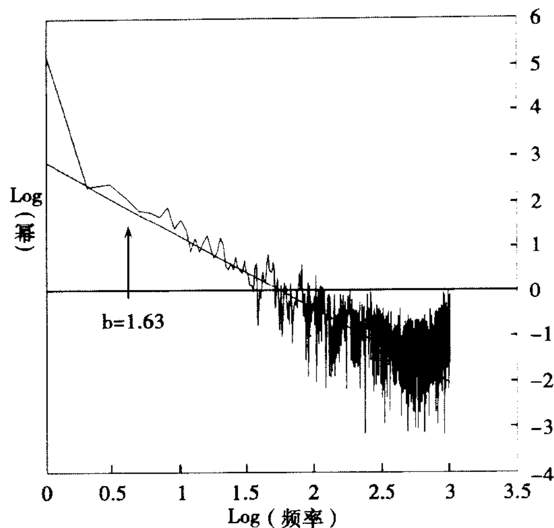
第二项是一个随机撞击。它的系数是第一项里系数的相反数。例如，当 p=0.37 时，第二项的系数是 0.93，当 p=0.90 时，第二项的系数是 0.43。那就是，AR (1) 过程越强，随机撞击就越弱。可是，在下一个反复里，随机撞击进入 AR 过程，并变为无限记忆过程的一部分。

175 随机撞击永远无法使系统达到均衡。假如不包括随机要素的话，凭借它的松弛时间 t，每一个 x 序列都将达到均衡。然而，随机因素保持干扰系统；它不断地反转自身而且停不下来。这类系统可以这么表述，它们具有不稳定的方差与均值。在第 14 章，我们将更全面地考察这个问题。

图 13.1 显示，根据等式 13.2 而产生的 1000 个观测值的序列，相对于频率的功率谱的 log/log 标绘图。根据等式(13.1)，取 $b=1.63$，或 $H=0.31$，那么，直线的斜率是 -1.63。图 13.2 表明了同一序列的 R/S 分析。R/S 分析取 $H=0.30$ 时，支持等式(13.1)。因为等式(13.1) 给出 H 的渐近值，所以这些值又变化不定了。对于小的观测数值，R/S 值将是有偏的，而且它们遵循来自于等式(5.6) 的期望值。这样，得出了两个近乎相同的结果。更为重要的是，二者都给出了 H 的反持续性值。它们看上去都与第 9 章的易变性研究相似。

由于分形市场假说假定的市场结构，多重平行松弛结构就有可能存在。每个投资起点（或频率）有其自身的概率结构。这个自相似的概率结构意味着，在短期内的规模调整之后，每个投资起点面临着相同的风险水平。这样，每个投资起点都有相同的不稳定的易变性结构。这些不稳定易变性的和，是具有 $b=1.56$，或 $H=0.44$ 特征指数的 $1/f$ 噪声。易变性不稳定的原因，要等到 14 章和分形统计时再考虑。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



176

图 13.1　功率谱 $1/f$ 噪声：多重松弛算法

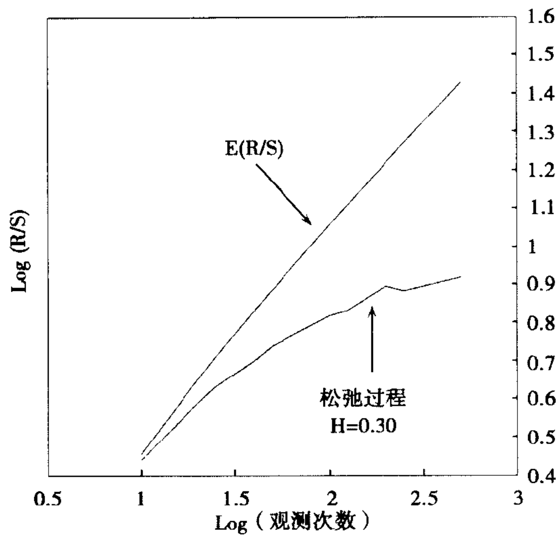


图 13.2　*R/S* 分析，反持续性：松弛过程

13.2.2　间歇性

有趣的是，$b = 1.67$ 或 $H = 0.33$ 的特征值，实际上经常亲自出马。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Kolmogorov（1941）预测，湍流速度的改变，应是 $b=5/3$。由 Kida（1991）和 Schmitt 等（1992）已表示过，湍流的实际指数非常接近其预
177 测值。H 的持续值逐渐趋向 0.70；反持续性值逐渐趋向 0.33。这暗示，湍流与市场结构之间可能存在一种关系。令人啼笑皆非的是，当大部分人把湍流等同于股票市场，他们考虑的是价格的变化。相反，湍流可能较好地模拟易变性，这易变性可以通过期权市场而被买卖。

湍流被认为是小瀑布现象。它被一个能量特征化，这个能量正由较大规模结构转换为较小规模结构。在湍流里，有一个主要的力射入液体。这个力导致了众多的旋涡，而且，较小的旋涡从较大的旋涡甩出来。这个自相似小瀑布结构，是头一批动态分形映像之一。可似乎不大可能有特征化易变性的现象存在，因为它是一个逆幂法则结果。市场更像逆幂法则现象，大规模变化是小的规模变化的总和（放大过程）。这个放大过程构筑了长期记忆过程的基础。在易变性里，可能是这样的：

1. 我们已在第 2 章里看到了易变性的期限结构。在股票、债券及通货市场，易变性以快于时间方根的速度增加。一个投资起点对于另外一个投资起点的关系，放大了较小投资起点的效果，可能是易变性具有幂指数规模变化特征的动态学原因。每一次市场的分形结构（那就是，具有不同投资起点的同时交易的投资者，）是一个放大过程的快照。这更像来自于湍流的快照。
2. 股票与债券市场的确有最大规模变化，表现为记忆效果就如同湍流中的能量一样驱散。然而，通货没有这个特性与能量放大，而且记忆也不会永远继续。对于湍流具有相似值 b 的易变性，应是这样被模式化了的。

著名的逻辑斯蒂克等式（Logistic Equation），是最简单的模拟湍流的小瀑布模型。逻辑斯蒂克等式，被一个从有序到混沌行为的双倍周期路线特征化了。这个等式常被用做样本，以确定随机观察（统计上讲）如何才能从简单的确定方程中产生。名不见经传的是，逻辑斯蒂克等式产生了反持续性结果。虽然这对易变性而言是一个好模型，但对于资本市场来说却
178 不适用。

逻辑斯蒂克等式最初被设计用来模拟人口动态学（正如模拟松弛过程）以及弹道理论的。假定我们有一个人口数，增长率（或出生率）r。如果我们对于这个人口数只使用增长率，我们将得不到有意义或实际的模型。通过时间，它是线性、无边界的增长。正如我们所知道的，当人口无

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

边界增长，它终将达到一个超过它资源的程度。随着资源变得匮乏，人口会下降。因此，加上死亡率就尤为重要。有了这个要素，人口变大，死亡率增加。L 氏等式包含着出生与死亡率，并采取下列形式：

$$X_{t+1}=r*X_t*(1-X_t),\quad 0<X<1 \tag{13.4}$$

这里，t=时间指数。

逻辑斯蒂克等式是一个重复的等式：它的产出成为下一次运转的投入。这样的话，每次产出涉及到以前所有的产出，产生了一个无限记忆类型的过程。这个等式具有丰富的复杂行为价值，这涉及到增长率 r。

在文献中，逻辑斯蒂克等式已被广泛地讨论过。在我以前的书里，我曾为此专辟一章，可我的初衷却是直觉地把分形行为与混沌行为连接起来。而在这里，我倒是乐意把这个等式当作反持续性过程的一个样本来讨论，该过程展示了在确定的参数值下，作为市场易变性和湍流行为间歇性的重要特征。逻辑斯蒂克等式可能不是易变性的模型，可是它有某种我们有望在这样的模型中看到的特性。

由于 r 值中一些微小变化，这个过程可以旋转着从稳定行为到周期行为再到混沌行为。我们现在返回到人口动态学分析，当 r 取一些小值时，人口终于停在一个均衡水平上；即人口的供给与需求达到了平衡。这样，当 $r=3.00$，有两个解（通常叫做“周期 2”或“2 循环”）。这个事件叫做干草叉分岔，或周期加倍。随着 r 值的增加，出现 4 个解，尔后 16 个，再后来 32 个。最终，在接近 $r=3.60$ 时，结果随机出现。它已变为“混沌”[更完整地描述，包括在普通电子表格上模拟逻辑斯蒂克方程的指导，在 Peters（1991a）里是适用的]。

图 13.3a 是我早期的书中显示的分叉图。x 轴表明了 r 值的增加，而 y 轴则表明了等式 $x(t)$ 的结果。r 的低值达到了单个的解，而增加的值导致了后续分叉。对于混沌的这一周期加倍路径已在湍流里发现。周期加倍涉及到上述小瀑布概念。然而，在混沌区域（$r>3.60$），也有稳定的窗口。特别是，一条大的白色带在接近 $r=3.82$ 时出现。图 13.3b 是这个域的放大图。 179

r 的临界值实际上是 $1+\sqrt{8}$。在这一点，周期 3（三个交替解）的稳定域显现。然而，稍低于这个域的结果交替出现在稳定 -3 循环与混沌域之间。图 13.4 显示，用 $r=1+\sqrt{8}-0.0001$ 在电子表格里重复等式

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

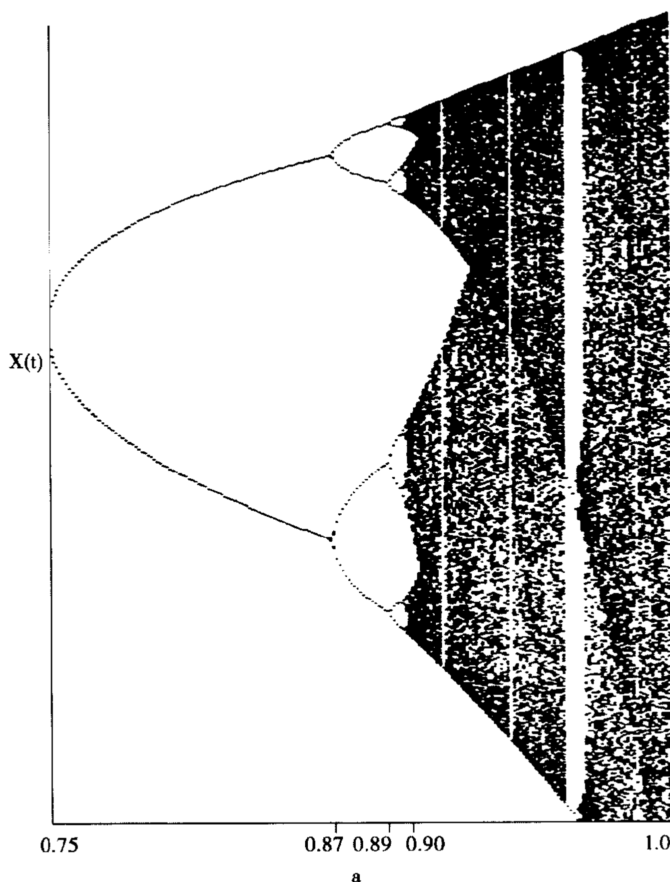


图 13.3a　分岔图

180 (13.4）的结果，这在 Schroeder（1991）之后。交替区域描绘了间歇行为，或稳定与不稳定的交替周期。间歇或混沌的爆发，是现实与暗示的市场易变性的时间行为的很有代表性的征兆。

Schroeder（1991）更具体地走进了这个事件的有关几何学，它被叫做正切分歧（Tangent Bifurcation）。概念上讲，在一个一组紧密相连的值内系统交替变化；在一个长周期上，系统被套牢。然后，它爆发了，在另一次被套之前变得杂乱和呈混沌现象。“稳定的值”在它变得不稳定之前呈双曲线（考察图13.3b的分叉）衰变。许多研究已注意到，跟随易变性的“穗状花”双曲线衰退的相似行为。双曲线衰退可能表现为以前讨论过的松弛时间的等价物。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

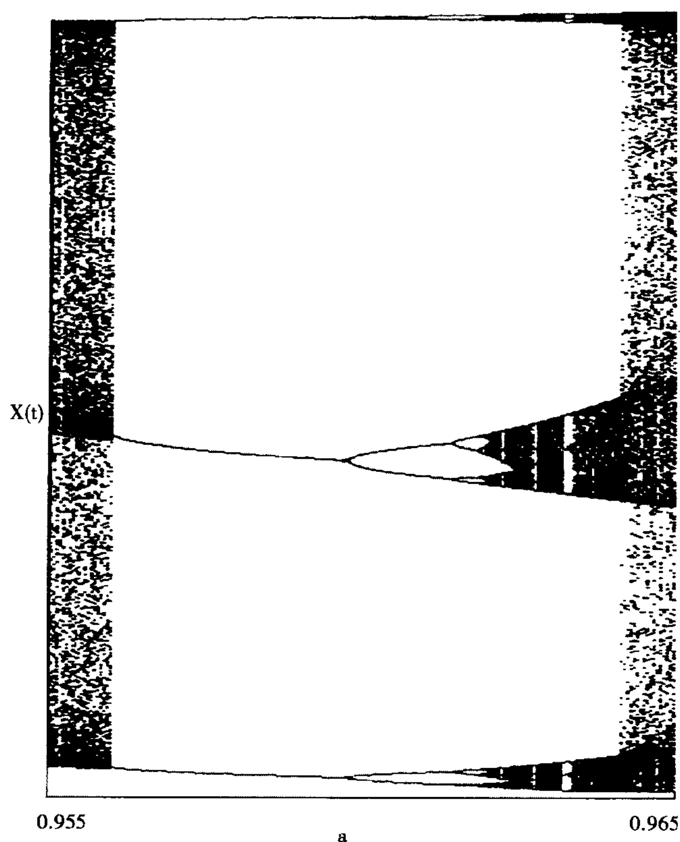


图 13.3b 混沌域的扩大

所给出的这个行为，对逻辑斯蒂克方程运用 R/S 分析是有益的。图 181
13.5 显示了这一结果。我们从逻辑斯蒂克方程里取 3000 个值，运用 R/S 方法去分析，用混沌域里的 $r=4.0$。计算出 H 等于 0.37，或者在 $E(H)$ 以下 10.2 个标准差。这些数值与第 10 章里就市场易变性的那些发现非常相似。

我们已见过粉红噪声的两个模型。松弛序列与逻辑斯蒂克方程之间的关系应该是显而易见的。像重复过程的两个人口动态模式过程。尽管等式 (13.2)、等式 (13.4) 是相似的，它们却也很不相同。在松弛模型里，衰退归咎于相关时间和随机事件。在逻辑斯蒂克方程里衰退归咎于人口规模自身的非线性转换。逻辑斯蒂克方程从动态学的角度看，是一个更为丰富

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

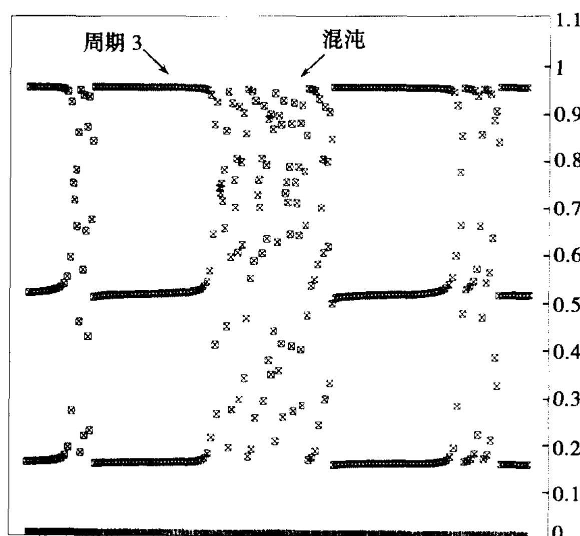


图 13.4　间歇性，逻辑斯蒂克等式：$r=3.8283\cdots$

182

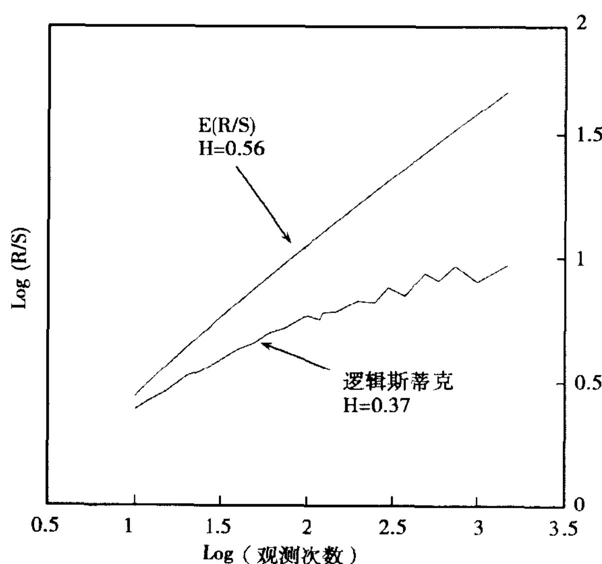


图 13.5　R/S 分析，逻辑斯蒂克等式：$r=4.0$

的模型。尽管这样，带有多重松弛时间的松弛模型也大大地引起了人们的兴趣，特别是在分形市场假说的光环之下，分形市场假说认为，市场是由无穷多个投资起点的重叠而构成的。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

作为易变性的两个“真实”模型存在着一个明显的问题。两个过程都没有产生陡峰、胖尾的频率分布，我们将在第 14 章看到这个分布的 $0<H<0.50$ 的系统特征。除此之外，我们无法继续解释为什么间歇性与松弛过程就应该与易变性有关，易变性毕竟是市场价格动态系统的衍生物。183
似乎存在一个连接，但在我们讨论它之前我们必须先看一看黑噪声过程。

13.3 黑噪声：$0.50<H<1.0$

赫斯特过程，大致讲是一个黑噪声过程，早已被广泛讨论过了。如同粉红噪声，黑噪声过程在自然界里似乎很丰富。像湍流一样，粉红噪声在松弛过程中出现。就像江河的流量，太阳的黑子，树的年轮厚度，以及股票市场价格的变化，黑噪声在长期运行的循环记录中出现。赫斯特过程有可能是对出现黑噪声的一种解释，但是，有另外的理由解释在时间序列里存在着持续性。在第Ⅴ篇我们将讨论“噪声混沌”的可能性。在这一章节，我们将考察分形布朗运动。

13.3.1 约瑟效应（The Joseph Effect）

分形布朗运动（FBM）是布朗运动的一般化，而布朗运动长期被当做一个“违约”的发散过程，正如我们从前多次讨论过的。一般来讲，如果正在研究的过程不为人知并且包括了大量的自由度，那么，布朗运动就是任何好的解释当中的一个。因为它一直被广泛的研究而且它的性质也容易被人理解，大量的被用做数学分析的工具。然而，正如我们已经看到的，随机过程与布朗运动传播得如此之广的确是一个神话。Hurst 发现大多数过程都具有长期记忆效果的持续性。这就违背使过程随机的公设，这么一来，就使大部分数学分析工具的适用性降低了。这个问题的一部分是布朗运动所要求的限定性假设——即基本构架了布朗运动的高斯统计。这已成为一个特例，而非一般情形了。也许在时间序列分析中的大部分散布误差是这么一个假设，即除非你有别的论证，否则，大部分序列，都应该被作为布朗运动而接受。反转就是这个情形。

布朗运动最初是作为漂浮在液体中的微小粒子的无规则运动而进行研究的。Robert Brown（1828）意识到这个不规则运动是液体自身的性质。我们现在知道不规则运动归咎于水分子同悬浮微粒的碰撞。Bachelier

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

 (1900) 辨认出随机游走和高斯统计之间的关系。Einstein (1908) 看到了布朗运动与随机游走之间的关系。1923 年，Weiner (1976) 以随机行走那种形式，以基础高斯统计结构，模式化了布朗运动。Feder (1988) 以下列方式解释了这个过程。

取 $X(t)$ 为随机分子在时间 t 的位置，让 (e) 作为具有 0 均值和单位方差的高斯随机过程，包含着以 e 为标志的随机数。随机分子从时间 t_0 到时间 t 的位置的改变由下式给出：

$$X(t)-X(t_0)\approx e^* |t-t_0|^H, t\geqslant t_0 \qquad (13.5)$$

这里，对于布朗运动，$H=0.50$。

正如 Feder (1988) 所说，“由从高斯分布中选择的一个随机数 e 所给出的 $X(t_0)$ 而发现 $X(t)$ 的位置，用时间增量 $|t-t_0|^H$ 乘以它并给 $X(t_0)$ 加上这个结果。”对于分形布朗运动，我们将 H 一般化以便它能从 0 变化到 1。如果我们现在将 $B_H(t)$ 定为 FBM 中粒子的位置，那么，位置变化方差以如下时间进行规模变化：

$$V(t-t_0)\approx|t-t_0|^{2*H} \qquad (13.6)$$

对于 $H=0.50$，这降到了经典的高斯情形。方差随时间呈线性增长，或标准差以时间的方根增长。然而，分形布朗运动 FBM，具有较快于布朗运动方差变化速度的规模变化方差。此时，$0.5<H<1$。根据等式 (13.3)，标准差应该以等同于 H 的速率增长。这样，持续性，黑噪声过程将有一个方差，它的行为很像我们在第 2 章里检测过的资本市场的规模变化。然而，那些过程在慢于 H 的值上增长。道·琼斯工业股票以 0.53 的时间方根，且 $H=0.85$ 时规模变化。相似的有，日元/美元兑换率标准差在时间方根 0.59 处规模变化，而且 $H=0.62$。等式 (13.6) 后面的概念是正确的，但是需要进一步的提纯，而留待以后解决。同时，我们可以说，在 H 与方差规模变化之间存在一种关系。那关系确切的性质仍不清楚。

另外，在增量之间的相关关系 $C(t)$，定义如下：

$$C(t)=2^{(2*H-1)}-1 \qquad (13.7)$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

这个等式表达了经过了 t 时间的过程，且具有或先或后的 t 时间所有 185
增量，位置变化的相关关系。这样，用市场的话来讲，它将是具有将来和过去日收益的所有日收益。它也可运用于具有过去和将来 5 日收益的所有 5 日收益。事实上，从理论上来讲，它可应用于所有的时间增量。它是一个长期记忆结果强度的测度，并且它覆盖了所有的时间规模变化。

当过程是一个布朗运动时，$H=0.50$，而且 $C(t)$ 为零。没有长期记忆效果。当 $0<H<0.50$ 时，$C(t)$ 为负。存在反转性效果，并就多重时间规模变化出现。我们在反持续性，粉红噪声过程看到了相似的效果。然而，当过程是黑噪声时，$0.5<H<1.0$，我们有无限的长期运行的相关关系；那就是，我们有一个发生在多重时间规模变化，或在资本市场的投资起点里的长期记忆效果。我们知道等式（13.5）不完全纯粹适宜，所以我们能够期望等式（13.6）也迫切需要改正。当然它留待以后研究。

这样，定义 FBM 的等式使用这个无限记忆的效果：

$$B_H(t) = [1/\Gamma(H+0.50)] * [\int_{\infty}^{0} (|t-t'|^{H-0.50} - |t'|^{H-0.50}) dB(t') + \int_{0}^{t} |t-t'|^{H-0.50} dB(t')] \quad (13.8)$$

如前所说，当 $H=0.50$，等式（13.8）降至最初的布朗运动。假如我们更细的考察（13.8），我们可以看见很多出现在 FBM 的其他有趣的性质。首先就是 FBM 不是稳定过程，一如在资本市场通常所见。当然，FBM 的变化不仅仅是稳定，而且有自相似性。基于模拟的目的，等式（13.8）可以简化，变成一个比较容易理解的形式：

$$B_H(t) - B_H(t-1) = [n^{-H}/\Gamma(H+0.50)] * [\sum_{i=1}^{n*t} i^{H-0.50} * r_{(1+n*(M+t)-i)} + \sum_{i=1}^{n*(M-1)} ((n+1)^{H-0.50} - i^{H-0.50}) * r_{(1+n*(M-1+t)-i)}] \quad (13.9)$$

这里，$r=$ 一个 M 个高斯随机变量的序列。

等式（13.9）是等式（13.8）的离散形式。本质上，他们说的是同一件事，用求和代替积分。等式是一个对随机高斯值的有限极差的移动平 186

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

均，M，由依赖于 H 的幂法则加权。图 6.6 里的数字值由使用这个算法产生。（使用这个算法 BASIC 程序在早期的书里提供）

在这个基本形式里，黑噪声序列的时间序列（或"时间图样"）变成比较光滑，有较高的 H 或 b。就模拟而言，光滑是移动平均的产物。在理论上，它由在观测值中间增加的相关关系所引起。长期记忆效果导致趋势和循环的出现。Mandelbrot（1972）在圣经的关于 7 个倾斜年跟随 7 个胖年的故事之后称其为约瑟效应。约瑟效应在等式（13.9）里由幂法则求和所代表。

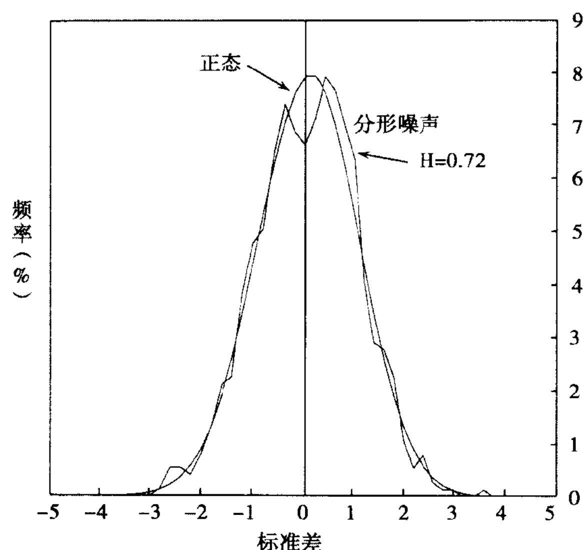


图 13.6 频率分布，分形噪声：$H=0.72$

13.3.2 诺亚效应（The Noah Effect）

正如图 6.6 所示，等式（13.9）产生了一个具有合适的 H 值或恰当数量的无规则形状的时间图样；那就是它复制了时间图样的分形维、约瑟或长期记忆效果。黑噪声具有附加的效果：灾变。等式（13.8）和（13.9）因其是分形高斯噪声不能推理灾变。它们仅仅解释了黑噪声的一个方面：长期记忆。

黑噪声也由时间图样里的非连续性所刻画：存在突然的向上或向下的不连续运动。这些不连续突变导致了黑噪声过程的频率分布在均值具有陡

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

峰和胖尾。Mandelbrot（1972）在洪水泛滥的圣经故事之后，称这个特征为诺亚效应。图13.6表明了由于运用FBM产生了图6.6a和b的变化的频率分布。根据 R/S 分析，这个序列的 $H=0.72$，而且它的频率相似于正态高斯噪声。我们能够明白（1）FBM模拟算法不必捕捉所有我们寻找的特征，而且（2）R/S 分析的一个很大的不足：R/S 分析不能区分分形维高斯噪声和分形维非高斯噪声。这样，单单就 R/S 分析而言，它不足以计算系统是黑噪声。我们也需要一个陡峰的、胖尾的频率分布。甚至于，存在噪声混沌的第三种可能性，我们将在第V篇充分考察。

诺亚效应，作为黑噪声的一个重要方面，对于分析而言，它附加了复杂性的其他层次，通常被漏看。因为大量的事件在系统中被放大，所以该效应发生；那就是，发生的那些事导致重复的反馈环，很像逻辑斯蒂克方程。然而，在逻辑斯蒂克方程里，突变经常发生，正如同粉红噪声过程中经常发生突变。在黑噪声里，它们很少发生；系统保持持续而并非反持续性。 187

统计上讲，在模拟上我们似乎是不能再生产诺亚效应。但是，我们可以在非线性动态系统中使它再现，一如我们将看到的。

13.4 镜子效应

粉红噪声和黑噪声在自然界里极易被人发现，可是这两者之间存在着一个关系吗？找到一个噪声是否必然导出另一个？在 $1/f$ 噪声谱里，这种情形极可能发生。

Mandelbrot与Van Ness（1968），还有Schroeder（1991）已表明，布朗噪声是白噪声的被积函数；那就是说，布朗噪声是白噪声的简单运行总和。随后还表明，布朗噪声的易变性和导数是白噪声。因此，在 $1/f$ 标绘图，白噪声序列经由这类“镜子”效应将轻易地转变为布朗噪声。

在等式（13.1）里，谱指数 b，等于 $2*H+1$。我们还曾提到，对于 188
FBM的衍生物，其特征指数是 $2*H-1$。这样，$0.50<H<1.00$ 的持续性序列将有一个大于2.0的谱指数，特指黑噪声过程。然而，黑噪声过程的衍生物为 $b<1.0$ 时，就变成了粉红噪声过程。

因此，我们并不奇怪，股票市场价格的易变性是反持续性的。而正如我们发现的那样，市场收益是黑噪声过程，因而它们的加速度或易变性就应该是粉红噪声，一如我们所见。我们也能确定如下说法是个误解：市场收益像是“湍流”，一个众所周知的粉红噪声。相类似的错误说法还有，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

流动的水是湍流。我们测度的湍流不是液体自身，而是液体的速度。类似的还有，市场的湍流在价格变化的速度里，而不是变化自身。

当进一步考察粉红噪声与黑噪声之间的关系时，我们会测定第二个差别——变化中的变化——通过 R/S 分析。根据这一关系，假如第一个差别是黑噪声，那么第二个差别就应该是粉红噪声。图 13.7 显示，log/log R/S 标绘的第 8 章里使用的 5 日道·琼斯工业股票收益。并记下 $H=0.28$，它与反持续性过程、粉红噪声过程相一致。我已发现，对于任意的 $H>0.50$ 过程，以上都适用。

189

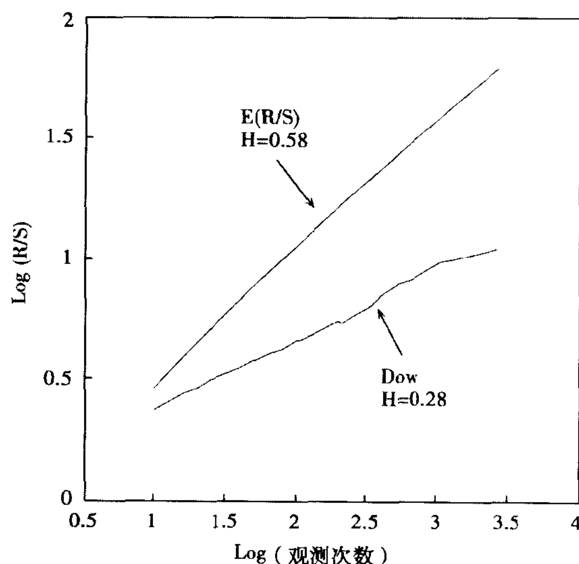


图 13.7　R/S 分析，道·琼斯工业股票，5 日收益：第二个不同

13.5　分形差分化：ARFIMA 模型

除了我们一直讨论的比较而言异乎寻常的长期记忆模型，还存在一个我们曾于第 5 章讨论过的 ARIMA 的一般化的版本。ARIMA 模型是一能由后续的观测值的差分作成稳定过程的齐次非稳定系统。更多的 ARIMA 普通模型(p，d，q)包含了自回归与移动平均要素，不管是混合的还是分开的。差分参数d总是一个整数值。Hosking（1981）就分形差分更一般化了最初的 ARIMA（p，d，p）值，得出一个自回归的、分形维积分移动平均（ARFIMA）过程；即 d 可以是任何实数，其中包括分数值。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

ARFIMA模型能以分形噪声的方式产生出持续性与反持续性。事实上，一个ARFIMA（0，d，0）过程是Mandelbrot与Wallis（1969a～1969d）的分形布朗运动。因为比较普通的ARFIMA（p，d，q）过程能够在长期记忆过程中产生短期记忆AR或MA过程，它具有描述市场的潜力。根据分形市场假说，它已引起特别兴趣，这是因为，非常高的频率关系能够自回归（正如我们在第9章发现的那样），当长期记忆的赫斯特过程被重叠时。这样，ARFIMA模型给我们提供了一个可以接受的、更方便的技术，它可以全部运用到分形市场假说中去。以下将要讨论的大部分来自Hosking（1981）所写的章节。读者更感兴趣的细节就在那本书里。

分形差分化听上去很奇怪。概念上，通过将差分过程分裂为较小的要素，分形差分化试图将一个连续过程，分形布朗运动，转变为离散的过程。整数差分仅是一个总的逼近，而且，当这种简单的模型被强加在一个真正过程之上时，常常导致不正确的结论。

另外，赫斯特指数与分形差分算子 d 之间还有一个直接的关系：

$$d = H - 0.50 \tag{13.10}$$

这里，$0<d<0.50$ 代表着持续黑噪声过程，而 $-0.50<d<0$ 等于反持续粉红噪声系统。$d=0$ 是白噪声的代表，布朗噪声的标志却是 $d=1$ 或一个ARIMA（0，1，0）过程，正如文献中所提供的那样。布朗噪声是随机游走的痕迹，而非其增量，随机游走是白噪声。 190

以向后移位算子 B，来表示自回归过程非常普遍。对于离散时间白噪声，有 $B(x_t) = x_{t-1}$，因此

$$\Delta x_t = (1 - B) * x_t = a_t$$

这里，a_t 是IID随机变量。用参数 d 来表示的分形差分的白噪声，由以下二项式序列给出定义：

$$\begin{aligned}\Delta^d = (1-B)^d &= \sum_{k=0}^{\infty}\binom{d}{k}(-B)^k \\ &= 1 - d * B - \frac{1}{2} * d * (1-d) * B^2 \\ &\quad - \frac{1}{6} * d(1-d) * (2-d) * B^3 - \cdots\end{aligned} \tag{13.11}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

13.5.1 ARFIMA（0，d，0）的性质

Hosking 改进了分形噪声过程等价物 ARFIMA 的特征，ARFIMA（0，d，0）——一个来自 p 和 q 的无短期记忆效应 ARFIMA 过程。我将在此陈述相关的特征。

取 $\{x_t\}$ 为一个 ARFIMA（0，d，0）过程，而 k 是时间滞后，a_t 是具有零均值与方差为 σ_a^2 的白噪声。这些特征是：

1. $d<0.50$ 时，$\{x_t\}$ 是稳定过程，并且有无限移动均值表现：

$$x_t = \psi(B)a_t = \sum_{k=0}^{\infty}\psi_k * a_{t-k} \tag{13.12}$$

这里

$$\psi_k = \frac{d(1+d)\cdots(k-1+d)}{k!} = \frac{(k+d-1)!}{k!\ (d-1)!} \tag{13.13}$$

当 $k\to\infty$，$\psi_k \sim \dfrac{k^{d-1}}{(d-1)!}$

191 2. 当 $d>-0.50$ 时，$\{x_t\}$ 是可逆的和具有无限自回归表现：

$$\pi(B)x_t = \sum_{k=0}^{\infty}\pi_k * x_{t-1} \tag{13.14}$$

这里

$$\pi_t = \frac{-d*(1-d)\cdots(d-1-d)}{k!} = \frac{(k-d-1)!}{k!\ *(d-1)!} \tag{13.15}$$

当 $k\to\infty$，$\pi_k \sim \dfrac{k^{-d-1}}{(-d-1)!}$

3. $\{X_t\}$ 的谱密度是：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$s(\omega)=(2*\sin\frac{\omega}{2})^{-2*d} \tag{13.16}$$

$$0<\omega\leqslant\pi.$$

4. $\{x_t\}$ 的协方差函数是：

$$\gamma_k=E(x_tx_{t-k})=\frac{(-1)^k(-2d)!}{(k-d)!\ *(-k-d)!} \tag{13.17}$$

5. $\{x_t\}$ 的相关函数是：

$$\rho_k\sim\frac{(-d)!}{(d-1)!}*k^{2*d-1} \tag{13.18}$$

当 k 接近无限时。

6. $\{x_t\}$ 的负相关是：

$$\rho_{inv,k}\sim\frac{d!}{(-d-1)!}*k^{-1-2*d} \tag{13.19}$$

7. $\{\alpha_t\}$ 的偏相关是：

$$\varphi_{kk}=\frac{d}{k-d},\ (k=1,\ 2,\ \cdots) \tag{13.20}$$

13.5.2 特征的解说 192

分形市场假说最贴切的特征是处理自回归过程衰退。对于 $-0.5<d<0.5$，当它们通过标准的 AR 过程时，φ_k 和 π_k 呈双曲线的衰退（那就是，根据幂法则），而非指数衰退。因为 $d>0$，相关函数，等式（13.18）由幂法则衰退特征化。等式（13.18）也暗示，$\{x_t\}$ 是渐进自相似性，或者它有统计分形结构。因为 $d>0$，偏相关与负相关也呈现双曲衰退，而非标准的 ARIMA（p，0，q）过程。最后，因为长（或慢）频，这个谱暗示长期记忆过程。在相关关系里的所有双曲性衰退也由 $d>0$ 的长期记

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

忆，稳定过程所组成。

因为 $-0.5<d<0$，ARFIMA（0，d，0）过程是反持续性的，正如第四章里所描述的。相关和偏相关均为负值，除了 $\rho_0=1$。根据幂法则，它们也衰退到零。所有这些均由前面讨论过的反持续过程所组成。

13.5.3 ARFIMA（p，d，q）

这个讨论已处理过 ARFIMA（0，d，0）过程，即，正如我们提到的那样，它与分形噪声过程相等。而且很可能一般化 ARFIMA（p，d，q）的过程，而这个过程包括短期记忆 AR 和 MA 过程。这个结果就是短频效果在低频和长期记忆过程当中的重叠。

作为例子，Hosking 讨论过这些附带的过程的效应。他曾特别讲到："在 ARIMA（p，d，q）过程的实践中，p 和 q 的小值好像是最有益处的……"。考察最简单的例子，ARFIMA（1，d，0）与 ARFIMA（0，d，1）过程是这些混合系统很好的说明。它们是重叠在一个长期记忆过程上的短期记忆 AR（1）与 MA（0，1）的方程。

ARFIMA（1，d，0）过程由下面的公式所定义：

$$(1-\varphi * B)\ \Delta^d y_t = a_t \tag{13.21}$$

这里，a_t 是白噪声过程。我们在等式（13.21）里必须包括分形差分过程，当 $\Delta^a x_t = a_t$，这样我们有 $x_t=(1-\varphi * B) * y_t$。一个 ARIMA（1，$d$，0）变量，$y_t$ 是一个具有 ARIMA（0，d，0）分布的一阶自回归：那就是，它是一个 ARFIMA（1，d，0）过程。y_t 将有一个依赖自回归系数 φ 的短期行为，就像正态 AR（1）过程一样。然而，y_t 的长期行为将
193 相似与 x_t。它将展示持续性和反持续性，依赖 d 的值。对于稳定性和可逆性，我们假定 $|d|<0.50$，$|\varphi|<1$。

大多数值是过程 ρ_k^y 的相关函数。当 $K\to\infty$，使用作为超几何函数的 $F(a, b; c; z)$，

$$\rho_k^y \sim \frac{(-d)!}{(d-1)!} * \frac{(1+\varphi)}{(1-\varphi)^2} * \frac{k^{2*d-1}}{F(1,\ 1+d;\ 1-d;\ \varphi)} \tag{13.22}$$

Hosking（1981）提供了下列例子。对两个过程取 $d=0.2$ 和 $\varphi=0.5$，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

这样 $\rho_1=0.711$（见表 13.1)。对 ARFIMA（1，d，0）和 AR（1）过程（如第 5 章所讨论）就较大的滞后比较相关函数，甚至在几个周期之后我们也能看见差异。记住 AR（1）过程也是无限记忆过程。 194

表 13.1　ARFIMA（1，d，0）相关，ρ_k；$d=0.2$，$\varphi=0.5$，具有 $\varphi=0.711$ 的一个 AR（1）

k	ARFIMA	AR	k	ARFIMA	AR
1	0.711	0.711	7	0.183	0.092
2	0.507	0.505	8	0.166	0.065
3	0.378	0.359	9	0.152	0.046
4	0.296	0.255	10	0.141	0.033
5	0.243	0.181	15	0.109	0.001
6	0.208	0.129	20	0.091	0.000

图 13.8 绘出了结果。相关的衰退实际上在长期里是相当不同的，但在短期里是同一的。

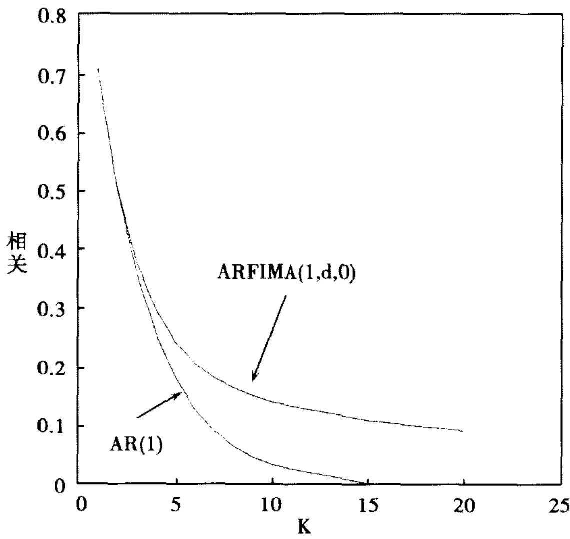


图 13.8　ARFIMA（1，d，0）与 AR（1）对于 lag，k 的相关

Hosking 将 ARFIMA（0，d，1）过程描述为"分形异白噪声的一阶移动平均"。因为稳定和可逆性，MA 参数，θ，通常取 $|\theta|<1$，又，$|d|$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

<0.50。

ARFIMA（0，d，1）过程通常如下定义：

$$y_t = (1 - \theta * B) * x_t \tag{13.23}$$

相关函数也如下，当 $k \to \infty$：

$$\rho_k^y \sim \frac{(-d)!}{(d-1)!} * a * k^{2*d-1} \tag{13.24}$$

这里

$$a = \frac{(1-\theta)^2}{(1+\theta^2-(2*\theta*d/(1-d)))} \tag{13.25}$$

比较 ARFIMA（0，d，1）和 ARFIMA（1，d，0）的相关结构，Hosking 选择了 $d=0.5$ 的两个序列，而且给予 ρ_1 同一个值的滞后参数（见图 13.9 ）。特别地，ARFIMA（1，d，0）参数，$\varphi=0.366$，而且 ARFIMA（0，d，1）的参数，$\theta=-0.508$，这两个参数都给出 $\rho_1=0.60$（见表13.2 ）。

195

表 13.2　相关比较 ARFIMA（*1*，*d*，*0*）和 ARFIMA（*0*，*d*，*1*）

k	ARFIMA（1，d，0）	ARFIMA（0，d，1）
1	0.600	0.600
2	0.384	0.267
3	0.273	0.202
4	0.213	0.168
5	0.178	0.146
10	0.111	0.096
20	0.073	0.063
100	0.028	0.024

短期相关结构是不同的，MA 过程比 AR 过程急剧下降。显然，作为滞后增加，相关变得越来越相似而且长期记忆过程占统治地位。在第 8 章

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

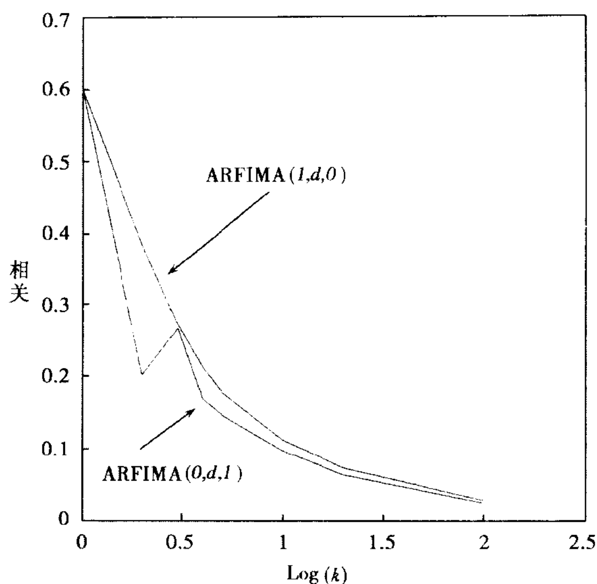


图 13.9 ARFIMA (1, d, 0) 与 ARFIMA (0, d, 1) 对于 log (k) 的相关

和第 9 章里 U.S. 的股票市场的研究是非常相似的。尽管第 8 章使用了道·琼斯工业股票而第 9 章使用了 S&P500，但在这个广泛的市场指数里有足够的相似行为得出结论。在第 9 章，我们发现了高频的“标记”数据是 AR 过程，对长期记忆过程缺乏证据。然而，在第 8 章，我们已发现相反的情况。AR 过程几乎没有证据（除了逐日频率），而长期记忆有许多证据。这就意味着 U.S. 股票市场像一个 ARFIMA（p、d、0）过程，尽管更广泛的研究是必要的。 196

Hosking 对确认和估计一个 ARFIMA（p，d、q）模型，给出下列程序：

1. 在 ARIMA（0，d，0）模型，$\Delta^d y_t = a_t$ 时，估计 d。
2. 定义 $u_t = \Delta^d y_t$。
3. 使用鲍克思－詹金斯（Box-Jenkings）建模程序，在 ARFIMA（p，0，q）模型 $\varphi * B * u_t = \theta * B * a_t$；
4. 定义 $x_t =$（$\theta * B$）$^{-1}$ *（$\varphi * B * Y_t$）。
5. 在 ARFIMA（0，d，0）模型，$\Delta^d x_t = a_t$；
6. 检查 d、φ 和 θ 参数收敛；倘若不收敛，进行第 2 步骤。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Hosking 特别建议在第 1 步和第 5 步使用 R/S 分析考察 d，并使用等式（13.10）

ARFIMA 模型对于建模目的有许多吸引人的特征。它也囿于一个更传统的统计框架，这使得它对于研究者的广泛的群体是可接受的。我期待将来更多的工作将被投入到这个领域。

13.6 小　结

在这一章里，我们考察了一些复杂而又重要的关系。我们发现，能够根据颜色对噪声进行分类，而且噪声的颜色直接涉及到赫斯特过程和赫斯特指数 H。反持续性时间序列，例如市场易变性，是粉红噪声，并与湍流渊源相同。持续性序列是黑噪声，被无限记忆与不连续突然变化所特征化。我们也考察了作为潜在建模工具的 ARFIMA 模型族。我们考察了这些噪声的特征，但是还没有从统计方面考察它们。这是因为，统计是金融经济的初级工具，它常被用来有效地研究分形统计，这点我们将在下面讨论。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

197

分 形 统 计

我们已多次地阐述过，正态分布不适合描述市场收益。到目前为止，我们还没特别强调过应该由什么来替代它。我们会提出一个很多读者不喜欢的建议。首先，我们必须重新考察高斯假说广泛地被人们接受的原因(市场运行是非常随机的并被正态分布很好地描述)。

正态分布有许多诱人的特性。它的性质已被充分地研究过了。它的分散测度极易理解。在过程都为随机的假定下，大量实际应用已被公式化，且只能被正态分布所描述。许多这样例子的群体，确实是随机的。暂时，它似乎像是：正态分布能够描述任何以复杂为特征的情形。

West（1990）摘录 Francis Galton，此先生为英国 19 世纪一位行为古怪的数学家，语录如下：

> 我知道，很少有像被误差频率法则所描述的宇宙秩序的这种奇妙形式能如此地富于想象力。如果希腊人早一点儿知道这一法则的话，它早就被希腊人个性特征化并奉若神明了。它在平静当中统治，在最自然的混乱当中完全自我漠视。聚众骚扰现象越多，无政府现象越大，摇摆也就越彻底。它是无缘由的无上法则。无论何时，手头拥有了混沌元素的大样本，而且被安排在其恢宏的、不用怀疑的、无比美丽的、被证明是一直潜伏着的、规则形式的秩序中。

显然，Galton 是 Plato 的信徒，他真正信奉“真”的造物。对他和大 198
多数数学家来说，正态分布是无秩序之上的最终有序，并且是非常正当的最终要求。他研究了许多组并演示了它们，证明其呈现正态分布，从有用的（生命历程）到滑稽的（打哈欠的频率）。不幸的是，有许许多多的过程不呈现正态分布。哪怕系统呈现无上的复杂性、“无由无上法则”也并

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

不经常保持其统治地位。

它失败的原因在于它的假定。Gauss 显示过，独立同分布的随机变量系列的极限分布是正态分布。这就是著名的大数法则，或更为正式一些的叫法是，中心极限定理。正是由于 Gauss 的方程，我们才倾向把这些过程称高斯过程（Gaussian）。然而，也有与大数法则不相符的情况。特别是有些例子，放大在极值上产生的。发生了这种情形常带出一个长尾的分布。

例如，Pareto（1897），他是一位经济学家，他发现，占总体 97% 的个人的收入分布接近对数正态分布。然而，对于最后的 3%，被发现增加迅速。未必某个人将能活得多于生命预期平均数的 5 倍，可是对于某个人 5 次多于平均值的财富未必不可能。为什么在这两种分布中存在差异？在生命历程的情况下，每个单个的个体是一个真实的独立的样本，家庭成员除外。这与古典概率的可能性问题并无多大区别——从缸里往外拿红色或黑色的球。然而，一个人拥有的财富越多，他就越能冒险。财富能够以平均数的方式撬动他们的财富。因此，人越富有，他或她变富的可能性就越大。

这个杠杆的作用并不只限于财富。Lotka（1926）发现资深中等程度的科学家能够撬动他们的社会地位，通过大学毕业和增加知名度，以便发表更多的论文。这样，一旦接近分布的末端，发表的论文越多，越多的论文就会发表。

这些长尾分布，特别是在 Pareto 的发现里，导致 Levy（1937）一个法国数学家，系统阐述了一个一般化的密度函数，其中正态分布和柯西分布是特例。Levy 使用的是中心极限定理的一般化版本。这些分布符合一大类自然现象，但是由于他们不同寻常的，似乎难以处理的难题，他们引不起太大的注意。他们的不同寻常的性质还会使他们继续孤芳自赏：可是，他们的其他性质是如此接近在资本市场上发现的性质，因此，我们必
199 须考察。除此之外，现已发现，稳定列维分布在描述湍流与 1/f 噪声的统计性质是有用的——而且，它们是分形的。

14.1 分形（稳定）的分布

列维分布是稳定分布。Levy 曾说，对于所有的 b_1，$b_2>0$，以及 $b>0$，分布函数 $F(x)$ 是稳定的，因此：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$F(x/b_1) * F(x/b_2) = F(x/b) \tag{14.1}$$

这一关系对于所有分布函数都成立。$F(x)$ 是稳定分布系列的一般特征，而不是任何别的分布的某个特征。

F 的特征函数还可以以相似的方式阐述：

$$f(b_1 * t) * f(b_2 * t) = f(b * t) \tag{14.2}$$

因此，$f(b_1 * t)$、$f(b_2 * t)$ 和 $f(b * t)$ 全部具有相同形状的分布，不考虑它们彼此作为对方的乘积。这归结为它们的“稳定性”

14.1.1 特征函数

实际描绘稳定分布通常是在 Mandelbrot（1964）方式下完成，使用它们的特征函数的对数：

$$\begin{aligned}\phi(t) &= \ln[f(t)] = \ln[E(e^{i * x * t})] \\ &= i * \delta * t - |c * t|^{\alpha} * (1 - i * \beta * (t/|t|) * \tan(\pi * \alpha/2)), \alpha \neq 1, \\ &= i * \delta * t - |c * t| * (1 + i * \beta * (2/\pi) * \ln|t|), \alpha = 1\end{aligned} \tag{14.3}$$

稳定分布有四个参数：α、β、c 和 δ。每个字母都有它自己的函数，其中仅有两个是关键的。

首先来看比较而言不重要的几个参数，c 和 δ。δ 是局部参数。总的来讲，依据 b，这个分布有异于 0（标准正态均值）的不同均值。在大多数研究的情况下，这个分布被正态化了，且，$\delta = 0$；即，分布的均值被定为 0。参数 c 是规模变化参数。当与真正的分布比较时，它最重要。再者，在标准化的概念中，c 就像样本偏差；它是离散的测度。在标准化 200
时，它通常减去样本均值（给出一个 0 的均值）并除以标准差，它的单位以样本标准差来表示。对于均值为 0、标准差为 1 的正态分布，标准化操作是相对于实验分布而进行的。c 被用来构建一个单位，这要通过扩大与压缩关于 d 值的分布来实现。c 的违约值为 1。这两个参数惟一的目的是对于均值与离差来构建分布的规模变化。它们不是任意一个分布真正的特征，因而较为不重要。当 $c = 1$ 和 $\delta = 0$ 时，这个分布被公认为取简约的形式。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

参数 α 和 β 决定分布的形状，而且是极为重要的。这是两个基于产生过程的参数；c 和 δ 却不是。β 是偏斜度参数。它取诸如 $-1\leqslant\beta\leqslant+1$ 这样的值。当 $\beta=0$ 时，分布是围绕 δ 对称。当偏斜度参数 β 小于 0 时，分布是负偏斜；当它大于 0 时，分布是正偏斜。

参数 α 为特征指数，在 δ 处决定峰度和在尾部决定胖度。这个特征指数可取 $0\leqslant\alpha\leqslant2$ 的值。当 $\alpha=2.0$ 时，分布是正态的，伴随方差等于 $2*c^2$。然而，当 $\alpha<2.0$ 时，二阶矩或总体方差变成无限的或不可定义的。当 $1<\alpha<2.0$ 时，一阶矩或总体均值存在；当 $\alpha\leqslant1$ 时，总体均值也变为无限。

14.1.2 无限方差与无限均值

对于那些在标准高斯统计里被训练的人来说，无限的均值或方差从理念听上去荒唐而又不正当。我们总能计算出一个样本的方差或均值。它如何变成无限的呢？我们又要对所有的情况应用高斯统计这一特殊情形了。在稳定分布的大家庭里，正态分布是一个当 $\alpha=2.0$ 时存在的特例。此时，总体均值与方差确实存在。所谓无限方差是指，当分布趋向于极限时，就不存在“总体方差”。当我们取一个样本方差时，我们就这样做，利用高斯假定作为未知总体方差的估计。Sharpe（1863）说过，贝塔［在现代资产组合理论（MPT）的意义上］从 5 年的每月数据应该能被计算出来。他选择 5 年是因为，它给出了必须估计总体方差的统计上显著的样
201
本方差。仅仅因为基础分布是高斯的，所以 5 年是统计上显著的。假如它不是高斯的，而且 $\alpha<2.0$，那么，这个样本方差就说明不了总体方差，这是因为，此时没有总体方差。样本方差被预期是不稳定的且不趋向任何数值，甚至当样本容量增加时也做不到。假如 α 不连续 $\leqslant1.0$，同样可应用于均值，而均值在极限里也不存在。

图 14.1 和 14.2 显示，无限均值与方差，是如何对运用序列均值与标准方差的稳定分布产生影响的，这在 Fama（1965 b）之后。

图 14.1 使用了 8000 个取自著名的柯西分布（Cauchy Distribution）的样本，它们都具有无限均值和方差。下面还将对这个著名的样本进行更详细的介绍。这里使用的序列，已由减去均值与除以样本标准差而标准化了。这样，所有单位都以标准差来表示。我们用来进行比较的是 8000 高斯随机变量，这些值同样被标准化了。我们应该明白，接下来进行的两个

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

步骤非常重要，因为它们俩已被那些数值标准化了，因而就总是在均值0处和1的标准差处结束。这意味着，时间序列迅速转为稳定值。

图 14.1（a）显示了增时序（Sequential）均值，当每次加上一个观测值时，它将计算序列均值。对于具有有限均值的系统，序列均值将最终收敛到总体均值，此时使用了足够的数据。在这种情况下，这个系统为0。在图 14.1a 里，大约 500 个观测值的高斯随机数时间序列，以均值的 0.02

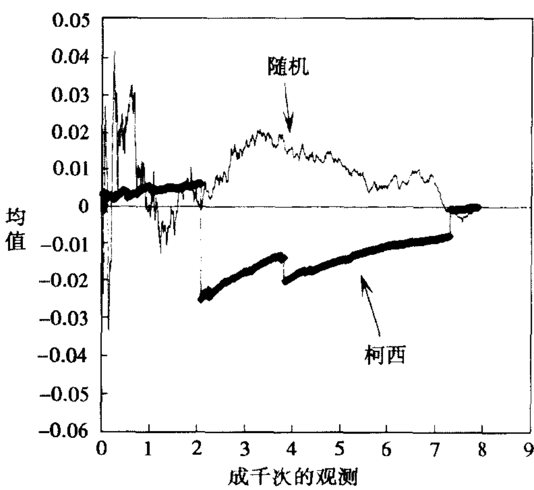


图 14.1a　增时序均值的收敛，柯西函数

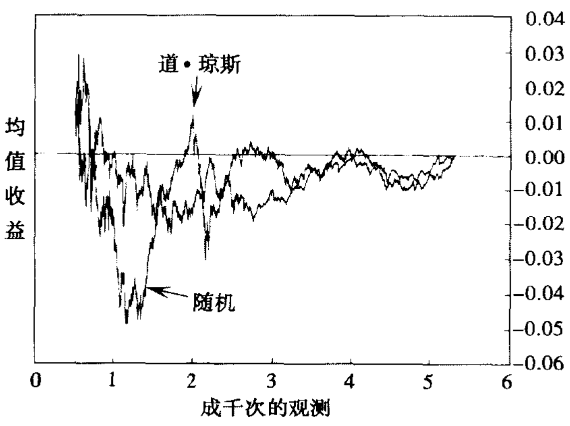


图 14.1b　增时序均值的收敛，道·琼斯工业股票，
5 日收益：1888～1990 年

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

个标准差收敛。虽然它在0均值附近游荡，它在随机的均匀的方式下这么做的。相反，尽管柯西序列在离零不远处游荡，它在系统里、在不连续的方式下这么做；那就是，在序列均值里有离散跳跃，此后，它开始系统上升。

图14.2a显示了对于两个相同序列的增时序标准差。增时序标准差和增时序均值一样，都是作为观测值的标准差每次加一个数值而计算出来的数值。此时，它们的区别就变得更为明显。随机序列迅速收敛到标准差1。柯西分布相对而言从不收敛，相反，它被许多大的非连续跳跃与出自标准差1的大离差所特征化了。

203

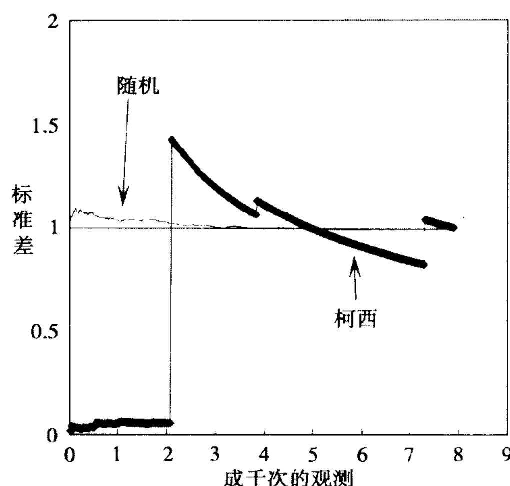


图14.2a　增时序标准差的收敛，柯西函数

图14.1b绘出了第8章里使用的以及本书里其他地方使用的5日道·琼斯工业股票数据的增时序均值，可它也被标准化到0均值和标准差1。大约1000天之后，这个图以0均值的0.01个标准差收敛到一个值。高斯随机时间序列显示出相似的行为。道·琼斯收入的均值显示出稳定，正如我们能期望稳定分形分布所做的那样。这个图形是惟一的和连续的。它没有显示出具有无限均值的柯西函数里发现的离散跳跃。

图14.2b显示了一个非常不同的过程。对于道·琼斯数据的增时序标准差不收敛。因为时间序列被标准化到标准差1，所以，它以1结束，但它不收敛。另一方面，高斯随机时间序列在观测数值大约100时显示出收敛，并且在道·琼斯标准差里的大变化是跳跃的——变化是非连续性的。非连续性甚至出现在我们的5200个观测值的标绘图结尾处。波动似乎将变得较缓，然而，这是因为价格里的逐日变化贡献小于均值。图14.3是

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

图 14.2b 的“爆炸”。我们能够看到不连续性将继续，这就是“无限方差”的影响。总体方差不存在，而且使用样本方差作为估计，将可能误导。在柯西序列标准差和道·琼斯之间有明显的相似。

204

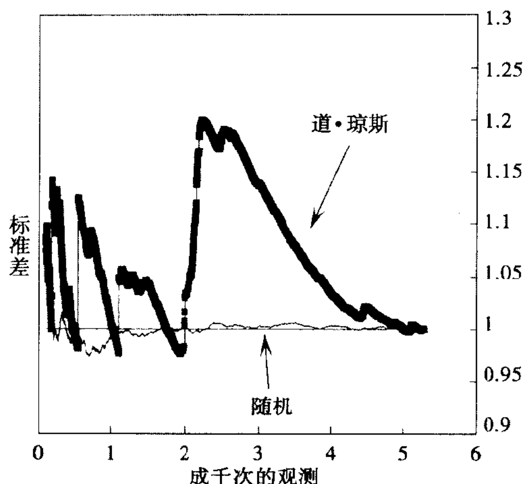


图 14.2b 增时序标准差，道·琼斯工业股票，5 日收益：1888～1990 年

在长期的情况下，以及在列维稳定或分形分布的方式下，这些图支持道·琼斯被稳定均值与无限方差特征化的看法。

我必须对上述这点加以某种限制条件。当我指出，市场被无限方差所特征化，并不是说方差真是无限的。如同所有的分形结构，最终有一个分形规模变化停止应用的时间框架。在前几章里我讲过，树是分形结构。我们知道，树枝并不是呈现无限的小。这就像对于市场收益，存在一个方差确为有限的样本容量。然而，我们在这里可以看到，在 100 年的日数据之后，标准差仍没收敛。因此，为完全实用的目的，市场收益将亦如它们是无限方差分布而运转。至少我们能断言，在我们的有生之年，它们都将表现得似乎是无限方差。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

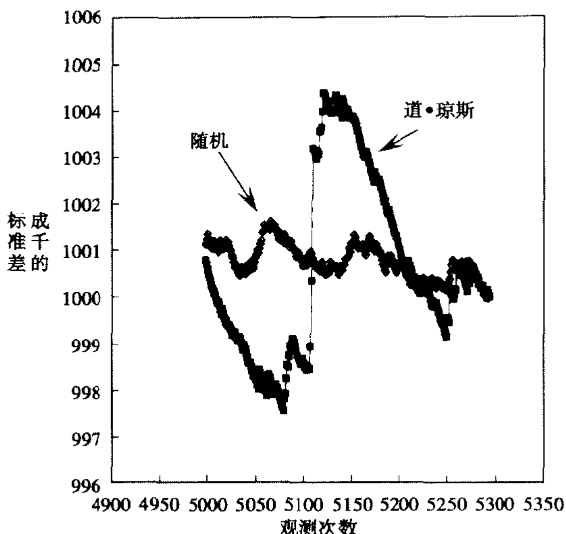
205


图 14.3 增时序标准差的收敛，道·琼斯工业股票，5 日收益

14.1.3 特别情形：正态的与柯西的

被嵌入在稳定分布的特征函数之内的是两个当作特例的著名分布。使用符号 $S(x;\ \alpha,\ \beta,\ c,\ \delta)$ 以代表一个稳定分布的参数，x，我们将简要地考察这些分布：

1. 对于 $S(x;\ 2,\ 0,\ c,\ \delta)$，等式（14.3）化简为：

$$\varnothing(t) = i * \delta * t - (\sigma^2/2) * t^2 \qquad (14.4)$$

这里，σ^2 = 正态分布的方差。

这是标准的高斯情形，此时 $c = 2 * \sigma 2$。我们如果还有 $\delta = 0$，那么，它就变为均值为 0，标准差为 1 的标准正态分布。

206 2. 对于 $S(x;\ 1,\ 0,\ c,\ \delta)$，等式（14.4）化简为：

$$\varnothing(t) = i * \delta * t - c * |t| \qquad (14.5)$$

这是柯西分布的特征函数的对数，它以无限方差与均值而著称。在这种情况下，δ 成为分布的中位数，而 c，是一个半四分位极差。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

柯西与正态这两个著名的分布，有许多应用。因为概率密度函数能被直接的求导，所以他们也是稳定分布家族里仅有的两个成员。其他所有分形的情况里，它们必被估计，通常通过数字的均值。在本章的以后讨论这些方法之一种。

14.1.4 胖尾（Fat Tails）与帕累托法则（The Law of Pareto）

当 $\alpha<2$ 和 $\beta=0$ 时，这两个胖尾都遵循帕累托法则。正如我们前面阐述过的，Paroto（1897）发现，对数正态分布的，不能描述总体顶端 3% 的人的收入水平的频率。相反，它的胖尾越变越长，因此：

$$P(U>u)=(u/U)^{\alpha} \tag{14.6}$$

再者，我们根据幂法则给出了规模变化因子。这种情形下，幂法则归因于特征指数 α，而且发现那个大于估计值 u 的 U 值的概率依赖于 α。回到他的研究，发现具有 5 倍于平均收入的某个人的概率直接涉及到 α 值。

当 $\alpha<2$ 时,就不同 β 值的分布的行为,对期权定价是重要的,这点将在第 15 章里讲。简而言之,当 β 取 +1 或 −1 的极值时,分布的左边(或右边)的尾部因各自的 β 值而消失,而且使剩余尾部保持其帕累托特征不变。

14.2 加法下的稳定性

对于资产组合理论，正态分布曾有让人们非常称心如意的特性。IID 方差的序列总和仍是 IID，并且由正态分布所控制。具有相同 α 值的稳定分布具有同样的特征。以下解释摘自 Fan、Neogi、Yashima（1991）。 207

对等式（14.3）使用等式（14.2），我们得：

$$E(e^{i*t*b_1*x_1})*E(e^{i*t*b_2*x_2})=E(e^{i*t*b*x}) \tag{14.7}$$

这里，x_1、x_2 和 x，为简约了的稳定独立随机变量，正如上面所介绍过的。

然后

$$E(e^{i*t*(b_1*x_1+b_2*x_2)})=E(e^{i*t*b*x}) \tag{14.8}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

或，假如“～d～”意味着“相同分布”：

$$b_1 * x_1 + b_2 * x_2 \sim d \sim b * x \tag{14.9}$$

应用这一关系对特征函数使用方程（14.3），我们发现下列关系：

$$\exp[-(b_1^\alpha + b_2^\alpha) * |t|^\alpha * (1 + i * \beta * (t/|t|) * \tan(\alpha * \pi/2))$$
$$= \exp[-b^\alpha * |t|^\alpha * [1 + i * \beta * (t/|t|) * \tan(\alpha * \pi/2)] \tag{14.10}$$

我们现在看到：

$$b_1^\alpha + b_2^\alpha = b^\alpha \tag{14.11}$$

当 α 等于 2 时，等式（14.11）简约为更著名的高斯或正态情形。

在等式（14.11）的基础上，我们可以看到，假如具有特征指数 α 的两个分布是稳定的，则它们的具有特征指数 α 的和也是稳定的。这已应用到资产组合理论。假如资产组合理论中的证券是稳定的，且 α 值相等，那么这个理论自己也是稳定的，对于那个相同的 α 值。Fama（1965b）、Samuelson（1967）因 Markowitz（1952）的资产组合理论的无限方差分布适用而采用这个关系。在我们考察那些特殊的适应性之前，我们必须先回顾一下稳定的、分形的分布的特征。

208

14.3 分形分布的特征

稳定列维分布有大量诱人的特征，这些特征使它们与观测过的市场行为特别一致。然而，这些相同的特征使得稳定分布的用途有问题，我们马上会看到这点。

14.3.1 自相似性

除了列维条件里的稳定性，为何我们现在称这些为分形分布？规模变化参数 c 就是答案。假如，特征指数 α，偏斜度参数 β，仍然保持相同，变化的 c 重新标度了分布。一旦我们调整规模变化，在具有相同 α 与 β 值

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的所有的规模变化上概率保持不变。这样，尽管 c 和 δ 依赖规模变化，而它俩却不依赖于规模变化。这个特性在规模变化的变动里使得稳定分布自相似。当我们调整规模变化参数 c 时，概率保持不变。序列——而且因而——分布——是无穷可分。这个自相似统计结构是，我们现在认为稳定列维分布是分形分布的理由。特征指数（α）是概率空间的分形维，它能在1与2之间取分数值。像所有的分形维，它是过程的规模变化特征。

14.3.2 加法性质

我们已经看到，分形分布在加法下是不变的。这意味着，稳定分布是可加的。两只具有同一 α 与 β 值的股票，可以加到一起，而其结果概率分布将仍是具有同一的 α 与 β 值，虽然 c 和 δ 可能变化。正态分布也具有这一特性，所以，只要股票具有相同的 α 和 β 值，这方面的 *MPT* 仍保持原封不变。遗憾的是，我早期的书显示，不同的股票却具有不同的赫斯特指数与不同的 α 值。眼下的说法是，不存在具有 α 值的联合分布的理论。*EMH* 断言所有分布都是正态的，断言对于所有股票，$\alpha = 2.0$ 等说法，现在，我们知道它们是不正确的。

14.3.3 不连续性：价格跳跃 209

分形分布里的胖尾是由放大率导致的，而这个在时间序列里的放大率又是在过程中产生了跳跃。它们与柯西和道·琼斯的系列方差里的跳跃相似。这样，分形过程里的大变化是从少量的大变化，而不是从大量的小变化中产生的，如高斯情形所暗示的。这些变化倾向于陡峰与不连续性——另一个诺亚效应的具体表现。Mandelbrot（1972，1982）称它为无限方差伴随式。

这些大的不连续性事件是我们拥有无限方差的理由。我们很容易看清楚它们为什么出现在市场。当市场溃散或恐慌时，恐慌一浪高一浪，无论是害怕失去资金还是害怕失去机会，恐慌无法消除。这放大了狂跌/狂涨的情绪，进而导致价格实施的不连续性，也就是竞卖/竞买的价格。根据分形市场假说，这些不稳定的周期在市场失去其分形结构时产生：当长期投资者不再参与，而风险通常集中在短期投资起点上。在测度的时间里，这些大变化影响了所有的投资起点。在不稳定周期，尽管长期投资者不再

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

参与（因为他们或者离开市场或者成为短期投资者），在此投资起点上的收益仍将受到影响。无限方差伴随式影响所有在已测度时间里的投资起点。

14.4 测量（α）

Fama（1965a）叙述了许多测量 α 的不同方法。现在看来，R/S 分析与谱分析提供了计算 α 最实用的方法，可是，这些挑选出来的方法可以作为证据来使用。

最初由 Mandelbrot（1964）和 Fama（1965b）推荐的方法，来自于尾和帕累托法则之间的关系，在等式（14.6）里被描述。用右边的项去除等式（14.6）的两边，然后取对数，我们得到：

$$\mathrm{Log}(P(U_1 > u)) = -\alpha * (\mathrm{Log}(u) - \mathrm{Log}(U_1)) \qquad (14.7a)$$

$$\mathrm{Log}(P(U_2 < u)) = -\alpha * (\mathrm{Log}|u| - \mathrm{Log}(U_2)) \qquad (14.7b)$$

210 等式（14.7a）与等式（14.7b）是各自的正负尾。这些等式暗示，Log/Log 的斜率将逼近一个等于 −α 的斜率。对于完成这一分析可认可的方法是，相对于频率的绝对值有正负尾的频率，实施对于这个频率的 Log/Log 标绘。当接近尾部时，依赖于样本的容量，这个斜率应该逼近等于 α。图 14.4 来自于 Mandelbrot（1964），它显示出在理论上 Log/Log 的斜率是随 α 的值而变化的。

图 14.5 表明，本书中使用的道·琼斯逐日文件汇编的 Log/Log 标绘。对于正负尾部区域的尾有丰富的 α 观测值的读数。1.66 的逼近值，与 Fama（1965b）早先的研究相符。

双重对数图解方法，在广泛数据集合存在时很有效，诸如逐日道·琼斯时间序列。然而，对于较小的数据集合它不太适用。这个方法，是库特（1964）批评过的，他讲到，胖尾不仅仅是稳定分布，也是那种选择的结论性证据。如今，随着 ARCH 模型与其他胖尾分布的出现，这个批评更加甚嚣尘上。因此，图解的方法需要与其他测试一起联合使用。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

211

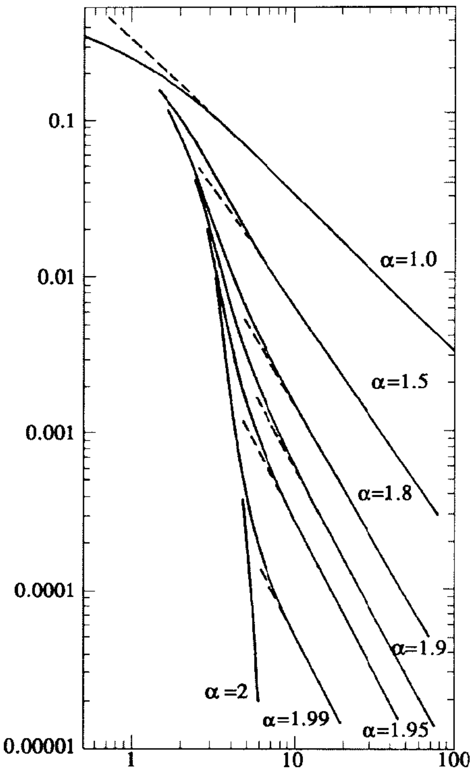


图 14.4 对于 a 的各种值的 log/log 标绘

[本图来自 Mandelbrot（1964），已经由 M.I.T.Press 授权复制]

212

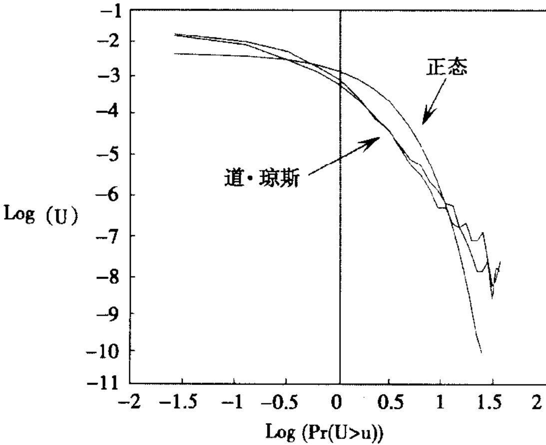


图 14.5 估计 α，图解方法：逐日道·琼斯工业股票

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

14.4.1 R/S 分析

直到 19 世纪 60 年代后期 Mandelbrot 才意识到重标极差（R/S）分析。甚至在那时，他使用了 R/S 分析的著述，在初期领域——水文学里，基本上是被禁的。当 Fama 写出他的学位论文(1965a)时，他也没有意识到 R/S 分析。当然，像大多数经济学家一样，他是熟悉极差分析的，而且发展了稳定变量极差规模变化和 α 之间的关系。在第 5 章里，我们看到了 Feller 的论文（1951），他开始处理极差的规模变化以及它与赫斯特指数的关系。这里，我们将修改 Fama 的论文，并对重标极差与赫斯特指数做某种扩充。

具有特征指数 α 的稳定变量之和导致具有特征指数 α 的新变量，尽管规模变化还将发生变化。事实上，这个总和分布的规模变化是，n_1/α 乘以单个和的规模变化，这里，n 是观测值的数目。假如规模变化从一日到周增加，规模变化以 $5^{1/\alpha}$ 增加，这里，5 是一周的天数。

假如我们将和定为 R_n，把它作为在一个特定区间 n 里的稳定变量的和，而将 R_1 作为初始值，那么，以下关系成立：

$$R_n = R_1 * n^{1/\alpha} \tag{14.8}$$

就重标极差而言，这一等式与（4.7）接近。它表明，当 $n^{1/\alpha}$ 乘以初始值时，n 值的和规模变化。那就是，具有特征 α 的 5 日收益之和等于日收益乘以 $5^{1/\alpha}$。通过对等式 14.8 两边取对数，解得 α，我们得到以下等式：

$$\alpha = \frac{\mathrm{Log}(n)}{\mathrm{Log}(R_n) - \mathrm{Log}(R_1)} \tag{14.9}$$

213 而我们从等式（4.×）里得出的是：

$$H = \frac{\mathrm{Log}(R/S)}{\mathrm{Log}(n)}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

如果极差 $R_n - R_1$ 的对数，近似于 R/S，那么，我们就能假定如下关系：

$$\alpha = \frac{1}{H} \tag{14.10}$$

概率空间的分形维以这种方式涉及到时间序列的分形维。通常的情形是，两个分形维具有相似的值，即便它们测度的是过程的不同方面。通过分形维 $2-H$，H 测度了时间痕迹的分形维，但是它还通过等式（14.10）涉及到过程的统计自相似。然而，$1/H$ 测度概率空间的分形维。

Fama（1965a）提到 R/S 分析的大部分不足，这我们已讨论过了，还特别强调这样的事实，如果包含一个短期记忆过程，那么极差可能是有偏的。我们早已处理了有偏问题。一般的讲，Fama 发现极差分析给予 α 一个稳定值，该 α 同双重对数图解方法结果一致。R/S 分析给出更稳定的值，因为用局部标准差的方式说明极差无维数。

14.4.2 谱分析

我们已经发现，在第 13 章里，赫斯特指数 H 与谱指数 B 之间的关系（我们现在将提出作为谱指数的 β_s 将区别于偏度指数 β。）。等式（14.10）里，我们用 β_s 来表明一个关系：

$$\alpha = \frac{\beta_s - 1}{2} \tag{14.11}$$

第 13 章里，我们发现，对于道·琼斯逐日指数，$\beta_s = 2.45$。这暗示，$\alpha = 1.73$，它也接近由 Fama（1965a）所估计的值 1.7。

14.5 测量概率 214

正如我们从前已经阐述过的，稳定分布家族的主要问题是，它们没使自己趋向一个闭型解，正态与柯西分布的特例除外。因此，概率密度函数不能被显示性解出。概率只能以数字形式给出，这可有点乏味。幸运的

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

是，许多研究学者们已经完成某些常见值的解。

Holt 和 Crow(1973)解决了 $\alpha=0.25$ 到 2.00，和 $\beta=-10.0$ 到 +1.00 并且都具有 0.25 的增量的概率密度函数。他们使用在已知的分布之间内推的方法，诸如在柯西与正态分布之间，以及出自 Zolotarev（1964/1966）的积分表达。给前国家标准局制作的表，保持了稳定分布概率密度函数的非常完美的陈述。

有些读者可能发现概率密度函数有用；大多数则对累计分布更感兴趣，因其能直接与频率分布进行比较，如第 2 章所述。Fama 和 Roll（1968，1971）制作了针对大范围 α 的累积分布表。不过，它们集中在对称稳定分布上，因此而限制 β 对于 0。市场已无数次表现出偏峰态，可是这个偏峰态在市场上的影响并不明显。我们可以假定，这些对称的值将满足大部分应用的需要。

附录 3 重制了 Fama 与 Roll 的累计分布，也简要地描述了估计方法。

14.6　无限可分性与 IGARCH

本书中多次提到了分布家族里的 ARCH。理由是明显的：对于分形分布家族，ARCH 仅仅是一个似是而非的选择。在它能够广泛流行的许多原因中间，ARCH 显示出，它符合经验结果。ARCH 过程是由具有高陡峰和胖尾的概率分布所特征化的，正如我们对于许多市场的经验所见。逻辑上，它将欣喜地令人相信，条件方差是重要的。作为投资者，我们已经觉察到当前市场的易变性，因此，它正符合将来的易变性将会是我们当前经验的反映的说法。

但是，这还是有缺点的。ARCH 过程不是长期记忆过程，正如 R/S 分析所测量的。然而，两个过程共存是可能的——事实上，极有可能它们
215 测定的是同一个事物的不同方面。

ARCH 是一个局部过程。它阐述将来的易变性是由我们过去易变性的经验来测度的。这样，它仅仅对一个特定的投资起点起作用。例如，一个人不能拿一周收益的易变性去预测将来的逐日易变性。这是投资起点特定化，而且分析仅仅在局部时间框架起作用。

分形过程，另一方面，是整体结构；它们处理所有的联立投资起点。它们测度无条件方差（没有条件的，如 ARCH 所做。）在第 1 章，我们考察了具有局部随机和整体结构的过程。带有有限条件方差的 GARCH，可

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

能是分形分布的局部影响，这个分布具有无限无条件方差。在第 1 章里，只有当我们通过检测所有联立枝杈去考察它的全部结构时，利用松树的例子，才显现了树的整体结构。当考察每个单一枝杈时，我们进入了局部随机的范围。在 ARCH 与它的变体之间可能存在着相似性以及分布的分形家族。

当它出现时，ARCH 家族的某些成员的确符合这个标准。特别是，被积方差，或 IGARCH，（Engle 和 Bollerslev，1986）的模型，由无限无条件方差所定义。等式（5.12）的线性 GARCH（p，q）模型包含了在自回归多项式里逼近的单位根，由此，$f_1+\cdots+f_q+g_1+\cdots+g_p=1$。由 Bollerslev Chou，Kroner（1990）所陈述的："正如对于条件均值的鞅模型，当前信息对于'所有投资起点'条件方差的预测仍然是重要的。需要说明，在具有 $f_1+g_1=1$ 的简单的 IGARCH（1，1）模型里，对于条件方差的提前步骤所做的最小均值平方误差预测，等于$\omega*(s-1)+\sigma_{t+1}^2$"。作为无限记忆过程的结果，对于 IGARCH（$p$，$q$）模型，无条件记忆不存在。除此之外，对于 ARIMA 类模型还存在一个极强的关系，这类模型已在第 5 章里讨论过，而且它已经具有分形形式。

这个关系只在这里提出而不予证明，但是，它是饶有兴趣的，并适合分形市场假说。另外，它适合其他系统的分形结构；具有局部随机性，由 ARCH 所特征化；而且还具有由分形分布组成的无条件无限方差的整体结构。我们将这个公式的证明留待将来再做。

14.7 小　结 216

这一章，我们考察了分形统计。与其他分形一样，它的统计结构等价物，不能使自己归于一个清楚的闭型解。然而，分形分布有许多诱人的特性：

1. 可加性之下的稳定性：两个或更多的具有特征指数 α 的分形分布的和保持同一形状与特征指数 α。
2. 自相似性：分形分布是无限可分的。当时间规模变化改变时，α 保持不变。
3. 它们被均值处的高陡峰和胖尾特征化了，其伴随着市场分布的经验特征。

伴随着这些诱人的特征，在分布中还存在固有的问题：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

1. 无限方差：二阶矩不存在。方差作为分散或风险的测度是不可靠的。

2. 跳跃：大范围的价格变化会是广泛的和不连续的。

这些特征只从数学的角度看，无任何吸引力。正如所有投资实践家们同意的那样，这些数学上的问题正是市场实际行为方式的典型。很明显，无其他办法可寻，比较聪明的办法似乎是，调整我们的模型以说明这点现实。Plato 可能曾经讲过，这不是一个真实的世界，但他说这些话说时可并没拿钱去进行投资。

下一章，我们着手处理两个领域，那里，我们至少要给标准理论：资产组合选择与期权定价一个调整。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

217

应用分形统计

在前一章里，我们看到了一个替代，有可能替代作为描述市场收益的概率函数的正态分布。这个替代曾被我们选择性地访问过，这个函数称为稳定列维分布、稳定帕累托分布或帕累托－列维分布。现在，我们再给它加上分形分布，这个名字更好地解释了它们。这是因为，传统的名字是以创造它们的数学家的名字命名的，我们将交替使用这些名字。

我们已经看到，这些分布有一个奇点特性，使它们很难融入标准资本市场理论（CMT）之中。这些分布具有无限或未定义的方差。因为 CMT 依赖方差来测度风险，它经常表现为，给予现代资产组合理论（MPT）的有用性和它的衍生结果的沉重打击。然而，在早期的 MPT，没有这么高度一致的意见，即：市场收益是正态分布的。结果，当时的许多伟人们想出了用 CMT 适应稳定列维分布的方法。Fama（1965b）和 Samuelson（1967）独立地提出了一般化的均值/方差的 Markowitz（1952）优化方法的技术。Fama 与 Miller（1972）还有 Sharpe（1970），对这个技术问题作了进一步的解释，可是，在那个时代，它是由学院派来决定的，而他们没有足够的证据拒绝高斯（随机行走）假说以及替换稳定帕累托假说理论至少，无足够的证据来证明稳定帕累托分布从数学上导致的这个棘手的事。

现在，我们已经能不断见到证明分形分布的实际证据，所以，好象该把 Fama 和 Samuelson 早期树立的理论翻新一下了，我们希望，其他研究人员去进一步发展这个理论。而本章我们正是这么做的。另外，我们将考察 McClloch（1985）所写的著作，运用稳定列维分布，他对布莱克－斯 218

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

科尔斯期权定价公式提出了一个抉择。给出的广泛传播的布莱克－斯科尔斯公式的用法，似乎适合考察它的更普通的形式。

以下将要做的工作有其缺点。例如，Fama 与 Samuelson 采用了一个假定，所有的证券具有相同的特征指数 α。高斯假说则假定，所有股票都有 $\alpha=2.0$，因此，假定 1.7 的普遍值似乎变化不大。除了这种有限性，有必要进一步考察这一著作，并且，我先在此向作者道歉，我要在这章里考察他的书了。

15.1 资产组合选择

Markowitz（1952）在 CMT 理论上有了重大突破。他表明，资产组合选择问题是如何通过均值－方差优化来分析的。正因为此，他获得了诺贝尔经济学奖。Markowitz 重新系统地阐述了这个问题，归结为针对收益的风险偏好。收益是对于股票的预期收益，这是这一理论较少争论的部分。对于资产组合来说，预期收益仅仅是，资产组合里单个股票预期收益加权平均值。单个股票风险是股票收益的标准差，或 δ。然而，一个资产组合的风险比起单个股票风险相加的和要大得多。资产组合的斜方差已做如下考虑：

$$\sigma^2_{a,b} = \sigma^2_a + \sigma^2_b + 2 * \rho_{a,b} * \sigma_a * \sigma_b \qquad (15.1)$$

这里，$\rho_{a,b}$等于股票 a 和 β 的相关系数。

为了计算资产组合的风险，知道两个股票可能会相关，变得非常重要。假如是正相关，那么这两只股票的风险加在一起比两个分散的股票的风险要大得多。这样，假如存在负相关，那么两只股票的风险加起来就比两个分散股票的风险小得多。它们可能彼此相异。等式（15.1）计算了两只股票，a 和 b 的风险，不过它对于任何数目的股票是一般化的方法。最初的公式，被人们广泛的使用，对于资产组合中所有股票的每个组合的预期收益与风险都进行了计算。对于一个给定风险水平的最高预期收益的资
219 产组合就叫做有效资产组合。所有有效资产组合的集合被称为有效边界。针对于方差的优化均值收益引起期限均值/方差效率，或者最优化。用这种方法，Markowitz 量化了资产组合如何能以有比例的构架以及如何以多种方式降低风险。这是一个辉煌的成就。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

无论如何，运用分形分布，我们有两个问题：（1）方差与（2）相关系数。显见的问题是处理方差问题。在均值/方差环境里，方差是股票与资产组合风险的测量。分形分布没有方差可优化。不过，它有一个扩散项 c，它也可以用来测度风险。处理相关系数 p 是更为困难的问题。在稳定家族当中，无与之相比的概念，但分形分布的特例除外。缺少相关系数，对于市场分形分布可应用性是一次重大打击。相关系数经常而且特别是在套利策略里用到。然而，相关性是臭名昭著的不稳定，正如许多套利者已经发现的那样。

分形假说下的证券之间缺乏相关性，使得传统均值/方差优化无法实际应用。相反，Sharpe（1964）单指数模型是可接受的。这个单指数模型第一次给我们一个著名的相关风险测量度，β。而这个希腊字母，我们已在本书中使用过两次了。所以，我们把它当作 b 还将被重新提起。不过，有必要声明，这个 β 与 Sharpe 日后提出并用来解释 CAPM 的那个 b 不同。这一个 β 只是作为股票收益对于指数收益敏感度的测度。它不是经济构架的，而 CAPMβ 是。

作为单个指数模型 b 可用以下方式表示：

$$R_i = a_i + b_i * I + d_i \tag{15.2}$$

这里，b_i = 股票 i 对指数 I 的敏感性；a_i = 非指数股票收益；d_i = 具有零均值的误差项。

这些参数一般是通过对指数收益所做的股票收益的回归而发现的。b 是斜率，a 是截距。在稳定帕累托情形，指数收益的分布 I 和股票收益 R，可以假定是具有相同特征指数的稳定帕累托 α。这些 d 也都是稳定帕累托家族的成员，而且独立于股票和指数的收益。

资产组合风险 c_p，可用以下方式表示： 220

$$c_p = \sum_{i=1}^{N} X_i^{\alpha} * c_{di} + b_p^{\alpha} * c_I \tag{15.3}$$

这里，X_i = 股票 i 的权数；c_p = 资产组合的扩散参数；$c_{d_i} = d_i$ 的扩数参

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

数；c_I＝指数 I 的扩散参数，I；$b_p = \sum_{i=1}^{N} X_i * b_i$ = 资产组合收益对于 I 的敏感度。

对于正态分布，又是，$\alpha = 2.0$，$c_j = \sigma_j^2/2$，对于 $j = p$，d_i 和 I。不过，对于稳定家族的其他成员来说，这个计算可能太复杂了。例如，我们还没有讨论过如何估计离散的测度 c。我们可以利用稳定帕累托参数 c；那就是，我们可以使用平均绝对差，或是一阶矩。在稳定家族中，虽然不存在二阶矩，一阶矩是有限的。Fama 与 Roll（1971）系统阐述了一种估计 c 的方法。平均绝对偏差比较容易计算，但是，Fama 与 Roll 发现，通过运用蒙特卡洛模拟，平均值绝对差是一个比他们的估计低的对 C 的有效估计。附录中的表 3 是从它们的 1971 年的报纸上复制的。有必要说明的是，Fama 与 Roll 的所有计算数值（1969，1971）都是为了简约的情形，$c=1$ 和 $\delta=0$ 而做的。

他们从表示在附录 3 的表 3 中的样本分位值上估计了 c。他们发现，0.72 分位是合适的，因为它对不同水平的 α 几乎没有变化。因此，运用 0.72 分位值将导致 c 的估计几乎不受阿尔法水平的影响。他们发现了一个“c 的敏感估计量”，就是：

$$\hat{c} = (1/(2 * 0.827)) * (\hat{x}_{0.72} - \hat{x}_{0.28}) \qquad (15.4)$$

这里，$\hat{x}_f$ 是来自附录表 3 的（f）（$N+1$）阶统计，用来估计 0.28 与 0.72 分位值，Fama 与 Roll（1971）发现，c 的估计在等式（15.4）中是最佳无偏估计。

然而，等式（15.3）的一个结果是，最初市场模型的多样化结果被留存了。资产数量不直接减少市场风险，但它确实减少了第 i 个单个股票的
221 非市场风险 d。假如我们取所有的 $X_i = 1/N$ 的简单情形，那么等式（15.3）中的误差项就变为：

$$c_p^{\alpha} = \left(\frac{1}{N}\right)^{\alpha} * \sum_{i=1}^{N} c_i^{\alpha} \qquad (15.5)$$

只要 $\alpha>1$，剩余风险 c_p 随着财产数 N 的增加而减少。有趣的是，如果阿尔法等于 1，不存在多样性效果；如果阿尔法小于 1，增加资产组合容量，亦增加非市场风险。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Fama与Miller（1972）运用了以下样本。假定，对于所有在资产组合中的股票 i，有 $c_{d_i}=1$，而且 $X_i=1/N$。换句话说，所有股票都与1.0的加权风险相当。等式（15.5）就约简为：

$$c_1^{\alpha}=N^{1-\alpha} \tag{15.6}$$

表15.1与图15.1显示了各种各样 α 与 N 运用等式（15.6）的多样化效果。读者也能够在电子表格里简单地产生这些数。正如已预测的，对于 $\alpha<1.0$，多样化确实减少了资产组合的非市场风险。多样性比率随着 α 减少而减少，直到 $\alpha=1$，此时，多样化对资产组合不起作用。当 $\alpha=1.0$ 时，中心极限定理不适用，相反它在 $\alpha>1$ 时运行。

表15.1　　多样化的影响：非市场风险 222

	Alpha（α）					
N	2.00	1.75	1.50	1.25	1.00	0.50
10	0.1000	0.1778	0.3162	0.5623	1.0000	3.1623
20	0.0500	0.1057	0.2236	0.4729	1.0000	4.4721
30	0.0333	0.0780	0.1826	0.4273	1.0000	5.4772
40	0.0250	0.0629	0.1581	0.3976	1.0000	6.3246
50	0.0200	0.0532	0.1414	0.3761	1.0000	7.0711
60	0.0167	0.0464	0.1291	0.3593	1.0000	7.7460
70	0.0143	0.0413	0.1195	0.3457	1.0000	8.3666
80	0.0125	0.0374	0.1118	0.3344	1.0000	8.9443
90	0.0111	0.0342	0.1054	0.3247	1.0000	9.4868
100	0.0100	0.0316	0.1000	0.3162	1.0000	10.0000
110	0.0091	0.0294	0.0953	0.3088	1.0000	10.4881
120	0.0083	0.0276	0.0913	0.3021	1.0000	10.9545
130	0.0077	0.0260	0.0877	0.2962	1.0000	11.4018
140	0.0071	0.0246	0.0845	0.2907	1.0000	11.8322
150	0.0067	0.0233	0.0816	0.2857	1.0000	12.2474
160	0.0063	0.0222	0.0791	0.2812	1.0000	12.6491
170	0.0059	0.0212	0.0767	0.2769	1.0000	13.0384
180	0.0056	0.0203	0.0745	0.2730	1.0000	13.4164
190	0.0053	0.0195	0.0725	0.2693	1.0000	13.7840
200	0.0050	0.0188	0.0707	0.2659	1.0000	14.1421

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 15.1（续表）

N	Alpha（α）					
	2.00	1.75	1.50	1.25	1.00	0.50
250	0.0040	0.0159	0.0632	0.2515	1.0000	15.8114
300	0.0033	0.0139	0.0577	0.2403	1.0000	17.3205
350	0.0029	0.0124	0.0535	0.2312	1.0000	18.7083
400	0.0025	0.0112	0.0500	0.2236	1.0000	20.0000
450	0.0022	0.0102	0.0471	0.2171	1.0000	21.2132
500	0.0020	0.0095	0.0447	0.2115	1.0000	22.3607
550	0.0018	0.0088	0.0426	0.2065	1.0000	23.4521
600	0.0017	0.0082	0.0408	0.2021	1.0000	24.4949
650	0.0015	0.0078	0.0392	0.1980	1.0000	25.4951
700	0.0015	0.0073	0.0378	0.1944	1.0000	26.4575
750	0.0013	0.0070	0.0365	0.1911	1.0000	27.3861
800	0.0013	0.0066	0.0354	0.1880	1.0000	28.2843
850	0.0012	0.0064	0.0343	0.1852	1.0000	29.1548
900	0.0011	0.0061	0.0333	0.1826	1.0000	30.0000
950	0.0011	0.0058	0.0324	0.1801	1.0000	30.8221
1000	0.0010	0.0056	0.0316	0.1778	1.0000	31.6228

223

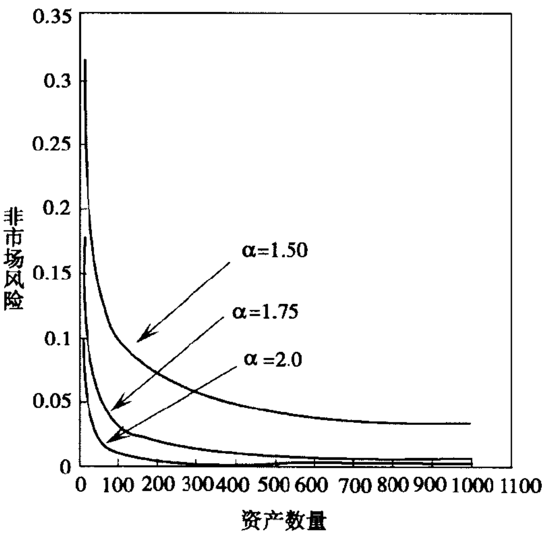


图 15.1 多样化

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

从分形统计学的角度来看，以上所讲意义非凡。反持续性序列比持续性或随机序列更多的参差不齐的时间序列。加在一起的反持续性系统只会导出一个噪声更大的系统。

另一方面，市场暴露不是一个多样化问题；它是一个在资产组合里单个证券的 b 的加权平均。这样，在传统的市场模型里，多样化减少的是非市场风险，而没减少市场风险。

对于稳定分布，传统的 CMT 的采用是富有创造性的，但是大部分人对此充耳不闻。对比于标准高斯情形来说，它简直是太复杂了。那时，还没有充分足够的结论性证据证明市场不是高斯的。

现在，我们有更多的令人信服的证据。但是，适应性有它自己的问题。他们之中首要的是关于来自于传统市场模型的敏感因子 b 的保留问题。这通常是作为单个证券与市场资产组合 I 之间的线性关系而建立起来的。这个关系仍被保留，因为当时，Fama、Roll 和 Samuelson 没有意识到 Hurst 所做的工作与持续性和反持续性的重要性。但是，给出一个足够大的资产组合，相对于市场资产组合，可以预期如上所描述的多样性效果将会是相当稳定的。这么一来，相对于市场指数的优化资产组合会比直接的均值/方差优化更稳定。

另一个问题是在 α 值本身之内。适应假定资产组合里的所有证券具有同样的 α 值。这是必须的，因为具有相同的特征指数 α 的稳定帕累托变量的和，会导致一个新的仍然具有同一个特征指数 α 的分布。这就是已在第 14 章里讨论过的可加性。这样，我已表明，不同的股票会有不同的赫斯特指数，进而有不同的 α 值（见 Peters，1991a，1992）。遗憾的是，对于不同的 α 值加到一块儿的结果没有理论。

现在重新讨论这个过程似乎是有道理的，并且进一步的工作将由一般化的探讨和最小化这些仍然麻烦的问题来体现。

15.2 期权评价 224

第 10 章里，我们讨论了布莱克－斯科尔斯（1973）公式。重要的是要记住，这个基本公式是“欧洲”的期权——那是一个只能在到期时操作的期权。我们讨论等式（10.1）的用途以研究易变性，不过，这一最初的目的是计算期权的市场价格。当期权照所付的代价兑现，或接近所付的代价时，这个公式似乎有理由起作用，但是，当期权深陷亏损的境地时，大

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

多数期权交易者发现这个公式是不可信赖的。期权永远有一个值，甚至当布莱克－斯科尔斯公式叙述说它们实际的值应该是零时也是如此。对于这个公式的系统性的背离的解释是多种多样的。其中最有说服力的是，对于被考察了的股票收益中的频率分布的负尾的胖度的解释。市场明白，大事件的可能性比正态分布所能告诉我们的要大些，并据此定价期权。

一个附加的问题存在于价格自身的不连续性。正态分布是连续分布。假如股票收益是由正态分布所驾驭，那么，股票价格从 50 移动到 45，它就应该经历了 50 到 45 之间的所有价格才能到了 45 那一点。然而，经验表明，所有证券价格都服从不连续性。在股票价格的极端变化中，价格经常跳跃，越过干扰它的正态分布连续价格，通货与债券也是一样的。Merton（1976）假定了一个相对于小移动的高斯变化这么一个背景，即对于大移动的波松－驱动（Poisson-driven）集类跳跃过程。正如稳定分布，这个过程是无限可分的。但是，McCulloch（1985）就已经指出，稳定过程是“由奥卡姆剃刀的标准（若无必要，勿增实体，译者注）来选择哪一个更好，既然它提供了大的跳跃与连续移动，那么，同时，它就比 Menton 特例具有更吝啬（挑剔）的参数。稳定过程实际传递了无数个波松－驱动的跳跃过程，它的相关频率由特征指数 α 所驾驭。”

还存在另外的限制条件。对于稳定分布的期权值的计算是非常复杂的，而且广泛的要求一个与本书范围不适应的表。（对 McCulloch 来说，它们是可能的。）因此，这里讨论 McCulloch 著作，只是意译，以便给那些对运用稳定分布计算这些“公平的价值”有兴趣的读者一些基本信息。在条件易变性下所给出的统计分布可能被 GARCH 分布所定义，或许还有更简便的方法。读者被预先警告，我们这里所讨论的一切将不是结束，而他们可能希望研究并探索出一个完整的结果。那些对于这里所讨论的问题
225 不感兴趣的，我们鼓励他们隔过本篇以后的章节去看第 16 章。

15.2.1 马克罗茨方法（McCulloch's Approach）

针对稳定分布，McCulloch（1985）提出一个期权定价公式以说明稳定分布。他的公式是通过运用稳定分布的一个特性而做出的。记住，偏斜度变量 β 能从 -1 移动到 $+1$。当它等于 0 时，分布是对称的。Fama 与 Roll 所做的一切都假定了这一对称情形。然而，当 $\beta = +1$（-1）时，更高（或更低）的尾部失去了其帕累托特征，并且下降得较正态分布快。而

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

其相反的尾部却变得更长更胖了，这样分布像“对数正态”分布——单峰模型（单驼峰的），它具有正（或负）尾部，而且是短且有限的负（反）尾部。Zolotarev（1983）向我们显示过，当稳定随机变量 x 具有参数（α，-1，c，δ,）时，对于 $\alpha \neq 1$ 的特征函数就是：

$$\log(E(e^{x})) = \delta * (-c)^{\alpha} * \sec(\frac{\pi * \alpha}{2}) \qquad (15.7)$$

McCulloch 运用这个等式提出了运用“对数稳定不确定性”来估价欧洲期权的一个公式。这一节是对 McCulloch 著作的一次总结。它与分形市场假说理论非常吻合，并且显示了分形统计如何实际应用。在有证明市场是由分形分布所描述的可接受的证据之前，McCulloch 应该得到推导这一公式的荣誉。

15.2.2 现货和期货价格

我们开始用稳定分布的措辞来表达现货与期货价格。用即期证券 A_1 的话来说衍生证券 A_2，将在将来的时间 T 里等于 X 值。对于投资者来说 U_1 和 U_2 各自代表了 A_1 和 A_2 的边际效益或价值。假如 $\log(U_1)$ 和 $\log(U_2)$ 是稳定的且具有共同的特征指数，那么：

$$\log(X) = \log(U_2/U_1) \qquad (15.8)$$

也是稳定的，且具有相同的特征指数，正如第 14 章里讨论过的。

我们现在该讨论期权价格 F，它使投资者投资无差异的投资于 A_2，226
衍生证券，或者 A_1，基础证券：

$$F = \frac{E(U_2)}{E(U_1)} \qquad (15.9)$$

McCulloch 指出，假如，具有小于 2.0 的阿尔法，$\log(U_1)$ 和 $\log(U_2)$ 是稳定的，那么，两个对数会有相同的偏斜度参数，β 等于 -1；那就是，他们必是极大的负斜性。这适用于效用函数，但是 X 本身并不

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

需要这样被限制。β 可以等于 -1 和 $+1$ 之间的任何值。

我们现在取两个因子，u_1 和 u_2，它们是独立的且特定的资产。u_1 在 $\log(U_1)$ 上有负影响；u_2 在 $\log(U_2)$ 上有负影响。存在第三个因子 u_3，其对 $\log(U_1)$ 和 $\log(U_2)$ 有负影响，u_1 是稳定的，且具有参数($\alpha, -1, c_1, \delta_1$)，$u_2$ 也是稳定的，具有参数（α，$+1$，c_2，δ_2），u_3 独立于 u_1 和 u_2。这样，它也是稳定的，且具有参数（α，$+1$，c_3，δ_3）。所有这三个因子是最大的且有正偏斜度，如它们的 $+1$ 偏斜度所表示的。三个因子以下列方式贡献于 $\log(U_1)$ 和 $\log(U_2)$：

$$\log(U_1) = -u_1 - u_3 \tag{15.10}$$

$$\log(U_2) = -u_2 - u_3 \tag{15.11}$$

$$\log(X) = u_1 - u_2 \tag{15.12}$$

Log（X）由（α，β，c，δ）定义。在这个公式里，α，β，c，F 假定为已知的——一个大的假定。其余的定为未知的。不过，在等式（14.11）里使用加法性质我们可推出如下关系式：

$$\delta = \delta_1 - \delta_2, \quad \alpha \neq 1 \tag{15.13}$$

$$c = c_1^\alpha - c_2^\alpha \tag{15.14}$$

$$\beta * c^\alpha = c_1^\alpha - c_2^\alpha \tag{15.15}$$

合并等式（15.14）与（15.15）解出 c_1，我们得出：

$$c_1 = \left(\frac{1+\beta}{2}\right)^{1/\alpha} * c \tag{15.16}$$

227

相似的有：从等式（15.14）减去等式（15.15）解出 c_2，我们有，

$$c_2 = \left(\frac{1-\beta}{2}\right)^{1/\alpha} * c \tag{15.17}$$

现在我们可以运用等式（15.7），它简单化了具有极大和负偏斜度的随机变量的特征函数，诸如 U_1 和 U_2。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$E(\log(U_2)) = e^{-\delta_2-\delta_3-(c_2^{\alpha}+c_3^{\alpha})*\sec(\pi*\alpha/2)} \tag{15.18}$$

$$E(\log(U_1)) = e^{-\delta_1-\delta_3-(c_1^{\alpha}+c_3^{\alpha})*\sec(\pi*\alpha/2)} \tag{15.19}$$

运用这些关系在等式（15.9)，我们现在能够陈述期货价格的值 F，用 X 的稳定参数的方式：

$$\begin{aligned} F &= e^{-\delta_1-\delta_2-(c_1^{\alpha}+c_2^{\alpha})*\sec(\pi*\alpha/2)} \\ &= e^{\delta+\beta*c^{\alpha}*\sec(\pi*\alpha/2)} \end{aligned} \tag{15.20}$$

最后一个结果是由（15.13）并通过（15.15）而得出来的结果。

期权价格 F，用 X 的特征分布的方式来表达。在定价期权里，这个期货比率公式现在作为预期的、远期的证券价格来使用。

15.2.3 定价期权

为了和传统一致，在时间 0 处，我们称期权 C 为欧洲买方选择权的价格。在时间 T，可以不考虑条件而操作期权交易，对于一个单位（或股）的资产我们称其为 A_2。A_1 是我们用来支付期权的通货。通货 A_1 的无风险利率是 r_1，其在时间 T 到期。这样，A_1 的 C 个单位 C 等于在时间 T 的 $C*e^{r_1*T}$ 个单位。实施价格是 X_0。假如在时间 $T, X>X_0$，那么所有者将对接受一股 A_2 资产支付 X_0 单位的通货 A_1，少于对期权的 $C*e^{r_1*T}$的支付。这包括期权的价格 C，加上那种货币到期的时间价值。

McCulloch 建立了等同于一个对于零的买卖期权的预期收益的公式。这是一个无差异等式：

$$0 = \int_{X>X_0}(U_2 - X_0*U_1)\mathrm{d}P(U_1,U_2) - C*e^{r_1*T}*\int_{\text{all}-X}U_1\mathrm{d}P(U_1,U_2) \tag{15.21}$$

McCulloch 运用等式（15.9）并解出 C： 228

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$C = e^{-r_1 * T} * \left[\frac{F}{E(U_2)} * \int_{X>X_0} U_2 \mathrm{d}P(U_1, U_2) - \frac{X_0}{E(U_1)} * \int_{X>X_0} U_1 \mathrm{d}P(U_1, U_2)\right] \tag{15.22}$$

P（U_1，U_2）代表了 U_1 和 U_2 分布的联合概率。

最后一步是用稳定分布家族的措辞来解释 C。McCulloch 通过定义两个函数 s（z）与 S（z）去解释 C，作为最大标准的和正的偏斜度；那就是 $\beta = +1$，这样密度和分布函数就由（α，1，1，0）来定义。McCulloch 表明等式（15.22）能够转换成等式（15.23），证明已超出本书的范围。C 的最终形式是：

$$C = F * e^{-r_1 * T + c_2^{\alpha} * \sec(\pi * \alpha/2)} * I_1 - X_0 * e^{-r_1 * T + c_1^{\alpha} * \sec(\pi * \alpha/2)} * I_2 \tag{15.23}$$

这里

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-c_2 * z} * s(z) * \left[1 - S\left(\frac{c_2 * z - \log\left(\frac{F}{X_0}\right) + \beta * c^{\alpha} * \sec(\pi * \alpha/2)}{c_1}\right)\right] \mathrm{d}z \tag{15.24}$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-c_1 * z} * s(z) * S\left(\frac{c_1 * z + \log\left(\frac{F}{X_0}\right) - \beta * c^{\alpha} * \sec(\pi * \alpha/2)}{c_2}\right) \mathrm{d}z \tag{15.25}$$

等式（15.16）与（15.17）显示，如何确定 c_1 与 c_2。这个公式余项显示，期权价格是三个数值以及三个稳定参数的函数；那就是，价格依赖（1）期权价格（F），（2）成交价格（X_0），以及即时的无风险费率（r_1）。除此以外，它依赖 X 分布的 α，β 和 c 的值。δ 包含在 F 里，而“不确定性的公共要素” u_3 此时已从公式中退出。

布莱克－斯科尔斯公式是复杂的，但它在简单的套利主题的措辞里可以被理解。McCulloch 公式有相似的套利主题，可是公式自身比它的前任

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

甚至还复杂。而且似乎不精确。布莱克—斯科尔斯公式根据股票价格和实施价格之间的关系表明期前回兑价格；McCulloch 公式则是在期货价格与实施价格之间这么做。McCulloch 意识到了这个问题，并指出："假如期货价格 F，基于任何理由是观察不到的，倘若我们知道在占主导地位的通货 A_2 贷款上的免违约率 r_2，那么我们可以使用现货价格 S，作为它的代理，因为套利要求：

$$F = S * e^{(r_1 - r_2) * T}\text{"} \tag{15.26}$$

这里不再使用正态分布。代替它的是稳定分布 s 和 S。同样的，方差由 c 来代替。

卖方期权的价格公式相似于对布莱克 - 斯科尔斯求导：

$$P = C + (X_0 - F) * e^{-r_1 * T} \tag{15.27}$$

这又是一个欧氏卖方期权，它给予持有者权利，而不是责任，在敲定价格 X_0 上卖出一个单位的通货 A_2。

15.2.4 伪套头交易比率

McCulloch 阐述了一个套头交易比率，但给了它一个重要的限制。基本上，分形系统，正如我们已经广泛讨论的那样，在时间痕迹里是服从不连续性的。在严峻的局面下（导致胖尾的大事件），当套头交易最需要它的时候，这使 Black 和 Scholes（1973）的套利逻辑变的无用。布莱克—斯科尔斯方法的这一失误导致了被称作“资产组合保险”的战略以提供在 1987 年的萧条期间的仅仅是部分的保护。

McCulloch 确实提出了一个伪套头交易比率。基本上，签订一个买方期权的风险暴露能够部分的由基础性资产采取远期位置来规避。所需的基数是由以下等式导出的：

$$\frac{\partial(C * e^{r_1 * T})}{\partial F} = e^{c_2^{c} * \sec(\alpha * \pi/2) *} I_1 \tag{15.28}$$



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

这样，因为没有医治在市场收益的时间痕迹里的不连续性的良方，一个“完美”的套头交易在分形的环境下是不可能的。这将总是不完美的套头交易。

15.2.5 数字化期权价值

McCulloch 将许多期权值作为例子进行了计算。他使用下列证据从标准表里算出期权值，这可在附录 3 里找到。

假定，我们对在实施约定价格 X_0 的通货 A_2 的一个单位的买方期权感兴趣，正如我们所说的，这是本章节贯穿始终的问题。我们将 $C(X_0, F, \alpha, \beta, c, r_1, T)$ 定为期前兑回价格，便可用下列方式表示：

$$C(X_0,F,\alpha,\beta,c,r_1,T)=\mathrm{e}^{-r_1*T}*F*C'\left(\frac{X_0}{F},\alpha,\beta,c\right) \quad (15.29)$$

这里

$$C'\left(\frac{X_0}{F},\ \alpha,\ \beta,\ c\right)=C\left(\frac{X_0}{F},\ 1,\ \alpha,\ \beta,\ c,\ 0,\ 1\right) \quad (15.30)$$

对于卖方选择权的价格，P 和 P' 可用相似的转换来做。另外，利用等式（15.27）可从 C' 中计算出 P'：

$$P'\left(\frac{X_0}{F},\ \alpha,\ \beta,\ c\right)=C'\left(\frac{X_0}{F},\ \alpha,\ \beta,\ c\right)+\frac{X_0}{F}-1 \quad (15.31)$$

在约定价格 X_0 上的通货 A_2 的一股的买方选择权是卖方在 $1/X_0$ 的约定价格，通货 A_1 的 X_0 股的等价物。后边期权的价值用通货 A_2 来表示：

$$X_0*P\left(\frac{1}{X_0},\ \frac{1}{F},\ \alpha,\ -\beta,\ c,\ r_2,\ T\right)$$



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

因为期货价格是 A_2 的 $1/F$ 单位。

Log（$1/x$）＝－log（x），也有参数 α，$-\beta$，c 这可以重新用公式表示如下：

$$C(X_0,F,\alpha,\beta,c,r_1,T)=S\left[X_0 * P\left(\frac{1}{X_0},\frac{1}{F},\alpha,-\beta,c,r_2,T\right)\right] \quad (15.32)$$

运用等式（15.26)，它可以另阐述为：

$$C'\left(\frac{X_0}{F},\ \alpha,\ \beta,\ c:\right)\frac{X_0}{F} * C'\left(\frac{F}{X_0},\ \alpha,\ -\beta,\ c\right)+1-\frac{X_0}{F} \quad (15.33)$$

因此，对于不同因子联合的期权价格可从以下表中算出：

$$C'\left(\frac{X_0}{F},\ \alpha,\ \beta,\ c\right),\ \frac{X_0}{F}\geqslant 1$$

在表 15.2 与表 15.3 中，我们重新作了两个 McCulloch 表格。显示了 100 个在 C'（X_0/F，α，β，c）条件下被定价的期权。这些表显示了对于通货 A_2 的 100 个单位或股的通货 A_1 的数量值。假如期权是对 IBM（A_2)，应付美元（A_1)，表就表示了以美元为单位对值 100 美元的 IBM 的期权。

表 15.2　　分形期权价格；$c=0.1$，$X_0/F=1.0$

	贝塔（β）				
阿尔法值	−1.0	−0.5	0.0	0.5	1.0
2.0	5.637	5.637	5.637	5.637	5.637
1.8	6.029	5.993	5.981	5.993	6.029
1.6	6.670	6.523	6.469	6.523	6.670
1.4	7.648	7.300	7.157	7.300	7.648
1.2	9.115	8.455	8.137	8.455	9.115
1.0	11.319	10.200	9.558	10.200	11.319
0.8	14.685	12.893	11.666	12.893	14.685



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

在表 15.2 中，$c=0.1$，并且，$X_0/F=1.0$。因为 X_0 是成交价格，而 F 是期货价格，期权是有所付出的价格，α 和 β 允许有变化。降低 α 导致期权价格的上升，因为，稳定分布在均值处的更高的陡峰，并因此更可能比正态分布即期兑现。当 $\alpha=2.0$ 时，β 没有影响。可对于 β 的其余值，价格随而偏斜度增长。

表 15.3　　分形期权价格：$\alpha=1.5$，$\beta=0.0$

	X_0/F			
C	0.5	1.0	1.1	2.0
0.01	50.007	0.787	0.079	0.014
0.03	50.038	2.240	0.458	0.074
0.10	50.240	6.784	3.466	0.481
0.30	51.704	17.694	14.064	3.408
1.00	64.131	45.642	43.065	28.262

在表 15.3 里，由 McCulloch（1985）重新制作，α 与 β 各自保持在 1.5 和 0.0 的常数；c 和 X_0/f 被变化所替代。正如它能够被预期的，增加 c（在布莱克－斯科尔斯公式里它是增加的易变性的等价物）导致增加期权价值。在资金充裕的情况下增加 c 同样适用。

15.2.6　最后的话

在这一节的开始我就说过，分形期权定价相当复杂并需要大量的研究工作。我们还不清楚，是否有必要在这里使用这些复杂的方法，但是很值得再做进一步的考察。随着巨额资金流入期权市场，在已知的基础分布的框架里一定会有利润。否则，将使那些使用传统套头交易率并预期它会给予他们一个"完美的套头交易"的那些人踌躇不前。我们在这一章已看到这样的"动物"不会存在。

15.3　小　　结

这一章考察了较早期的一些著作，这些著作在数量金融经济学的两个传统领域里使用了稳定分布。第一个领域是资产组合选择。Fama 与



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

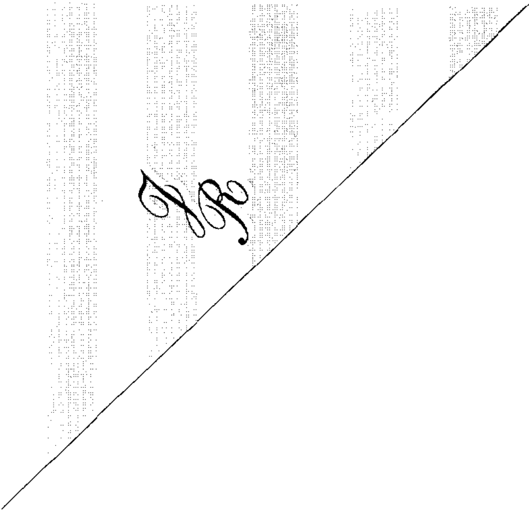
Samuelson 独立的显示了 Sharpe 的市场模型的一些变体，它允许分形环境里的有效资产组合。他们的工作具有局限性：特征指数 α 在资产组合里全部保证相同。股票好像具有不同的赫斯特指数，并因此而具有不同的 α。很有必要对这一领域里进行进一步的研究。

我们考察的第二个领域是，McCulloch 的作为稳定分布的期权定价模型的衍生物。这个模型看上去是正确的，但在实际上却格外复杂，一如真实世界中存在的大部分事物。进一步的研究是否有益，这点留给读者自己去决定。



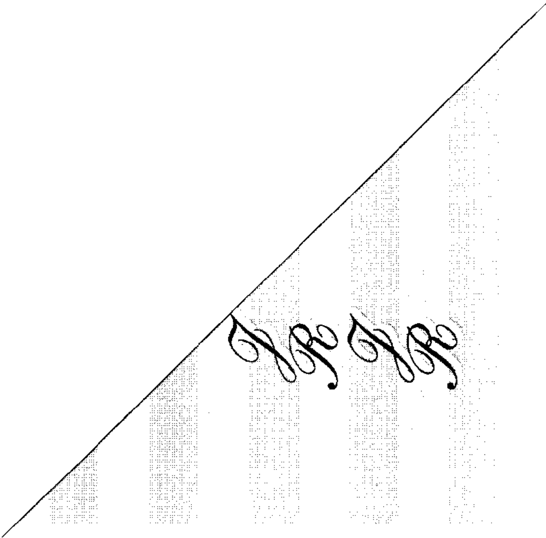
全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



第V篇

噪声混沌



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

235

噪声混沌与 R/S 分析

在第Ⅳ篇中，我们检查了分形布朗运动（FBM），把它作为一个可能的市场收益的模型。FBM 有许多重要的特性，它们与分形市场假说一致。其中有一些是在时间上的统计自相似、持续性——它产生了趋势与循环。统计自相似与第 2 章中所考察的收益频率分布一致。我们看到，在外型上，它们是相似的，在不同时间的规模变化上。持续性则与在不同投资起点，不规则地吸收信息的见解一致。市场收益显示了一个黑噪声，而易变性是一个粉红噪声，最后的结论是这个结果由与这两个带色的噪声之间理论上的关系组成。

FBM 不是由股票和债券市场一个方面所组成的市场。长期投资没有回报。在第 2 章中，我们看到，股票和债券被 4 年后增长着的收益/风险比率特征化了。另一方面，FBM 系统，没有被风险特征所限制；即，易变性的期限结构从理论上讲，不会停止增长。

另外，不存在与经济或其他决定性机制的联系。统计理论比分析机制更多的涉及描述风险。图 16.1 显示，反映了针对各种各样经济指标的 S&P500，对于一个从 1958 年 1 月～1993 年 4 月的周期。我们能看见一个联系，有理由这么想，它在长周期里应该存在。

这个与经济的联系还与投资者的期望值有密切关系，不过这些期望值 237
更多地与基本因素联系并超过了与大众行为的联系。因此，我们可以期盼，投资起点的延长，基础的与经济的信息应该有一个大于技术因素的影响。投资者对于经济信息的理解必将，也是必须，是非线性的。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

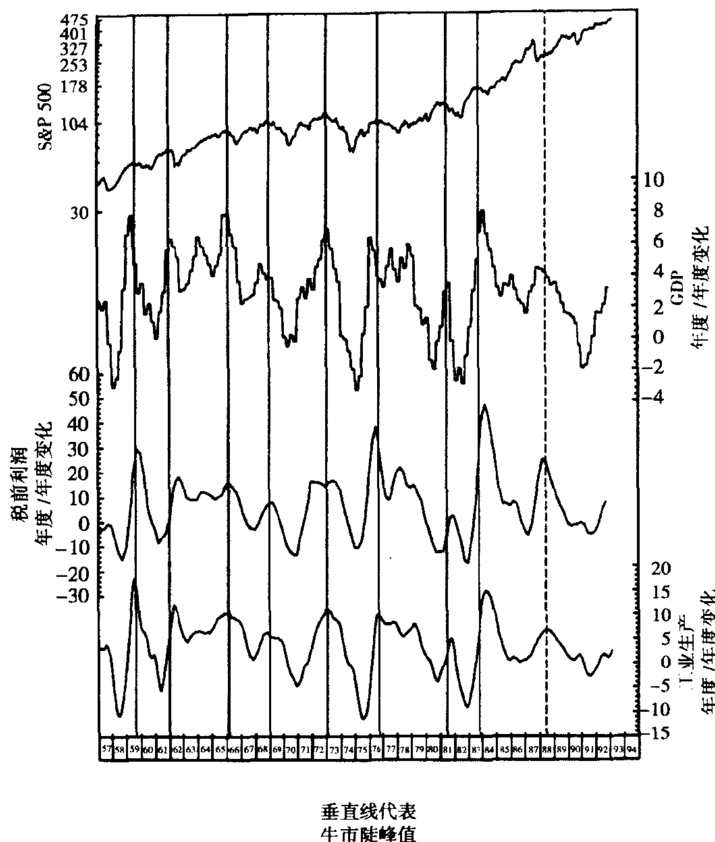


图 16.1 股票市场和经济增长的陡峰率

[本图的使用已经过波士顿资本市场协会（Boston Capital Markets Group）允许]

16.1 信息与投资者

被投资者们接纳了的各种不同的信息模式有很多。最简单的那些版本假定所有投资起点信息的瞬时性和同质性的解释。这导致了一个在所有时间的“公平”价格，而且是有效市场假说的基本原则。在定价结构上，以及胖尾上解释不连续性，Miller（1991）和 Shiller（1989）假定信息在“波浪起伏”不连续的状态下到达。投资者仍旧同质地反映信息，但是，信息的到达是不连续的。这种理论维持独立性的假定，对有效市场假说是重要的，但是，收入频率分布的形状和定价结构不连续性的辨别作为局外人是太残酷了而不被考虑。然而，两种理论都蔑视这么一个事实：人们不

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

以这种方式做决定。

正如我们在第4章中讨论过的那样，对于在每个投资起点的投资者来说，一条特定的消息未必重要。当一条重要消息已经被明显的指出，然后市场，通常才能做出快速决定。最近有这么一个例子，Philip Morris 宣称，削减万宝路香烟的价格。大多数分析家们立刻就知道了，这条消息对于收入的影响是什么。股市在可怜的水平上（50美元一股）开盘，并一直维持这个水平。

其他信息并无如此简洁地被评价过，特别是，假如数据是噪声的。噪声可归因于结构性原因的特殊指标的易变性，或者是测度问题。二者有助于对市场无能的信息的一致评价。

有另外一种可能性：新的信息有助于增加不确定性的水平，而不是增加知识的水平。一般而言，经济学家认做新信息是一个积极的发展。新信息增加当前情况的知识并有助于判断将来。我们增加的知识导致比较公平的证券价格。然而，也有增加不确定性的信息，否定我们认为我们已经知道的。套利定价理论以变量中的未预期到的变化而涉及这一问 238
题，可是这些未预期的变化的影响并未被考虑。例如，假定在通货膨胀中有一个未被预期的上升。并且上升足够大，那么关于通货膨胀的状态的不确定性增加。它将再升起，或者不？假定货币供应增长在这一点上已开始下降。通货膨胀中的未预期到的上升对于先前的，被认为是有价值的信息的评价有否定的影响。这个随着新信息到达时的不确定性的上升，可能实际上导致增加关于“公平”价格的不确定性，而不是增加自动的价格合作。我们可能得到增加了的易变性，或仅仅是一个噪声的颤抖。这种噪声经常极可能产生在高频率中，那里，市场试图计算出它所到达的当前信息的值。

噪声的问题并不简单。测量误差不是产生噪声的惟一原因。它会是系统自身的一部分。这两种噪声都可能存在。

测量噪声（也指那些可观测的噪声），到目前为止，是经济数据问题中最普通的问题。测量经济活动是一个由于数据收集问题而做的很不精密的科学。作为结果，在事实之后，我们通常不知道衰退什么时候终止或开始，以月或年为单位。1992年12月，美国商业部宣布最后的衰退已于大约18个月之前1991年4月结束。大部分数字经常被修正，常常是加到数据值的不确定性中去。这个测量噪声可比较于第4章讨论的观测噪声。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

当指标自身是易变性时，第二类噪声发生。最广泛跟随的经济指标是价格，它在领悟价格膨胀趋势之后才开始使用。商品价格自身服从它们自己的市场商品律。消费者价格指数（CPI）通常被移动的“易变的食品和能源”部分所分解。结果小于易变的膨胀数字被称作“核心比率”。甚至在 CPI 里的一个变化能够被解释成许多不同的样子。在 CPI 里，市场似乎反映当前趋势，以及相似的易变指标，而不是每月发布的变化，除非觉察到趋势已改变。除非趋势在早些时候已经发生变化，否则人们觉察不到它已经改变了。例如，假如我们有一个长周期的低通货膨胀，在通货膨胀率中未预期到的上升通常被合理的辨出并认做特殊事件，而且不改变趋势。可是，当通货膨胀继续上升，而且趋势的改变已被觉察，到那一刻，
239 市场会反映它们已经忽略了的所有的通货膨胀变化。这是一个非线性反映。CPI 中的易变性是另一种噪声的征状，通常被认作是系统噪声，或动态噪声。

在较长的频率里，市场以非线性的方式反映经济和基础信息。除此之外，假定市场与经济相关不无道理。这暗示，非线性动态系统模型其相互作用，会是一个恰当的方式，满足由分形布朗运动遗留给分析市场假说的、未解决的方面。非线性动态系统使它们自己趋于非周期循环以及有限集，称作吸引子。系统自身落入混沌系统分类之下。但是，为了能被称为混沌，必须满足非常特殊的条件。

16.2 混　　沌

混沌系统是典型的反馈性系统，它们服从不稳定行为。事件的放大以及不连续性，对于被认为是混沌的系统，存在两个基本的必要条件：（1）分形维的存在，以及（2）被称作对初始条件敏感性依赖的特征。对于这些特征，比较完整的讨论出现在我早期的著作里。可是，基本的回顾是必要的。因为，在分形噪声与噪声混沌彼此之间进行区别是很困难的，特别是在检测经验数据时。当然，正如我们将看到的，*R/S* 分析是区别它们之间关系很稳妥的方法。另外，在实验性数据里发现混沌是非常沮丧的事。大部分方法对于混沌不稳妥，相对而言，*R/S* 分析不仅对于混沌方面稳妥，而且由此繁荣发达。对于不仅仅是市场分析的工具箱，*R/S* 分析是有用的补充，它还是科学家研究混沌现象的有力工具。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

16.2.1 相空间

混沌系统是在一个被称为相空间的地方进行分析的。由对于定义了系统每个因子的维数所组成。钟摆就是这样一个简单的例子，由两个定义了它的运动的因子所构成：（1）速度（2）位置，针对时间标绘既有速度又有位置将导致一个简单的正弦波或调和振子，当钟摆来回运行时，因为位置与速度的升降而升降。这样，当我们针对位置标绘速度时，我们可以去掉时间维。假如无摩擦，钟摆将永远来回摇摆，而且它的相空间标绘将是 240
一个封闭的圆。假如有摩擦与湿气，那么钟摆每次的摆动就会慢些，振幅会降低，而且最终停止。对于相空间标绘图，将最终螺旋进一个原点，这里的速度与位置变成零。

钟摆的相空间告诉了所有我们想要知道的关于系统的动态学，但是，钟摆不是一个有趣的系统。假定我们拿一个更复杂的过程并研究其相空间，我们将发现许多有趣的特征。

我们已经考察了这样一个相空间，即洛伦茨吸引子（第6章）。这里，虽然，它被限制只做“猫头鹰眼”状运动，位相标绘不再重复其自身。它被“吸引”到哪个形状，它就称做这个过程的“吸引子”。如果我们考察吸引子内的一条线段，我们发现，线段的自相似结构，由吸引子的重复折叠所引起。线段的非相交结构意味着过程将决不会完全填满它的空间。它的维数是个分数。洛伦茨吸引子的分形维逼近2.08。这就意味着它的结构比二维平面稍多一点，而又少于三维固体，如此看来，它也是一个尘世的造物。

另外，吸引子自己也被限定在空间的特定区域，这是因为，混沌系统被增长与衰退的因子所特征化。围绕吸引子的每次旅行，被称做轨道。虽然最初紧密靠在一起的两个轨道在初期靠得非常紧，也将迅速地分叉。不过，这两个轨道并不是彼此无限飞离。它们最终达到吸引子的外部边界，又返向中心。分叉的点将再度会合，尽管许多轨道可能必须这么做，这就是敏感依赖初始条件的性质。因为我们不可能对精度的无限数量来测量即时条件，在长期情形下，不能预测过程将走向哪里。分叉的比率或预测能力的损失，将可能被在相空间里临近轨道的分叉测度所特征化。在相空间里，分叉的比率［称作“李亚普诺夫指数”（Lyapunov Exponent）］因每一个维数而测度。一个正比率意味着存在分叉轨道。由分形维连接的系统

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

是混沌的。除此之外，对于测度折叠过程，必定存在一个负指数，或者是对吸引子的返回。李亚普诺夫指数公式如下：

$$L_i = \lim_{t \to \infty}[(1/t) * \log_2(p_i(t)/p_i(0))] \qquad (16.1)$$

这里，L_i = 维数为 i 的李亚普诺夫指数；$P_i(t)$ = 在时间 t 时第 i 个维数的位置。

241 等式 16.1 测度了对于时间 t 球的体积如何增长，在维数 i 里，测度了两个点 $P(t)$ 与 $P(0)$ 的分叉。对于一个多重维极差来说，距离是相似的。考察等式 16.1，我们可以看到对于 R/S 分析和分形维计算的某种相似性。所有的都涉及到规模变化。然而，混沌吸引子有指数性衰退轨道，不通过幂法则。

16.3 应用 R/S 分析

当我们在第 6 章简要地研究 Mackey 和 Glass 的吸引子（1988）时，我们联想到发现循环。而这一章，我们将进一步去研究并将看到，R/S 分析是如何区别噪声混沌与分形噪声的。

16.3.1 噪声指数

在第 6 章我们没有显露赫斯特指数的值。对于图 6.8，$H=0.92$。正如被预期的，混沌流的连续、光滑的性质使得赫斯特指数非常高。因为重叠机制或经常在这一等式里的时间痕迹发生的转向使它不等于 1。在图 6.11，我们对系统补充一个白色的，均匀噪声的标准差。这使赫斯特指数降至 0.72 并且被显示在对噪声混沌的第 1 个 R/S 分析的应用：作为噪声指数使用赫斯特指数。

假如你是一个希望检验逐月要素指标的特殊类型的技术分析家，而且计划运用麦凯 - 格拉斯等式去测验这些等式，并知道，对于每月数据有 0.72 的值，你就作一个逼真的现实模拟，加上噪声的一个标准差。在这个方式下，你可以看到，就噪声而言，你的技术指数是否稳健。你是考察混沌行为的科学家，有一个能从随机行为里区分混沌的特殊检验。为使这个检验实用，你必须就噪声表明，它是稳健的。因为大部分观察到的时间

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

序列，具有接近0.70的赫斯特值（正如 Hurst 发现，见表5.1），你将需要足够的噪声使你的测试系列具有 $H=0.70$。或者你可以逐步地添加噪声，并观察在你的测试显示不确定时H的水平。

图16.2显示，当增加的噪声被补充到麦凯－格拉斯等式里时赫斯特的值。赫斯特指数迅速跌落至0.70，而且逐步降至0.60。这样，在添加了两个噪声标准差之后，H 仍然逼近0.60。这就是说，$H=0.70$ 的频率值如此迷惑 Hurst（1951），它可能归于这样一个事实，即对非线性动态系统添加噪声，迅速使 H 值降至0.70。另一方面，在市场被发现0.65以下的 H 值的读数很可能不仅仅是由于对一个混沌吸引子添加测度或可加性噪声而产生的，相反，可能是由于分形噪声所引起的。这或许进一步支持这个看法：在短期内市场是分形噪声，而在长期内市场则是噪声混沌。 242

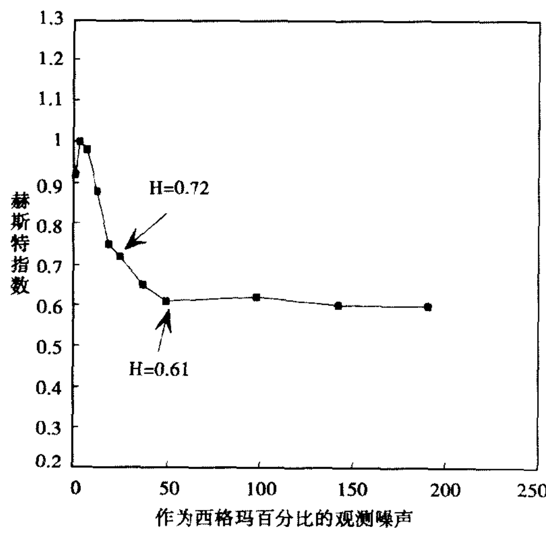


图16.2　麦凯－格拉斯等式，对噪声敏感的赫斯特指数

16.3.2　系统噪声

除了我们将要测试的可加性噪声，还存在另外一种被称作系统噪声的噪声类型。当一个重复的系统随着噪声而成为衰退输出时，系统噪声发生，但这个重复系统不能从纯粹的信号里辨别出噪声信号，而是作为输入使用噪声信号，以作为下一个重复。这与已观测到的噪声很不相同。因为，观察者将有测量过程的困难，所以该噪声发生。过程不顾我们的问题 243

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

而继续下去。这样，对系统噪声而言，噪声侵入了系统自身。因为敏感依赖初始条件的问题，系统噪声增加了预测的问题。

在市场里，系统噪声而非观察性噪声，更像是一个问题。面对它：我们毫无疑问知道最后一个交易值，可是我们不知道它的值公平与否。或许销售者是在危机中而必须在可能的价格出售以做到收益要求。我们反映这个“噪声”输出，但不知道它的真实值。假如系统噪声是难处理的，那么预测就变得更为困难而且检验将依此而调整。

系统噪声在赫斯特指数上的影响相似于可加性噪声，并且在图 16.3 中表示出来。

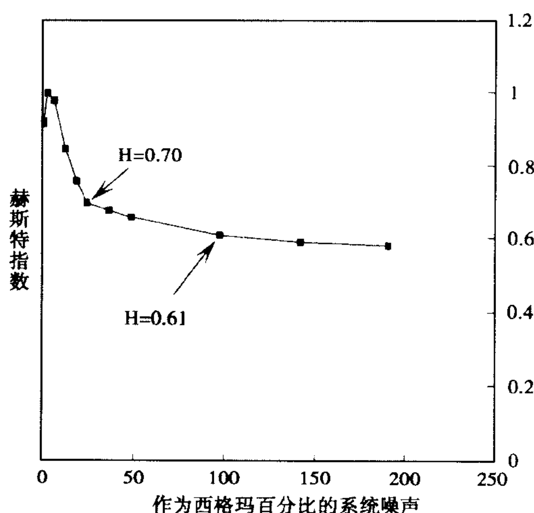


图 16.3 麦凯－格拉斯等式，对噪声敏感的赫斯特指数

244

16.3.3 循环

我们已在第 6 章讨论了 R/S 分析如何能够区分一个循环，即便是在观察噪声的一个标准差出现时。图 16.4 表明了具有一个标准差的合并系统噪声的麦凯－格拉斯等式的 R/S 分析。赫斯特指数实际是同一的（$H=0.72$），而且 50 个观测循环仍是可觉察到的。

在图 16.5 里显示的 V 统计，这里再一次表明循环是容易观察到的。

当 log/log 的标绘图的斜率穿过一个随机游走的时候，意味着什么？有两个可能的解释：



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

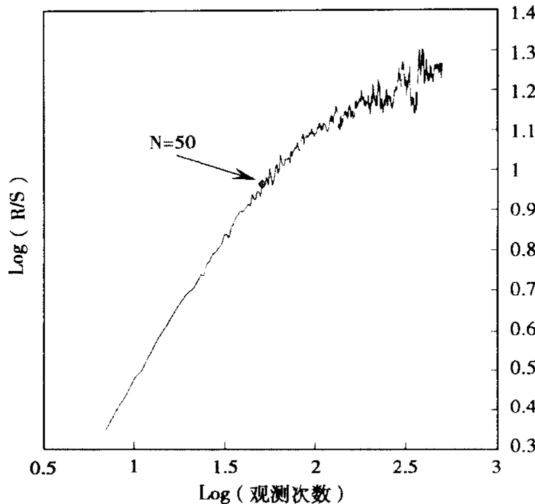


图 16.4　*R/S* 分析，具有系统噪声的麦凯－格拉斯等式

245

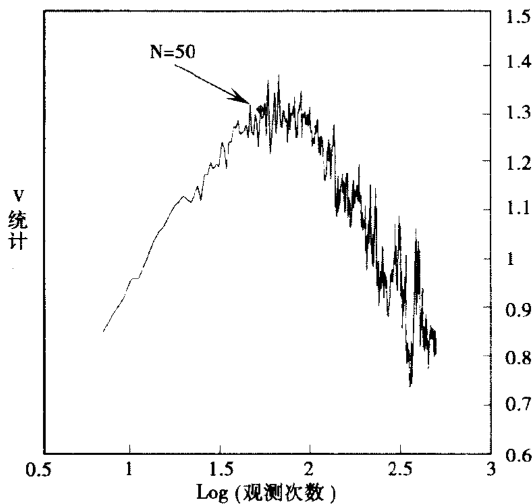


图 16.5　V－统计，具有噪声的麦凯－格拉斯等式

1. 过程可能是个具有长期但是有限记忆的分形布朗运动。对于有限记忆没有任何引起原因的解释，所以，它可能是一个观测数的函数。因为对于大的 n 值足够的观察值不存在，所以规模变化通常停止。
2. 系统是一个噪声混沌系统，而且有限记忆长度测量了吸引子的重

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

叠。在相空间里相邻轨道的分叉意味着在轨道性周期之后它们变得不相关了（Wolf、Swift、Sweeney 和 Vastano，1985）。这样，在轨道性循环之后记忆过程停止。基本上，有限记忆长度成为使得系统忘掉它的初始条件的时间长度。

从图中可以看出，当系统通过一个轨道时，它遍历吸引子的长度；当它覆盖了吸引子的长度时，极差就不会增长得更大，这是因为，吸引子是有限集。分形噪声过程不是有限集，而且这样的极差将不会停止增长。吸引子的这种形而下的性质，也适合重标极差的性质。

两个解释好像都有理，特别是当我们使用短期数据集时，我们如何在二者中定夺呢？

16.4 区别来自分形噪声的噪声混沌

最直接的方法是模仿第 8 章里道·琼斯工业股票的分析。假如，对数比对数标绘图里的断裂真是一个循环，而不是一个统计制品，那么，它将独立于 R/S 分析里使用过的时间增量。作为道·琼斯数据，循环总是 1040 个交易日。当我们从 5 天走到 20 天增量时，208 个周期走到 52 个 20 天周期。假如循环在样本上不独立，那么我们就能恰当地确定正在考察噪声混沌而非分形噪声。在道·琼斯数据的情形里，将数据容量减少到 75%（只涉及观测数），不影响记忆长度，这是一个我们将在相空间里测量折叠的有力证据。

假如我们面临的是一个以小数据集为开始的问题，那么，我们将使用循环长度估计作为一致证据的另一段，但是，它自身却是不明确的。例如，假定我们对 500 个观测值数据集使用 R/S 分析，就会发现明显的赫斯特指数（$0.50<H<1.0$）以及 50 个观测值的循环长度，这暗示，我们有 10 个观测循环，每个循环有 50 个观测值。根据 Wolf 等人（1985）的结果，这是可采用的数据数量，用来估计最大李亚普诺夫指数。使用由 Wolf 等人与 Peters（1991a）勾勒的方法，我们计算了最大李亚普诺夫指数的估计，假如这个指数是正的，对于我们做出系统是混沌的结论有好处。假如，最大李亚普诺夫指数的反转更近似于循环长度，正如 Chen（1987）所猜测的那样，那么我们有更大的确定性。

你们当中熟悉我早期 S&P 研究的人们将认出，这就是我总结 S&P500 的标准，S&P500 在长期里是混沌的，正如分形市场假说所提出



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的。这个结果是有争议的，可是，我坚信这个来自于独立测试和有效的结论。

16.4.1 BDS 测试

三位经济学家，Brock、Dechert 和 Scheinkman（1987），提供了补充的测试——“BDS 测试”——被科学家广泛地使用。BDS 统计，是一个在相关维上的变体，它基本上用来测量相关维计算的统计显著性。对于从确定性混沌或从非线性随机系统里区分随机系统来说，它是强有力的工具。但是，它不能区分非线性确定性系统和非线性随机性系统之间的关系。一般来讲，它发现了非线性依赖。联合其他的对于混沌的测试方法与 R/S 分析并用，它会是非常有用的。 247

根据 BDS 测试，相关积分将是正态分布。假如被研究的系统是独立的，则更像我们第 5 章里讨论的 H 分布。

相关积分是概率，那就是，任意两个在相空间里，在给定的长度 e 之内分开的点，随着 e 的增加，根据相空间的分形维，概率呈现规模增加。相关积分是根据下列等式计算的：

$$C_m(e) = (1/N^2) * \sum_{i,j=1}^{T} Z(e - |X_i - X_j|), \quad i \neq j \qquad (16.2)$$

这里，如果 $e - |X_i - X_j| > 0$；0（除此以外），$Z(x) = 1$；T = 观测数；e = 距离；C_m = 维数 m 的相关积分。

函数 Z 计算了距离 e 内相互之间的点数。根据理论，C_m 将在比率 e^D 上增加，这里的 D 是相空间的相关维，这与分形维紧密相关。计算相关，要求我们知道相空间看上去是什么样子。在实际生活当中，我们不仅不知道系统中复杂的因子，我们甚至不知道它们有多少！通常我们仅有一个可观察的，就像股票价格变化这样一种现象。幸运的是，Takens（1981）定理表明，我们能够重构相空间，由滞后时间系列，我们认为它对于各个维都存在。假如嵌入维数大于分形维，那么，相关维稳定在一个值上。我的早期著作勾画了做这个计算的程序，运用取自 Wolf 等人的数据（1985）。

BDS 统计是依据相关积分的统计性质。下列讨论更多的是取自 Hsieh（1989），这里能够找到更多的 BDS 统计的数学处理。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

来自于等式 16.2 的相关积分，计算了在相空间的 e 单位分开的两个
248 点的概率，这两个点是两条不同轨道的一部分。假定 X_i 在时间序列 X（具有 T 个观测值）是独立的。我们滞后这个序列到“N 历史”；那就是，我们使用 Takens 时间延滞方法产生了一个来自时间序列 X 的 N 维的相空间。使用等式（16.2），我们进而计算相关积分 C_N（e、T）。Brock 等人以 T 无穷方法表示：

$$C_N(e,T) \Rightarrow C_1(e)^N \qquad \text{具有 100\% 的概率} \qquad (16.3)$$

这是典型的随机过程规模变化的特征。相关积分简单地填满了无论维数被放置在什么里面的空间。布鲁克等人表示 $|C_N(e,T)-C_1(e,T)^N| * \sqrt{T}$ 是具有零均值的正态概率分布。BDS 统计 W，也服从正态分布：

$$W_N(e,T)=|C_N(e,T)-C_1(e,T)^N| * \sqrt{T}/s_N(e,T) \qquad (16.4)$$

这里，$S_N(e,T)$ = 相关积分的标准差。

这样，BDS 统计，W 具有标准正态分布。在它大于 2.0 的时候，我们能以 95% 的置信区间，研究下的系统是随机的零假设而拒绝它。当它大于 3.0 时，我们能以 99% 的置信区间拒绝它。并且 BDS 检验将在数据中发现线性和非线性依赖。这样的话，对于这个检验，需要采用 AR（1）的残值，正如我们对 R/S 分析所做的一样。另外，像 R/S 分析，依赖性可能是随机的（诸如赫斯特过程，或 GARCH），或者它可能是确定性的（诸如混沌）。

我从 Dechent 那里得到一份 BDS 统计表并且用它作了如下检验。为了做检验，你必须选择半径，即 e 的值，以及嵌入维 m。正如我的早期著作中描述的相关维的计算。这个极差依赖于观测值的数量 T。假如 e 太小，将没有足够的点捕捉统计结构；假如 e 太大将有太多的点。按着 LeBaron（1990）和 Hsieh（1989）的例子，我们将使用数据集 $e=0.50$ 的标准差。由于建立了对于数据容量 e 的值，我们或许能够克服这些困难。

我们必须选择一个使得导致相空间重构即不要太稀疏也不要太拥挤的嵌入维。假如 m 太小，点将被紧密的包在一起。假如 m 太大，点将离得
249 太远。就这个例子的目的而言，我们使用 $m=6$。Hsieh（1989）在通货

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

上检验了许多相关维，而 $m=6$ 对于其他较高（和较低的）嵌入维给予了结果性的比较。

这里给出的例子不是新的。如同 Brock（1988）所做的，LeBaron（1990）也做了股票价格的研究。Hsieh（1989）对通货作了一个扩大的检验并且操作了一个蒙特卡洛试验的综合性序列，这一点我们将在以下描述。

我考察了无噪声的麦凯－格拉斯等式，这个等式具有观察噪声的一个标准差，也具有系统噪声的一个标准差。我也检验了 $H=0.72$ 的分形噪声，这是我们早些时候所做的，如同在第 5 章里所使用的模拟 GARCH 序列。为了保持关于线性依赖的早期论述，对于本章的所有检验，我再次使用 AR（1）的残差。表 16.1 表明了结果。

表 16.1　　1BDS 统计：被模拟的过程

过　程	BDS 统计	Epsilon	嵌入维	观测数目
麦凯－格拉斯				
无噪声	56.88	0.12	6	1000
观测性噪声	13.074	0.06	6	1000
系统噪声	−3.12	0.08	6	1000
分形噪声（$H=0.72$）	13.85	0.07	6	1400
GARCH	6.23	0.01	6	7500
高斯噪声	0.03	0.06	6	5000

无噪声麦凯－格拉斯等式表明了 BDS 统计 112 的高度显著性，正如所预期的。另外，包含噪声的麦凯－格拉斯系统有显著的 BDS 统计，尽管在较低的水平。人们模拟的 GARCH 序列也反映了 6.23 的显著 BDS 统计，正如分形噪声序列在 13.85 时所显示的一样。在这些模拟序列里，BDS 统计被表明在确定性与随机性形式里，对非线性依赖的敏感性。当它被用来分析确定性系统时，它在噪声方面是稳健的。

表 16.2 显示了，在第 8 章里使用过的道·琼斯 20 天或 5 天序列的结果，以及逐日日元的序列。它再次显示出，所有的这些所列结果显著地——而且是令人吃惊地大。当然，日元的逐日的 116.05 的统计与 Hsieh（1989）对于 R 和 m 的相同值的 110.04 的值一致。LeBaron（1990）使用 1928～1939 年的周 S&P500 数据，对于 $m=6$，他发现 $w=23.89$。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 16.2　　BDS 统计：市场时间系列

市　场	BDS 统计	Epsilon	嵌入维	观测数目
道－5 日	28.72	0.01	6	5293
－20 日	14.34	0.03	6	1301
日元/美元－逐日	116.05	0.03	6	4459

这非常接近我们的对于 5 日道·琼斯收益（1888～1990 年）的 $w=28.72$，尽管我们的数据覆盖了长得多的时间框架。LeBaron 发现，w 经历了 10 年周期之后，它的值变化非常大。由于给出了通过 R/S 分析所发现的 4 年股票市场的循环，所以，这个对于短期时间框架的可变性并非不寻常。毕竟，10 年仅仅是 2.50 个轨迹。

Hsieh（1989）与 LeBaron（1990）操作了一个 BDS 统计的蒙特卡洛模拟，并发现，对于高斯零假设来说，它是稳健的。这样，像 R/S 分析一样，它能够轻易地发现依赖性。一旦线性依赖被过滤掉，对于非线性，BDS 统计是显著性检验。不幸的是，它不能区分分形噪声与确定性混沌，即便这样，联合其他检验一起使用时，BDS 仍将是个有力的工具。

16.4.2　联合检验

在缺乏长数据的集合里（包括时间与观测数据的个数），最好是转到彼此应该一致的多重独立检验上来。要这么做的话，R/S 分析倒是还提供了另外一种工具。对于噪声而言，它是极度稳健的，对于所有假设为存在混沌的数据集合，它应该被考虑来作为一个附加的检验（伴随着 BDS 统计）。

16.4.3　对于 FMH 的暗示

对于分形市场假说（FMH）来说，道·琼斯数据在 R/S 图里的断裂与在长期和服从经济循环里的市场是混沌的情形相一致。通货，无论如何，没有登录平均非周期循环，此时无视对于大多数通货逐日赫斯特指数比逐日道·琼斯或 T 债券产出显著这个事实。这可能使人进一步确信，甚至在长期情况下，通货也是分形噪声过程。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

16.5 小　　结

我们已看到，R/S 分析是一个检测噪声混沌时间序列的辅助工具。我们还看到，就噪声而言，它是极为稳健的。而且，当准备模拟数据时，赫斯特指数可用做噪声指数。这些性质使 R/S 分析成为研究混沌系统的一个有用过程。

最终，我们被带到了分形统计与噪声混沌这样一个关系。噪声混沌，是在金融市场以及其他的自然时间序列里，司空见惯的胖尾与陡峰分布的原因吗？我们将在第 17 章找到答案。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

252

分形统计，噪声混沌与 FMH

第 16 章里，我们看到，资本市场与经济时间序列和噪声“混沌”系统之间具有某种相似性。特别是，它们的赫斯特指数，都与从谱指数 β 算出的 H 值一致。我们也发现，由对数比对数标绘图里的断裂，R/S 分析能估计非周期循环的平均长度。对于资本市场和经济时间序列，由 R/S 分析发现的循环，相似于这个平均循环长度。流行的随机过程，诸如，GARCH，它也被用来作为可能的模型，不具备以上性质。

根据以前章节的结果，噪声混沌对于资本市场运动来说似乎是一个合理的解释。除了通货，噪声混沌与市场的长期运行的市场基础行为相一致，而分形布朗运动更多地与短期运行的市场基础行为的交易特征相一致。两种行为与在第 3 章里勾勒的分形市场假说一致。

最终的问题是涉及到噪声混沌与稳定分布，或与分形分布之间的关系。由经验观察到的陡峰，胖尾分布，以及周期性动态行为也可能系于噪声混沌吗？在这一章，我们将考察这个问题。我们可以推荐噪声混沌，作为一种可能的解释，但是，我们将会发现大部分还是无法解释的。

在这一章的结尾部分，我试图协调时间序列分析中的不同元素，它们看起来能给出显著性结果：ARCH，分形噪声，以及噪声混沌将被联进一个框架。每个过程的应用性依赖于单个的投资起点。我们必须首先考察分
253 形统计和噪声混沌之间的关系。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

17.1 频率分布

变化的频率分布是一个明显的出发点。由确定性混沌特征化了的系统里的变化闻名遐迩，这个变化是频率分布并且具有长的，正的尾部的频率分布。图 17.1 表明了麦凯－格拉斯等式的频率分布，使用由图 6.7 表示的图形的变化。变化已被“标准化”到 0 均值和 1 的标准差。这样一来的结果是一个外貌看上去像“对数正态”的分布；那就是，它是具有长正尾、有限负尾的单驼峰。

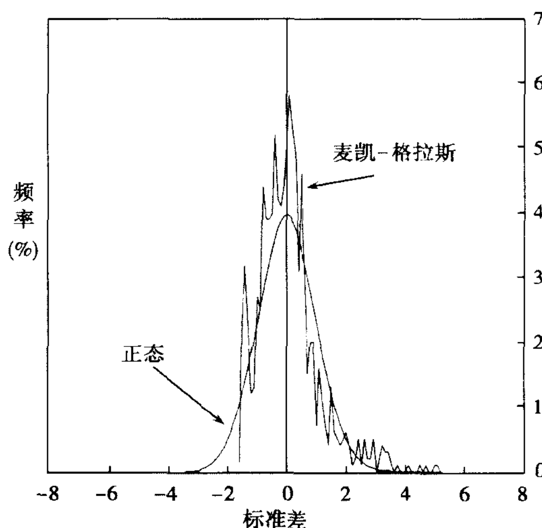


图 17.1 麦凯－格拉斯等式：无噪声 254

给这些系统加上噪声，戏剧性地改变了它们的频率分布。图 17.2a 和 17.2b 表明了各自具有观测性和系统噪声的麦凯－格拉斯等式。正如第 16 章所表示的那样，如果加上足够的噪声，就显示出 $H = 0.70$ 的赫斯特指数。频率分布是一个我们熟悉的陡峰胖尾分布。图 17.3a～17.3c 表明了这些分布与正态分布之间的差异。具有像噪声的系统形状的图形，图 2.4a～2.4e 的道·琼斯股票图形，可是无噪声系统的图形看起来却与之相当的不同。为什么？

加上了正态化分布的高斯噪声，它就具有影响降低赫斯特指数的能 255
力，正如我们前面考察过的。除此之外，它改变了趋向中心的均值（使均

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

值与中位数靠的更近)，扩充了负尾，并加上了更多的（负）值。正尾由于均值改变和较小值的相加而减少。当然，最初的原始分布，有陡峰和长正尾。可是，长负尾从哪里来？

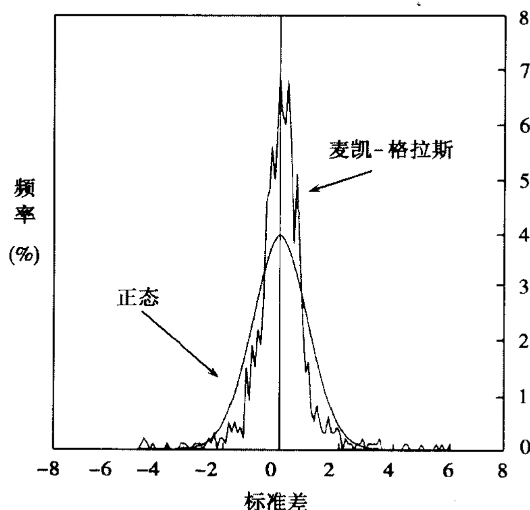


图 17.2a　麦凯－格拉斯等式：观测噪声

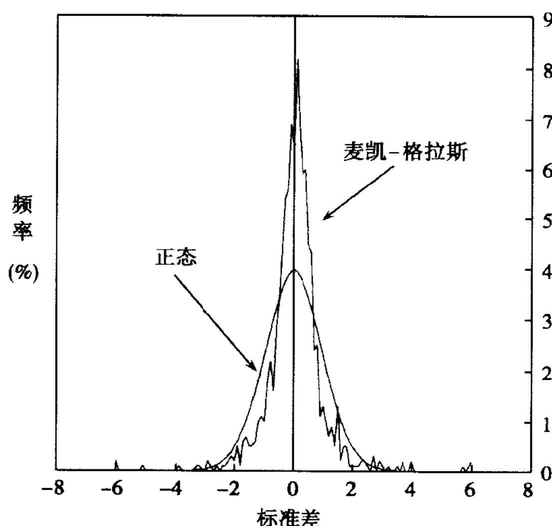


图 17.2b　麦凯－格拉斯等式：系统噪声

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

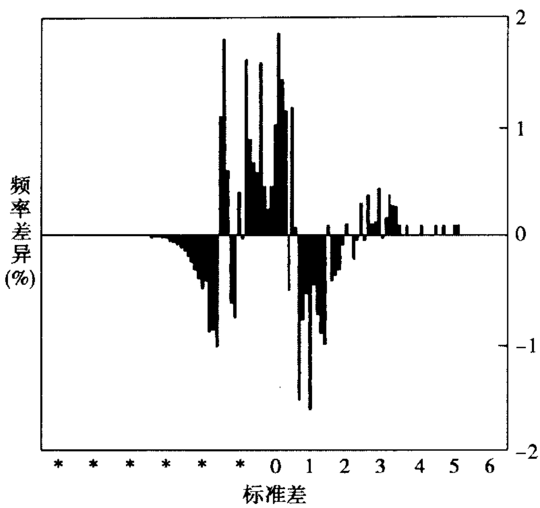
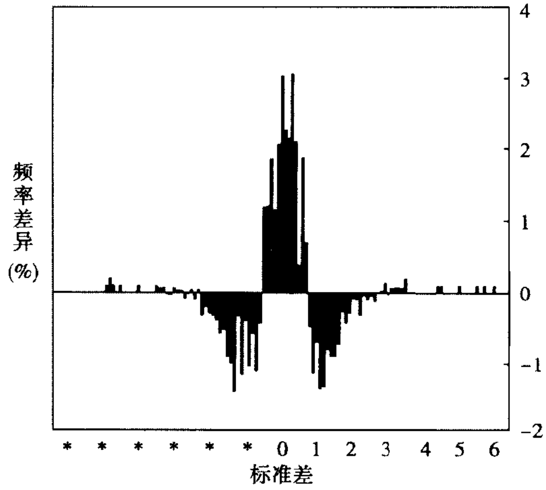


图 17.3a 麦凯－格拉斯等式：无噪声——正态的



256

图 17.3b 麦凯－格拉斯等式：观测噪声——正态的

在图 6.7 里所显示的麦凯－格拉斯等式中，我采用等式（6.4），并给算出的值加上 10。这个变化是必须的，因为等式（6.4）出现负值，而你无法对负数取对数。加上 10 的结果是，将所有的值移动到正数域。所加噪声是白色的高斯噪声，作为结果，噪声对于变化的影响，在系统的底部比在峰部要大，因此就有较长的负尾。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

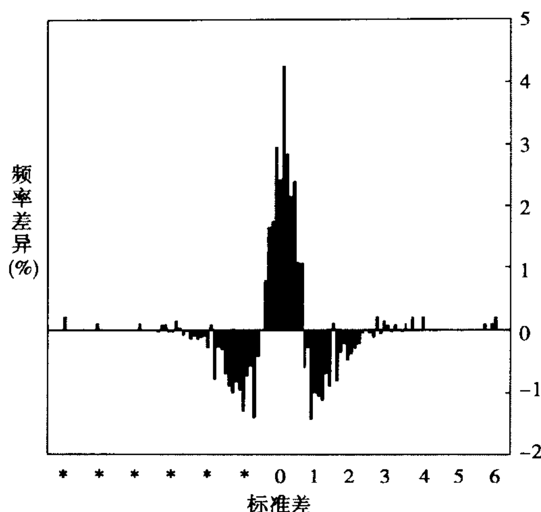


图 17.3c 麦凯－格拉斯等式：系统噪声——正态的

257 对于系统噪声来说，变化就不同。负尾是相当长的，几乎与正尾一样长。对于资本市场分布的系统噪声频率分布的相似性，我们已在第 2 章里看到了，它是令人着迷的。事实上，这是第一个具有这个特征的模拟序列，而不是 ARCH 或其衍生物。

17.2 易变性期限结构

在第 2 章里，我们看到了股票债券和通货市场的易变性期限结构。易变性的期限结构是对于不同时间起点收益的标准差。假如市场收益由正态分布所决定，那么，易变性会随着时间的平方根而增加，那就是，5 日收益会有一个标准差等价物，即逐日收益的标准差乘以 5 的平方根。然而，我们发现股票、债券，以及通货，所有的易变性期限结构均以较快于时间平方根的速度增加，这与无限方差分布和分形布朗运动（FBM）一致。对于纯粹的 FBM 过程来说，这样的规模变化会永远增加。我们发现通货所显示的规模变化没有限度，而美国股票和债券市场被限定在大约 4 年的时间里；那就是，10 年收益实际上与 4 年收益有相同的标准差。对于这一限定性的行为没有给出任何解释，可是 4 年的限度明显的相似于由 R/S 分析所发现的 4 年循环。这可能是正确的吗？

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

258

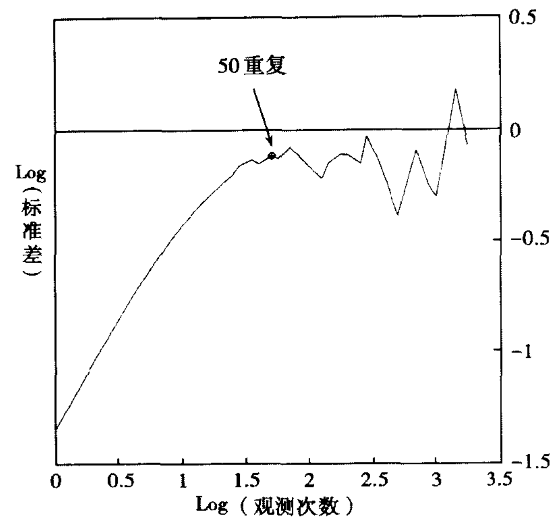


图 17.4a 麦凯－格拉斯等式：易变性的期限结构

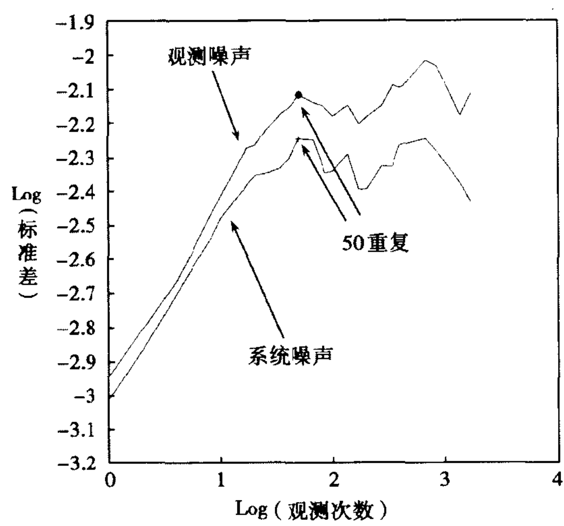


图 17.4b 具有噪声的麦凯－格拉斯等式：易变性的期限结构

概念上讲，这是正确的。在混沌系统里，吸引子是有界集。在系统行进了一个循环之后，变化将停止增长。当然，用不着大惊小怪，我们发现混沌系统也有有界的易变性期限结构。事实上，有界的易变性期限结构，也许是检验非周期循环存在的另一种方法。

图 17.4a 表明，反映了具有 50 个重复滞后的麦凯－格拉斯等式的易

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

变性期限结构。规模变化恰巧先于 50 个重复之前停止。图 17.4b 表明了对于具有观测性噪声和附加的系统噪声的麦凯－格拉斯的易变性期限结构的循环。这些是本书一直使用的同一的附加噪声时间序列。针对于 $H=0.92$的无噪声版本，它们都具有大约 $H=0.70$。具有附加噪声的序列甚至比无噪声的麦凯－格拉斯吸引子更有说服力。在两个标绘图里出现的陡峰，毫无疑问，在 $n=50$ 个重复时，发生了系统的平均非周期循环。

259 我曾对 Lorenz 和 Rosseler 吸引子作过相似的分析。我鼓励读者自己做个分析，使用由附录 2 所提供的最终程序或由他们自己制作的程序。这些混沌系统的易变性期限结构，显示出了一个第 2 章里提供的对于股票和债券市场惊人的相似标绘图。通货没有这个有界的性质——进一步的证据是，通货不是混沌的，而是一个分形噪声过程。这并不意味着通货没有运行，它们显然运行了，可是这些运行不存在任何平均长度。而通货的王牌会随机地出现。在美国的股票和债券市场里，王牌有一个 4 年时间的平均显露频率。

17.3 增时序的标准差与均值

在第 14 章里，我们考察了美国股票市场的增时序（Sequential）标准差和均值，而且同来自于柯西分布的时间序列进行了比较。我们这么做，我们看到了在一个时间序列上的无限方差和均值的影响。增时序标准差是我们一次加一个观测值的时间序列的标准差。假如序列来自于高斯随机游走，那么，我们拥有的观测值越多，增时序标准差就越倾向于总体标准差。同样假如均值是稳定和有限的，样本均值将最终收敛到总体均值。对于道·琼斯工业股票文件夹，我们发现缺乏大约100 年以后的数据收敛的证据。这意味着可能在比较短的周期过程比有限方差分布更相似于无限方差分布。增时序均值收敛的越迅速，看上去就越稳定。当然，分形分布就被无限与不稳定方差和有限与稳定的均值很好地描述。研究完道·琼斯，我们似乎发现了所耀求的特征。

研究混沌系统的增时序统计学将是有趣的。它们也具有无限方差和有限均值？当加进噪声时，它们展示了胖尾分布，但是，那不足以说明我们已做的市场分析。

没有噪声，麦凯－格拉斯等式显示出具有不稳定均值和方差的持续性。带有噪声，包括观测性和系统的噪声，系统比较接近市场序列，但它们不同一。在这种研究下，正如第 15 章，所有的序列都被 0 均值与 1 标准差标准化了。每个序列的最终值，将总有零均值。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

图 17.5a 表明无噪声麦凯－格拉斯等式的 1000 个重复的增时序标准差。系统是不稳定的，它随着标准差里的离散跳跃稳定下降——与第 15 章里所研究的柯西与道·琼斯序列非常相似。图 17.5b 和 17.5c 各自显示出，观测性与系统性噪声的相似分析。噪声的相加使跳跃变小，不过，在两种情况下，跳跃仍然保留。从这些图里，我们能得出麦凯－格拉斯等式没有稳定方差的结论。 260

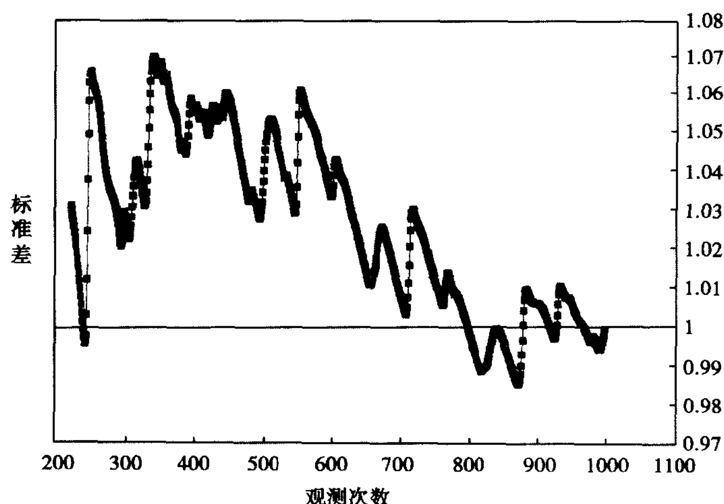


图 17.5a　麦凯－格拉斯等式：增时序标准差

261

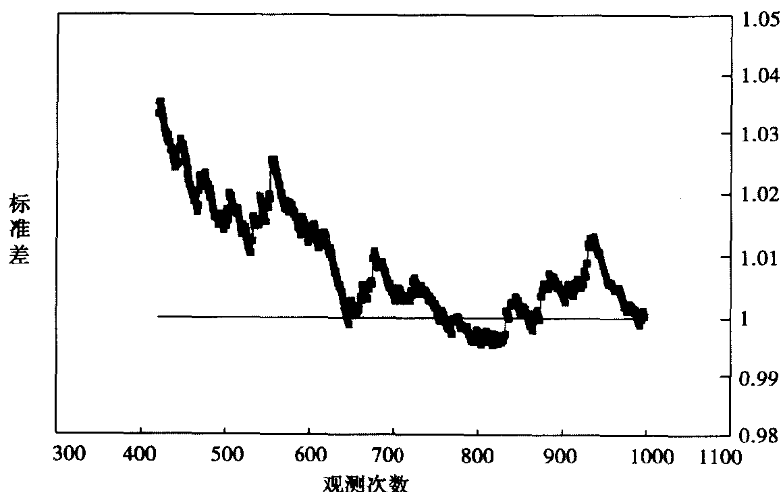


图 17.5b　具有观测噪声的麦凯－格拉斯等式：增时序标准差

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

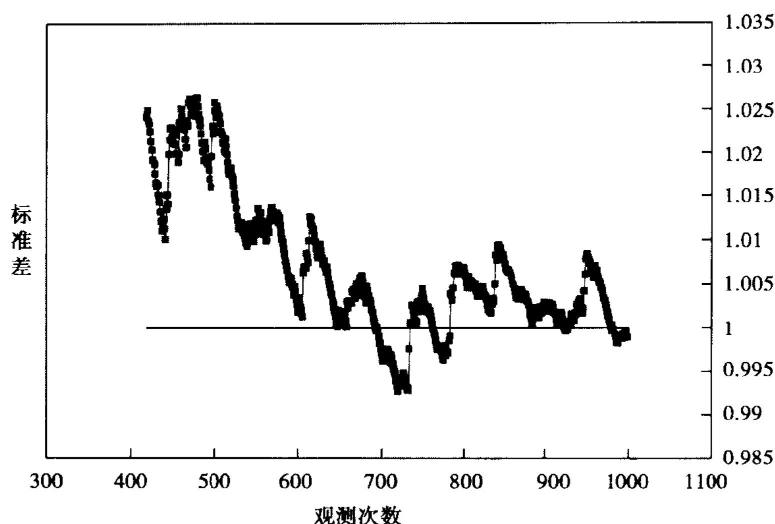


图 17.5c 具有系统噪声的麦凯－格拉斯等式：增时序标准差

图 17.6a 显示，对于观测性噪声序列以及无噪声序列的增时序均值。噪声的相加，影响了增时序均值的更接近于零的移动。没有哪个序列像 14 章中的道·琼斯和随机序列如此稳定，尽管观察性噪声序列是相似的，并仅以0.02的标准差偏离均值。图17.6b用具有系统噪声的麦凯－格拉

262

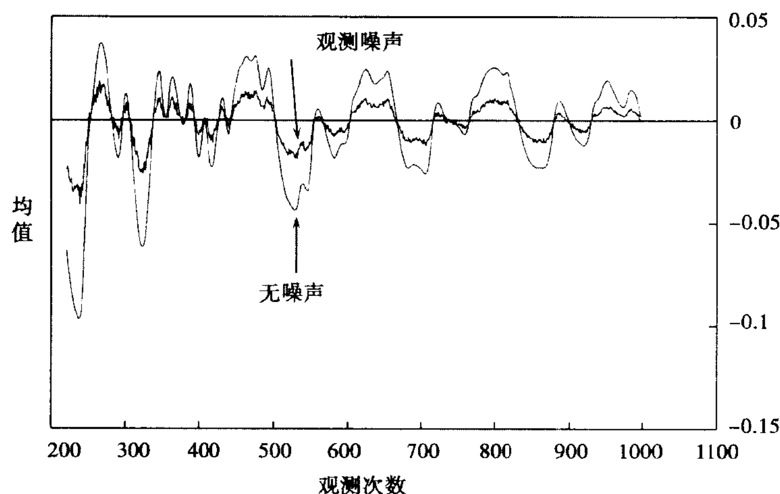


图 17.6a 麦凯－格拉斯等式：增时序均值

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

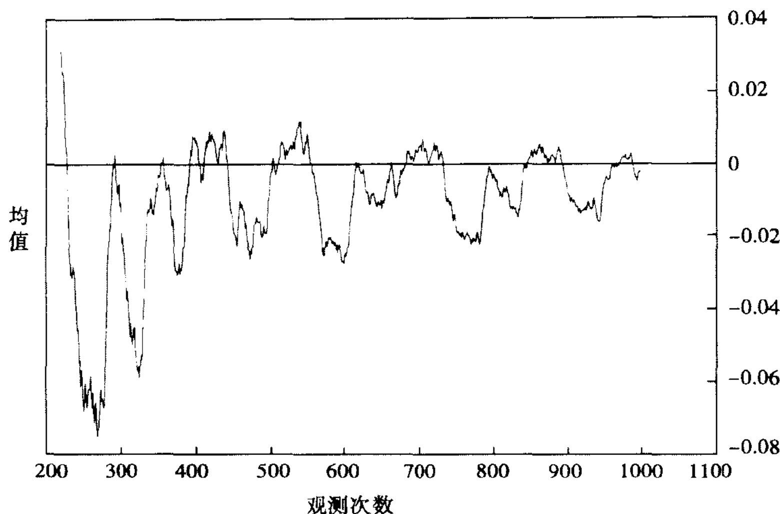


图 17.6b　具有系统噪声的麦凯-格拉斯等式：增时序均值

斯等式图示了增时序均值。这使人又一次感到，似乎存在一个稳定的总体均值，尽管有一个系统偏差。我们可以实验性地得出麦凯-格拉斯等式没有稳定均值的结论，但是观察性噪声能给予某种稳定均值的样子。

当我对 Lorenz 和 Rosseler 吸引子实施这一分析时，我得出的结果是可比较的。尽管是实验性推导，混沌吸引子对于市场时间序列呈现出相似性，这样一来，它们就具有不稳定方差。如同市场时间序列，混沌吸引子也有不稳定均值；不过，正是因为有了噪声，系统才能像一个市场时间序列。长期市场时间序列有可能相似于混沌时间序列。

17.4　测　量　α

263

资本市场序列的第二个特征，是一个从 0.50～1.00 之间的赫斯特指数。正如被预期的，如同洛伦茨吸引子和麦凯-格拉斯等式那样的纯粹的混沌流，可能存在接近但小于 1 的赫斯特指数，这归因于非周期循环要素。什么是在系统的赫斯特指数上噪声的影响？

17.4.1　图解方法

运用第 15 章里的图解方法，对于具有观察噪声的系统，α 其值可近

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

似到 1.57，正如图 17.7 所示。这给出了 $H=0.64$ 的近似值，并且表示出了正负尾部。

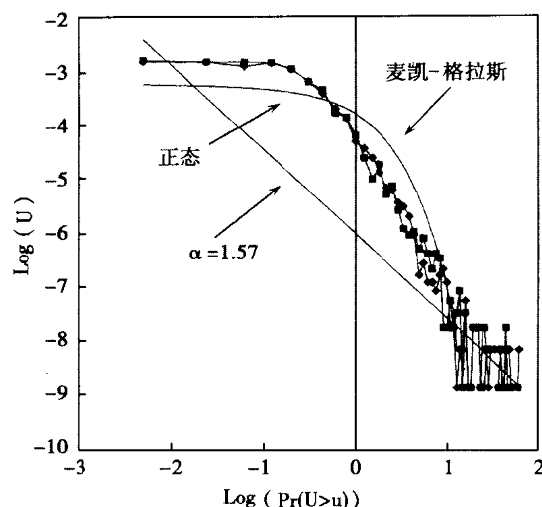


图 17.7　具有系统噪声的麦凯－格拉斯等式：估计阿尔法图解方法

264

17.4.2　*R/S* 分析

当我们对于系统运行 *R/S* 分析时，它给出 $H=0.72$，这是一个实质性的略高于图解方法的值，两个值明显地区别于高斯规范，并且，它们彼此显著不同。这里就存在着主要的差异。

17.5　噪声混沌的似然

对于我们的观察，噪声混沌的假说，是依据于这样一个理念，那就是，因为我们在测量系统上有这么多的麻烦，一直到噪声的两个标准差，仍不足以产生赫斯特指数，像我们在第 9 章里看到的那样。我发现并非如此（尽管其他的可能不是这样）。我们已经看到了具有迅速落至 0.70 的赫斯特指数的系统——魏尔斯特拉斯函数，在等式 6.2 里陈述过。魏尔斯特拉斯函数，是运行于在自仿射方式里发生规模变化的多重频率的多重系统的添加物。在分形市场假说里，每一个投资起点都有它自己的动态系统，并被加到一个较长期的非线性动态系统里。这样的系统，在每个投资起

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

点，都可能会存在动态性。因为，在每个起点，频率分布是相似的。我们能够假设，同样的动态性在运行，尽管在每个投资起点，是重要的参数在变化。在不同频率的许多持续性过程的添加物，是松弛过程的镜像。这些是在粉红噪声结构里假设过了的。黑色噪声可能也是无数个持续过程在不同频率的结果，以某种方式加到一起，并相似于魏尔斯特拉斯函数。这将与分形市场假说完全一致。

最后，我们能够看到，为什么 Hurst（和我们）已经看到了那么多的具有接近 0.70 的赫斯特指数过程。当观测性和系统性噪声显现时，具有添加噪声的动态系统将迅速滴落在 0.70。因为，在所有实际系统中，噪声两种类型的某种结合是可能测度的。趋近于 0.70 的赫斯特指数，是很普通的。Hurst 自己的数据显示的就是这么一种情况，所以我们能够假设噪声混沌是普通现象。赫斯特指数越是不普通，它比 0.70 就越小。不过，在逐日频率中，0.60 或更小的赫斯特指数值，是相当普通的，如果，对于"噪声"必须选择一种解释的话。

17.6 轨道循环

265

还有一个我们早已测度过的最后特性，即循环长度。前几章里，我们已测过了赫斯特指数是如何揭示周期与非周期性循环的。这时，该我们考察涉及动态系统特殊性质了。

首先，我们考察洛伦茨吸引子：

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= -\sigma * X + \sigma * Y \\ \frac{dY}{dt} &= -X * Z + r * X - Y \\ \frac{dZ}{dt} &= X * Y - b * Z \end{aligned} \qquad (17.1)$$

这里，$\sigma = 10$，$b = 8/3$，$r = 28$。

这些参数被广泛地应用于混沌领域的模型。洛伦茨吸引子的循环没有显示解；然而，它能通过运用称作庞加莱截面方法，它已经被估计为近似于 0.50 的刻度。尽管庞佳莱截面对于被模拟的数据是有用的，但对于处理实验性数据，它缺少可靠性。在分析里，我们使用了 X 轴 100 个刻度

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

(Second)，并在每 0.10 个刻度取样。图 17.8 (a) 显示了 log/log 标绘图，图 17.8 (b) 显示了 V 统计标绘图。log/log 标绘图里的弯曲和 V 统计图里的陡峰态与 0.5~0.7 刻度之间的轨道循环一致。这个估计与来自于庞佳莱截面的估计一致。

266

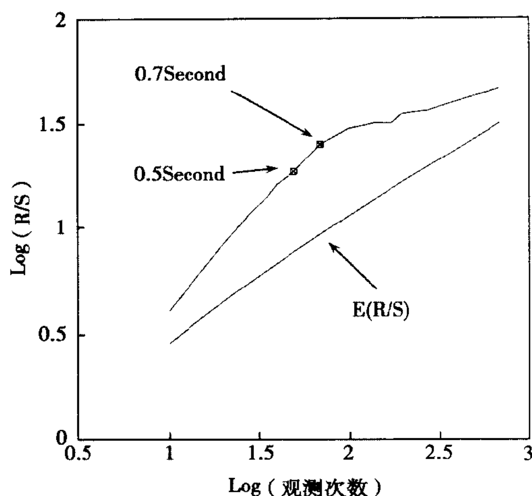


图 17.8a 洛伦茨吸引子，*R/S* 分析

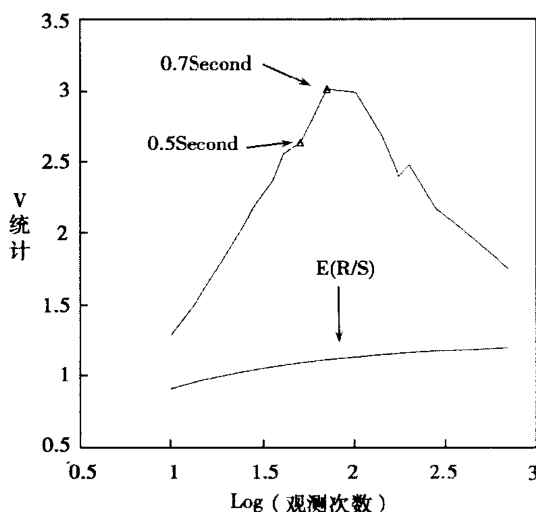


图 17.8b 洛伦茨吸引子，*V* 统计



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

并且，正如我们在第 6 章里看到的，就噪声而言，它是非常稳健的。

在第 6 章里，我们看到，对于麦凯－格拉斯等式变换循环长度的结果是接近那一点的标绘图的断裂。图 17.9 显示，V 统计对于观测性噪声各种水平的标绘。R/S 又一次显示出，对于噪声来说，它是非常稳健的。 267

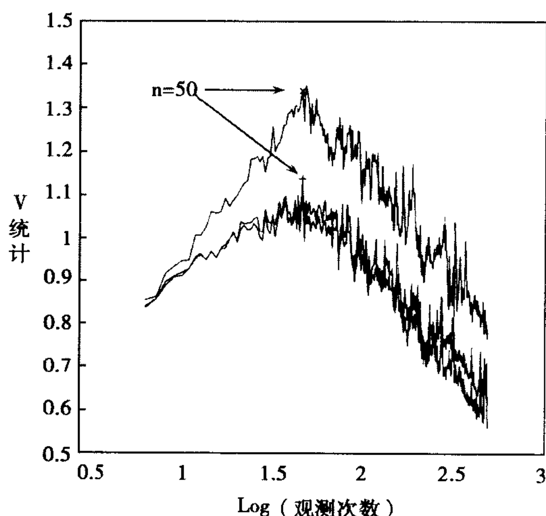


图 17.9 具有观测噪声的麦凯－格拉斯等式：V 统计

再一次令人吃惊的是，这些标绘图与资本市场的那些标绘图如此地相似。在第 6 章里，我们谈到，采用多样化取样并重复 R/S 分析过程，会导致与早期高频分析所一致的一个循环。在图 17.10a 里，我们抽取的 100 滞后麦凯－格拉斯数据。这个结果应该是一个大约 33 个观测值的循 268
环，而且实际的结果是高度一致。图 17.10b 运用了一个附加的噪声标准差重复分析。结果是相同的。

17.7 自相似性

噪声混沌有一个与市场数据一致的最终的特征：它的频率分布是自相似性的。对规模变化做调整之后，他们更具相似的形状。图 17.11 显示了无噪声的麦凯－格拉斯数据，曾用于图 17.1。当然，在这种情况下，抽样已由每三个观测值所定，亦如用于图 17.10a 里的数据。形状依然像我们早期所见的貌似“对数正态”的形状。图 17.12 表现了具有添加的观察性噪声的麦凯－格拉斯等式，曾用于图17.2。再者，每隔三个观测值抽

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

取了样本，所以频率分布对于较长的时间序列实际上是同一的。我们能够看到噪声混沌有许多我们发现称心如意的性质。事实上，在真实的系统里
273 分形噪声和噪声混沌有可能是同一个东西。当然，确定性元素只是在非常

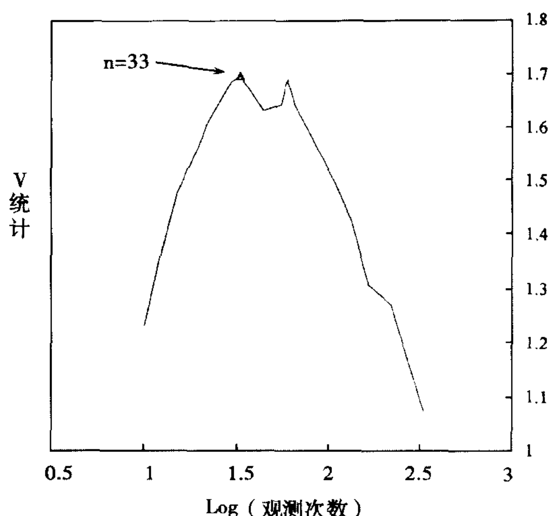


图 17.10a　麦凯－格拉斯等式：V 统计

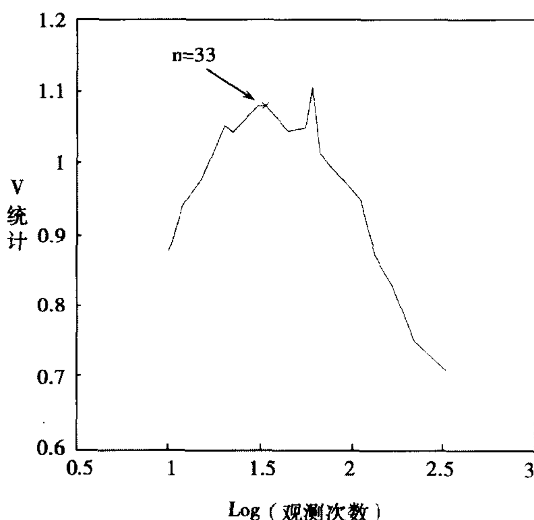


图 17.10b　具有噪声的麦凯－格拉斯等式，每三个区间抽样：V 统计

长的频率里出现。在比较短的区间，随机性元素占统治地位。在下一节，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

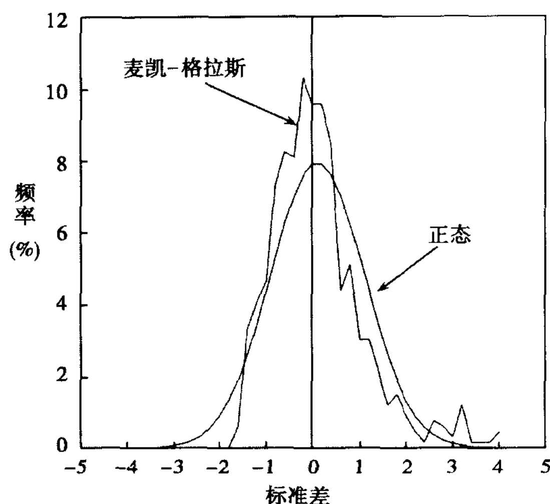


图 17.11 麦凯－格拉斯等式，每三个间隔抽样一次；无噪声

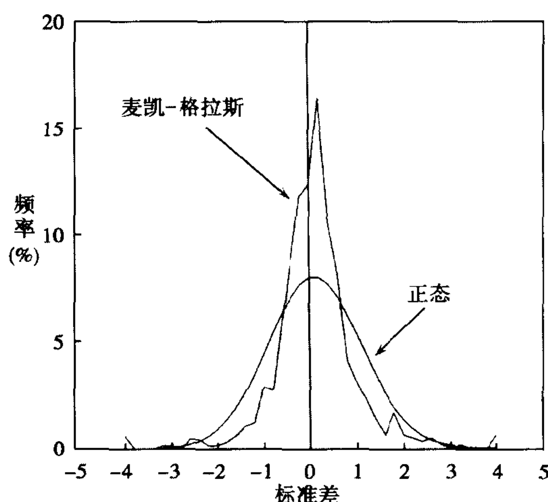


图 17.12 麦凯－格拉斯等式，每三个间隔抽样一次；观测噪声

我将试图协调这两个看起来对立的概念，以及分布的 ARCH 家族的概念并将它们联合成为一个共同体。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

17.8 一个建议：联合 GARCH、FBM 以及混沌

这个结论并不是从数学上推导出来的，但我们能明白什么是必需的。在短周期里，我们需要持续赫斯特指数与自相似频率分布。在长周期里，我们需要持续赫斯特指数、长期有限记忆和非周期循环。重要的是记住短循环并没有从我们已做的研究里呈现出稳定。仅仅是长循环对于所有的已研究的时间周期是牢固和稳定的。

对于那些观念上的结果，我想对股票与债券市场提如下建议。在短期里，市场由交易过程所统治，它们是分形噪声过程。从局部上讲它们是过程的 ARCH 家族成员，并被条件方差所特征化了；即，各个投资起点，是被它自己可测度的具有有限条件方差的 ARCH 过程所特征化了。这个有限条件方差，只可以用做评价那个投资起点的风险。而从总体上来说，这个过程是一个具有无限方差的稳定列维（分形的）分布。当投资起点增加时，它近似于无限方差行为。

在很长的周期里（长于 4 年的美国股票、债券市场），市场由确定性非线性系统或确定性混沌所特征化。无周期循环从它们当中各种各样独立的资本市场因缘而起，也从各色独立的经济中而产生。市场基本上由不联系基础经济波动的交易者所统治，即便是在长期的情况下，也不会被确定性混沌所特征化。相反，它们将被局部 ARCH 影响所统治，并且总体上是稳定列维特征。

运用这种方法，我们可以协调已被独立地发现并产生了显著结果的各种方法：ARCH，稳定列维（分形的），以及长期确定性混沌。各个过程的贡献依赖于投资起点。短期交易被局部的 ARCH 与整体分形所统治。长期交易系于基础信息与确定的非线性特点。这样，被应用于建模和建立策略的信息集极大地依赖投资起点。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

理 解 市 场

本书有两个目的，第一，我计划把它作为一个引导我们应用 R/S 理论分析资本市场，经济及其他时间序列数据的指南。R/S 分析已经存在了 40 多年了。除了它的稳健性和通用性之外，R/S 分析在很大程度上仍不为人知。伴随着其他在传统上已发展的工具以及混沌分析，它在任何分析者的工具包里都会占有一席之地。

我第二个目的集中在，围绕对于综合不同的模型为一连贯整体而勾勒一个一般的假说。这个假说应该被认为与实验性事实一致，尽可能少的利用假设。我把我的模型称作分形市场假说（FMH）。我认为这种猜想是在阐明市场整体结构方面的第一次划分。不容置疑，FMH 将在时间上被修改和完善，假如 FMH 由投资机构详尽的研究而独领风骚。我运用了许多不同方法去检验 FMH；一个显著的工具就是 R/S 分析，联合其他技术使用。

真实世界的美景开始浮现。殊途同归，R/S 分析与分形市场假说在分形市场分析的引导之下走到我们面前。它们基本上由分形市场分析领头。分形市场分析使用的是自相似概率分布，它被称作稳定列维分布，和 R/S 分析一道，用来研究并给市场长期行为归类。

我们已学到了许多东西，但仍有很多有待发掘的东西。我确信，市场有分形结构。就像研究任何其他一种空间（Spatial）的和时间（Temporal）的分形，我们对这个结构靠的越近，发现的细节就越多。正当我们开始解释某些疑难时，新的未知开始显现。我们面临着这种自古以来就有的情形：知之越多，我们就越知道我们的无知。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

272

18.1 信息与投资起点

我们讨论了信息对于投资行为的影响。传统理论认为，信息是个很普通的东西。或多或少，它是一个能影响显见的证券价值的东西。投资者也是普通的。基本上来说，投资者就是，任何由于有效信息而想买卖或持有证券的人。投资者也被认做是理性的人——一些总想使其收益最大并知道如何评价当前信息的人们。这个积聚的市场是这个原始模型的理性投资者的等价物，所以，市场能立即评价信息。这种普通的办法，信息与投资者都是普通情形，而且还暗示，信息的所有形式对于投资者的影响相等。这正是它的失败之处。

市场由许多具有不同投资起点的个体投资者组成。日交易者的行为完全不同于偿付基金。前一种情形的投资起点是以分来计算的；而后一种是以年来计算。

信息对于不同投资起点有不同的影响。日交易者的基本行为是交易。交易典型地与大众行为和伴随短期倾向阅读相联系。日交易者与技术性信息的联系更多些，这就是为什么技术人员说的“市场有它自己的语言”。这些技术人员可能还会说，基础信息意思不大。大多数技术人员具有短期投资起点，而且，在他们的时间范围之内，基础信息的确价值不大。这么看来，他们是正确的。技术倾向性对于短期投资起点是最有价值的。

大部分基础信息的分析家与同样也在市场工作的经济学家们，都有长期投资起点。他们更倾向于处理经济循环。基础分析家们则乐意认为技术倾向是图解的，并且对于长期投资者一无益处。只有通过估价才能收到真正的投资收益。

在这种构架中，技术与基础二者对于它们的特定的投资起点都是正确的，因为，信息的影响大部分依赖各个单独的投资起点。

18.2 稳　定　性

市场的稳定性在很大程度上是个流动性的问题。当市场由许多具有不
273 同投资起点的投资者组成时，流动性有效。这样，假如一条信息流传，并因此而引起短期投资起点价格的暴跌，那么，长期投资者就会步入其中并买进，这是因为，他们并不看重这条消息。然而，当市场失去这一结构，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

所有的投资者都具有相同的投资起点时，因为没有流动性，市场开始变得不稳定了。流动性与交易量不同。相反，它是供给与需求的平衡。长期投资者的损失导致市场依赖相同信息集进行交易，那是初级的技术性，或大众行为现象。典型的是，当市场起点成为短期，那就是，当一个事件（通常是政治性的）发生时，它使当前长期信息集变得不可靠，或感觉无用。长期投资者或者停止，或者转为短期投资者并也开始以技术性信息为准而进行交易。

市场稳定性存在于参加者的形形色色的投资起点。稳定的市场，就是一个具有不同投资起点的投资者同时在此进行着交易。市场稳定是因为，不同的投资起点对于信息流的评价不同，并且，假如在其他任一投资起点发生崩塌或萧条时，证明其流动性。

18.3 风　　险

每一个投资起点都像一棵树的一个分支。任何一枝的直径都是一个具有有限方差的随机函数。不过，把各个分叉放到一整棵树中去进行比较时，它就是具有未知方差的整体结构的一部分，因为各个树的维数都不相同。它依赖于许多变量，诸如它的种类与大小。

每一个投资起点也都是一个具有有限方差的随机函数，它依赖于前一个方差。因为在每一投资起点的风险相同，收益的频率分布形状就相同，只要调整因规模变化进行。总括的说，市场的整体统计结构具有无限方差；长期方差不会收敛到一个稳定的值。

整体统计结构都是分形的，因为它有一个自相似结构，而且，它的特征指数，α（它也是分形维的）是分形的，由 0～2 变化。一个被正态分布所特征化了的随机游走，是自相似的。但它不是分形的；它的分形维是一个整数：$\alpha = 2.0$。

这些分形分布的形状如与正态分布相比，是高陡峰且胖尾的。出现胖尾是由于出现大事件并在过程中放大。这一相同的过程导致了无限方差。即便是在无限的情况下，尾部也不会收敛到 $y = 0.0$ 的渐进线。除此之外，当大事件发生时，他们倾向断裂和不连续性。这样分形分布也有另外一个分形特征：不连续性。“灾变”倾向，已由 Mandelbrot（1972）称之为诺亚效应，或更技术些，称为无限方差伴随式。在市场里，胖尾是由碰撞和恐慌造成的，这些倾向于断裂和不连续性，正如模型所预测的。 274

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

18.4 长期记忆

在传统时间系列分析的理想世界里，所有系统都是随机游走或可被转换成随机游走。所以，“无理由的至高法则（Supreme Law of Unreason）”能够被运用，答案能够被发现。以这种方式将秩序强加于无序，而且，自然的系统能够被减少到几个可解的方程和一个基本的频率分布——正态分布。

真实的生活并不简单。尘世的产物是复杂的并且不能被几个简单的特征所分类。在资本市场，我们发现大部分序列是由长期记忆，或有偏所特征化的；今天的市场活动以偏见影响非常长的将来。这个约瑟效应能对传统的时间序列分析导致一系列问题；例如，如果可能，过滤掉约瑟效应，但这是非常困难的。对于消除序列相关最通用的方法的 AR（1）来说，它残差无法去掉长期记忆的影响。长期记忆导致倾向和循环的出现。这些循环可能是假的，因为它们仅仅是长期记忆效果和在市场偏移里偶然变化的函数。

通过 R/S 分析表明，这个长期记忆效果存在而且是一个黑噪声过程。导致约瑟效应的噪声颜色，当我们在下文中讨论易变性时就重要了。

18.5 循　　环

长期存在一个猜想：市场具有循环，但从未发现确切的证据。所用的
275 技术是探索规律性与周期的循环——由“真”所创造的那种循环。尘世创造了非周期循环——具有平均周期的循环，但是不精确。运用 R/S 分析，我们可以表明，非周期循环似乎是针对市场的。这些非周期循环可延续好几年，所以，它们可能是长期经济信息序列。我们发现，相似的非周期循环由于非线性动态系统或是确定性混沌存在。

我们不曾发现对于短期非周期循环的有力证据。大多数较短的技术人员们很欢迎的循环，可能归结于约瑟影响。这些循环没有平均长度，而且，使这些循环产生的有偏可在任何时间上变化——最有可能以突变和不连续的方式变化。

在一些更有趣的发现当中，我们看到通货没有长期循环。这暗示，它们在长期或短期里都是分形噪声过程。另一方面，在短期里，股票与债券

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

是分形噪声（因为自相似频率分布），但在长期里是混沌噪声。

18.6 易 变 性

易变性表现出反持续的性质——频繁的转换，一个粉红噪声过程。但它不是均值转换。均值转换意味着，易变性具有稳定的总体均值，它倾向于长期运行过程。我们看到了不是这种情况的证据。这个证据与理论相符，这是因为，黑色噪声过程的衍生物是粉红噪声。市场收益是黑色噪声，因而，毫不奇怪，易变性（它是股票价格的二阶矩）是粉红噪声。

粉红噪声过程被概率函数所特征化了，这个函数不仅是有无限方差，而且还具有无限均值；即对于过程，没有任何总体均值反转。这对于市场收益是黑噪声的该法，是相当有意义的。假如市场收益具有无限方差，那么股票价格方差的均值就应该是，就它自己而言，是无限的。它是一个大结构的所有部分，而这个大结构对于期权交易者和其他买卖易变性的人来说，意义深远。

18.7 展望更完美的市场理论

本书中所讨论的绝大部分，已尝试同实际处理市场的具有实战经验的传统数量管理的理性方法一致，而有时候我们不能协调二者。这些人们往往就一个理论，被强迫嫁接或移植一个实际经验。当实际与理论不一致 276
时，我们只能接受事实，这时理论断裂了。当理论不存在时，我们的观点与物理学家对“奇点”事件的认可相似。大爆炸就是这样的一个奇点。在大爆炸的精确片刻，物理法则不存在，而且解释不了这种事件。我们被迫去思考，在资本市场理论中作为奇点的市场崩溃问题。它们不是一些有效市场假说扩大化即能认可的周期问题。

混沌理论与分形统计给我们提供了一个能够解释这些奇点的模型。甚至于像崩溃这样的事件被证明是不可预测的，但它们是可预期的。它们不会成为理论上的“局外人”。相反，它们是系统的一部分。在许多方面，它们是我们付给资本市场的价值。在我较早的书里，我注意到，假如市场要生存，那么市场需要远离均衡。我所想要说的是，资本经营者系统（或是资本市场，或是全面经济）必须动态性进化，随机事件必将发生，以便激励它的创新。假如我们很精确地知道什么将会到来，我们将停止实验，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

我们将停止学习，我们将停止创新。因此，我们必须有循环。循环意味着，总存在着一个上周期与一个下周期。

探索者研究异常现象，已变得越来越普通了，或像一个无效口袋（没完没了）。利润几乎可以在无风险的情况下获得。一旦它们变为常识性的，大市场将套利掉这样的不规则。FMH不这样认为，它发现没几个无效口袋能获利的。相反，它说，因为信息是在各种各样的频率下被不同地处理，在所有的投资起点都将有倾向与循环。某些将是随机的，某些将是非线性确定的。在这两种情况里，倾向的精确结构是变化了的时间。它是可预测的，但它又永远不会是完美的预测，而且这正是它能保持市场稳定的原因。混沌理论和分形统计提供给我们一个新方法，去理解市场和经济功能如何发生作用。没有任何东西可以保证我们能够更容易地赚钱。但是，我们最好能够发展一个策略，并进而评价游戏的风险。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

附录 1

混　沌　游　戏 277

这个附录提供了一个在第 1 章中所刻画的使用混沌游戏算子而产生的谢平尔斯基三角形的 BASIC 程序，在我的早期著作里，我提供了很多 BASIC 程序，但是近来收到程序不能运行的抱怨。问题是对于 PC 机有许多不同的 BASIC 形式。这个版本叫做 BASICA，是由微软的 DOS 软件支持使用的。基于说明的目的我仍然使用这个语言。假如你使用不同的 BASIC 版本，这个程序必能被采用。

幸运的是，这个程序太短了。考虑复杂的结果图像何以至此，这是更值得注意的，并且方便的显示了随机性和确定性如何共存。这里使用的显示屏是 640×200 的像素版式。这个程序最初要求 X 和 Y 坐标为出发形式。你可以输入任何一个你喜欢的数。算子迅速的收敛于谢平尔斯基三角形。因为程序不标绘前 50 个点（它们被考虑是短时的过渡），图像最终将产生。改变初始坐标，不考虑在这里被标绘的点的随机命令，你将看到同样的图像作为结果，还会产生。这个程序的较慢的 PC 机上将给人以更深刻的印象，在这里你能看到逐步完整的图像。

对于三角形三个角的坐标在 (X, Y) 符号里是 (320，1)、(1，200) 和 (640，200)。阅读初始点之后，程序产生一个随机数 r，在 0～1 之间。我们使用这个随机数而不是在第 1 章里所描述的筛子。假如 $r<0.34$，它从它的当前位置三角形的顶点（320，1）走一半。假如 $0.33<R<0.67$，它走到左下角（1，200）一半。假如 $0.68<r<1.00$，它走到右下角 278 （640，200）的一半。在每种情况下，它标绘点，产生另一个随机数，进而周而复始。程序被写定为 5 万个重复。使用者可自行增减。然而，我发

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

现多于 5 万个重复添满的三角形归于解的缺乏，而少于 5 万则导致某种不完整的图像。

```
10 Screen2 @640×200 pixel screen@
20 Cls: key off
30 Print "Input x and y co-ordinates: "
40 Print "Input x: " : Input x
50 Print "Input y: " : Input y
60 cls
70 For i=1 to 50 000        @number of plotted points@
80 r=rnd (i)                @generate random number@
90 If r<0.34 then x=x (x+320) /2 else if r<0.67 then
     x= (x+1) /2 else x= (x+640) /2
100 If r<0.34 then y= (y+1) /2 else y= (y+200) /2
110 if i<50 goto 130        @skip plotting first 50 points@
120 pset (x, y)             @plot point@
130 next i
140 end
```

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

附录2

GAUSS程序 279

在《资本市场的混沌与秩序》一书中，我提供了很多BASIC程序以使读者能够就相关维和李亚普诺夫指数的计算进行实验。我惊奇的发现，一些读者认定我最主要的研究是在BASIC里，基于某种原因，这降低了我的信誉。在我不认为使用BASIC会出现什么错误时，我就更复杂的数据处理使用了其他语言。我目前的选择是一个叫做GAUSS的语言，由西雅图，华盛顿的APTECH系统所生产。GAUSS是一个高维数程序语言，在这里，我发现了处理大量数据文件的高效率。在《资本市场的混沌与秩序》一书中，我没有提供计算重标极差的程序，因为我没有感觉到那个BASIC版本能够非常有效率，而且我不能确保GAUSS在审核那本书时，在多大范围能够使用。由于这本书设计的更技术性一些，所以，在这里它更适合于提供我的GAUSS程序。

程序都用它们最基本的格式。使用者将要通过他们自己应用这些程序而习惯它们。这个附录提供了计算 R/S，$E(R/S)$，增时序标准差和均值，以及易变性的期限结构的程序。我特别的采用这些程序的结果并作为图形的和直接的操作输入到一个电子表格上。基于从操作中得到的即时反馈，我愿意使用电子表格。再者，使用者如何决定使用结果，纯粹是一个个人的偏好问题。

计算重标极差 280

R/S 分析程序既可以从GAUSS数据文件中读取，又可以输入ASCII文件。它分割数据集为用于初始点和终点的偶数（光滑）增量，正如第4

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

章中所介绍的。因而，你应该选择具有最大因子的数据的长度。假如你输入了 499 个观测值，你将得不到任何结果。当前形式下的这个程序采用了原始数据文件(即价格的)，并且首先计算对数差分。它进而做一个AR(1)分析并取残差。AR(1)的残差数据序列是针对于程序的 *R/S* 分析部分而通过的。这样，输入文件将有比你希望在 *R/S* 分析部分通过的数据多两个数据。假如你希望分析 I=500 的观测值，你需要输入 502 个价格。

对于AR(1)的残差，程序输出log(*R/S*)和 log(I)并放置它们在一个叫做 dlyar1.asc 的 ASCII 文件中。ASCII 文件能够被再命名，并且对于你运行的图形和回归的任何软件包，可以作为输入来使用。*V* 统计是由这个输出文件来计算的。正如我所说的，我愿意在电子表格上运作。

输入文件既可以是 GAUSS 数据集也可以是 ASCII 文件。在这里被命名的 GAUSS 数据集是被用来贯穿本书的长期的逐日道·琼斯工业股票序列。对于其他来源的较短的闻件，我使用 ASCII 格式。ASCII 输入文件称之为 prices.prn。

```
@This opening section (which has been REM'd out) reads a
    GAUSS dataset.@
@Open ex=dja1.dat;
p=seekr (ex, 1);
sret=readr (ex, 27 002);
datr=sret [., 1]; @

@This section reads an ASCII file as input@
load sret [] =prices.prn;
datx=sret [., 1];
datr=datx;

@calculate number of observations to the lower 100+2@
obv= (int((rows (datr) -1) /100) *100) +2;

@Calculate the log returns@
datn= (ln (datr[2:obv]./datr[1:obv-1]))
obv=obv-1;
```



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net


```
@Take AR (1) residuals@
yi=datn [2: obv]; xi=datn [1: obv-1]; xi2=xi^2;
ybar=meanc (yi); xbar=meanc (xi);
xy=yi.*xi; sxx=obv*sumc (xi2) - (sumc (xi))^2;
sxy=obv* (sumc (xy)) -sumc (xi) *sumc (yi);
slope=sxy/sxx; const=ybar-slope*xbar;
datx=datn [2: obv] - (const+slope*datn [1: obv-1]);
clear datn; obv=rows (datx);

@Calculate R/s@
I=9; @Starting value of number of observations for R/S calculation@

do whilei<obv-1;
i=i+1; n=floor (obv/i); num= (obv/i);
ifn < num; goto repeat: endif; @This section checks whether we
    have an even increment of time. If not, we skip to the next i.@
x1=reshape (datx', n, i)'; @time series is reformatted
      into n×i matrix, to calculate R/S for periods of
      length i.@
mu=meanc (x1)'; x1=x1-mu; @sample mean is calculated
      and subtracted@
sig=stdc (x1);                  @sample standard deviations@
sum=cumsumc (x1);               @cumulative deviations from mean@
max=maxc (sum); min=minc (sum); @maximum and minimum
                                     deviations from mean@
r=max-min;                      @range calculation@
rs=r./sig;                      @rescaled range@
a=log (meanc (rs)); b=log (i); @log of the average R/S value,
                                  and number of observations, i@

@Print to File@
printdos "\27 [=6h";
c=a~b;
output file=dlyar1.asc on;
print c;

repeat: endo;
```

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

计算$E(R/S)$

这个程序计算了作为高斯增量的 R/S 的期望值，使用了第 5 章中介绍的方法。在开始时，对几个观测值有一个初始值 n，以及一个终止值 e。就像计算 R/S 程序，这个程序计算所有的在 n 与 e 之间的光滑增量的$E(R/S)$。在实践中，我使用实际数据来运行 R/S，并进而对$E(R/S)$运行这个程序，变 e 为用于R/S 分析的观测值总数，然后，给出其等价值。这个能够被修改的，在表 A2.1 中（见附录后）的代表值也是由这个程序而计算出来的。

结果是一个叫做 ern.asc 的 ASCII 文件。它包括两部分，$E(R/S)$和观测值的数目 n。尽管程序能够容易地修改成对数进行运算，但在这里却没有使用对数。在计算中我们使用了等式（5.4），只要 n 是小于 335。在那一点，大部分 PC 机的储存对于伽玛函数不能保持足够的数位，而且程序变换为等式（5.5），该式使用斯特林逼近(Stirling's Approximation)。

```
n=9; e=1000; @beginning and ending observation numbers@

do whilen<e; n=n+1;
i=floor (e/n); num= (e/n); if i<num; goto repeat; endif;

if n<335;
g=gamma (.5* (n-1)) / (gamma (.5*n) *sqrt (pi));
else; g= ((.5*n) ∧ (-.5)) /sqrt (pi);
endif;

r=0; sum=0;
do while r<n-1;
        r=r+1;
        sum=sum+sqrt ((n-r) /r);     @empirical correction@
endo;

ern=g*sum; @calculation of E (R/S) using empirical correction@
output file=ern.asc on;
p=n~ern; print p;

repeat: endo;
```



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

计算增时序标准差和均值

计算增时序标准差和均值的程序仅仅是那个计算重标极差的变差。数据是连续的再计为 $n \times I$ 阶矩阵，但是增量现在是一个长度为 r 的固定的步骤。除了重标极差，只有 σ 和均值被计算了。这个程序仅仅使用了第一部分，它没有贯穿所有的长度 I 的增量作平均。最终，它没有采用 AR (1) 的残差，因为这个残差对此种分析没有必要。其结果是增时序均值和 σ，以及观测数值 x。

```
@open ex=djal.dat; p=seekr (ex, 1); sret=readr (ex, 27 000);
datx=sret [., 1]; obv=rows (datx); @    @GAUSS dataset input
                                              REM'd out@

load sret [] =prices, prn; datx=sret [., 1];
obv=rows [datx];

datr=ln (datx [2: obv] ./datx [1: obv-1]); @log returns@
obv=rows (datr);

r=1; x=19;    @increments of one observation.start with 20
                 observations@
do while x<obv-r;
x=x+r; n=floor (obv/x);
x1=reshape (datr', n, x)'; @reformat data into n by x matrix@
s=x1 [., 1]; v=stdc (s); m=meanc (s); @calculate
sequential sigma and mean@

@print to file@
format 18; output file=seqvar.asc on;
print x~v~m;
endo;
```

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

284 计算易变性的期限结构

正如在增时序均值和标准差的程序里一样，易变性的期限结构使用 R/S 分析程序的主要部分，以 $n \times i$ 矩阵重计数据，它带有 n 的利率的时间框架。在这种情况下，我们以逐日数据开始，作一个 27 002×1 的价格向量，并计算在AR(1)残差里变换的标准差。我们下一步使用 2－天数据，并产生一个 13 502×2 的价格矩阵。第一部分现在保留了每两天的价格。这样，我们计算在第一部分里AR(1)残差的变换的标准差。我们继续做下去直到我们用完所有数据。

在这种条件下，我们又一次使用了AR(1)的残差，因为我们不要较长周期的标准差由于膨胀性增长而有偏。这在较短的区间没有多大区别。

```
@This section reads a GAUSS dataset as input. It has been
    REM'd out@
@open ex = djal.dat;
p = seekr (ex, 1);
sret = readr (ex, 27 002);
datr = sret [., 1]; @

@This section reads an ASCII file as input@
load sret [] = prices.prn;
datx = sret [., 1];
obv = ((int(rows(datx)/100)) * 100) + 2;@set observations to
                                         even100, +2 for AR (1)
                                         calc@
datn = datx [2: obv] ./datx [1: obv]; @Calculate log returns@
obv = rows (datn);
@take AR (1) residuals@
```
285
```
yi = datn [2: obv];
xi = datn [1: obv-1]; xi2 = xi^2;
ybar = meanc (yi); xbar = meanc (xi);
```

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

```
xy=yi. * xi;
sxx=obv * sumc (xi2) - (sumc (xi)) ^2;
sxy=obvI (sumc (xy)) -sumc (xi) * sumc (yi);
slope=sxy/sxx; const=ybar-slope * xbar;
datc=datn [2: obv] - (const+slope * datn [1: obv-1]);
obv=rows (datc);

@cumulate AR (1) residuals@
datx=cumsumc (datc [., 1]) +100;

1=0; x=0;
do while x<= (obv/2);
x=x+1;
num=obv/x; n=floor (obv/x); if n<num; goto repeat; endif;
    @check if x is evenly divisible@

x1=reshape (datx′, n, x); @reshape matrix to desired
                                 investment horizon, "x "@
datn=x1 [., 1];             @use first column of prices only@
datr=1n (datn [2: n] ./datn [1: n-1]); @log return@
s=stdc (datr);              @calculate standard deviation@
@print to file@
format 1, 8;
output file std.asc on;
print x~s;                  @print investment horizon, x, and
                                 standard deviation, s@

repeat: endo;
```




全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A2.1　　R/S 的期望值，高斯随机变量：代表值

N	E (R/S)	log (N)	log (E (R/S))
10	2.8722	1.0000	0.4582
15	3.7518	1.1761	0.5742
20	4.4958	1.3010	0.6528
25	5.1525	1.3979	0.7120
30	5.7469	1.4771	0.7594
35	6.2939	1.5441	0.7989
40	6.8034	1.6021	0.8327
45	7.2822	1.6532	0.8623
50	7.7352	1.6990	0.8885
55	8.1662	1.7404	0.9120
60	8.5781	1.7782	0.9334
65	8.9733	1.8129	0.9530
70	9.3537	1.8451	0.9710
75	9.7207	1.8751	0.9877
80	10.0758	1.9031	1.0033
85	10.4200	1.9294	1.0179
90	10.7542	1.9542	1.0316
95	11.0793	1.9777	1.0445
100	11.3960	2.0000	1.0568
200	16.5798	2.3010	1.2196
300	20.5598	2.4771	1.3130
400	23.8710	2.6021	1.3779
500	26.8327	2.6990	1.4287
600	29.5099	2.7782	1.4700
700	31.9714	2.8451	1.5048
800	34.2624	2.9031	1.5348
900	36.4139	2.9542	1.5613
1000	38.4488	3.0000	1.5849
1500	47.3596	3.1761	1.6754
2000	54.8710	3.3010	1.7393



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A2.1（续表）

N	E（R/S）	log（N）	log（E（R/S））
2500	61.4882	3.3979	1.7888
3000	67.4704	3.4771	1.8291
3500	72.9714	3.5441	1.8632
4000	78.0916	3.6021	1.8926
4500	82.9004	3.6532	1.9186
5000	87.4487	3.6990	1.9418
5500	91.7747	3.7404	1.9627
6000	95.9081	3.7782	1.9819
6500	99.8725	3.8129	1.9994
7000	103.6872	3.8451	2.0157
7500	107.3678	3.8751	2.0309
8000	110.9277	3.9031	2.0450
8500	114.3779	3.9294	2.0583
9000	117.7281	3.9542	2.0709
9500	120.9864	3.9777	2.0827
10000	124.1600	4.0000	2.0940

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

附录 3

分形分布表 287

这个附录承担两个目的：

1. 它提供一个对于某些读者而言是有用的表——假如他们就风险变换代理权钻研稳定分布，或对于第 15 章所描绘的资产组合选择或期权定价进行研究的话。
2. 它覆盖了一个产生表的方法。这个附录的本意是对那些在细节水平上感兴趣的读者专门阐述的。

在 1968 年和 1971 年，Fama 和 Roll 发表了稳定分布族的累计分布函数。这个表限定于对称的情况。这里 $\beta=0$。他们是第一个产生于算子的表，而不是来自于 Mandelbrot（1963）方式的内推。在这个附录里，我们将首先介绍 Fama 和 Roll 所使用的方法。我们也将简要的讨论从 1971 年发展起来的方法。在附录的结尾，三个表再生于 Fama 和 Roll 的论文。对于个人 PC 机及工作站，使用某种强有力的可适用的软件，可以产生出这些表。有兴趣的读者可以试一试。

产生表

Fama 和 Roll 以 Bergstrom（1952）的研究工作为依据提出了他们自己的方法。为了完成 Bergstrom 的扩张，我们必须开始于一个标准变量：

$$u=\frac{x-\delta}{c} \tag{A3.1}$$ 288

U 的分布是标准正态分布的稳定等价物，这个正态分布具有零均值，



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

且其标准差为一。差异是稳定分布有 0 均值和 $c=1$。我们特别的用减去样本均值再除以标准差以正态化一个时间序列。稳定分布的标准形式基本上是一样的。δ 是分布的均值。然而，不考虑用标准差来分割，我们用规模参数 c 来分割。从第 14 章我们记起正态分布的方差是等于 $2^* c$。这样，具有 $\alpha=2.0$ 的标准化的稳定分布因为规模因子可能的不同将不同于标准正态分布。稳定分布由正态分布的方差的一半再进行标度。因为它的对数特征函数能够被简单化为（A3.2），所以我们从一个标准变量开始：

$$\log_e \varphi_u(t) = -|t|^{\alpha} \tag{A3.2}$$

正如我们在第 14 章说到的，稳定分布的复杂性仅仅表现在正态和柯西分布的特殊情形之中。然而，Bergstrom 发展了由 Fama 和 Roll 用来逼近许多 α 值的密集性的序列展开。当 $\alpha>1.0$ 时，他们就可能使用 Bergstrom 的结果来显示下列收敛序列：

$$F_{\alpha}(u) = \frac{1}{\pi * \alpha}\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^{k} * \frac{\Gamma\left(\frac{2*k+1}{\alpha}\right)}{(2*k)!} * U^{2*k} \tag{A3.3}$$

在现实当中处理这个无穷序列是困难的。幸运的是 Bergstrom 对于等式（A3.3）也提供了当 $\alpha>1$ 时，其能够被使用的有限序列的等价物。对于 $u>0$，该公式给出：

$$f_{\alpha}(u) = -\frac{1}{\pi} * \sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k}}{k!} * \frac{\Gamma(\alpha*k+1)}{U^{\alpha}*k+1} * \sin\left(\frac{k*\pi*\alpha}{2}\right) + R(u) \tag{A3.4}$$

$R(u)$，余项，是 $u^{-\alpha*(n+1)-1}$ 的函数。那就是，对于常数 M：

$$|R(u)| < M * u^{-\alpha*(n+1)-1} \tag{A3.5}$$

289 当 u 变的较大时，余项 $R(u)$ 在等式里将变的小于前几项。公式（A3.4）对于较大的 u 是对称的。

等式（A3.3）的逐项积分给出一个对于 $\alpha>1$ 的标准化，对称的稳定分布是累积分布函数的收敛序列。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$F_{\alpha}(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi * \alpha} * \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k} * \frac{\Gamma(\frac{2 * k - 1}{\alpha})}{(2 * k - 1)!} * U^{2 * k - 1} \tag{A3.6}$$

同样，等式（A3，4）的积分也能产生下列对称序列，对于大 U：

$$F_{\alpha} = 1 + \frac{1}{\pi} * \sum_{k=1}^{n}(-1)^{k} * \frac{\Gamma(\alpha * k)}{k! * U^{\alpha * k}} * \sin(\frac{k * \pi * \alpha}{2}) - \int_{u}^{\infty} R(u)\mathrm{d}u \tag{A3.7}$$

余项 R（u）的积分在根限中也将趋于零。

实践中，在计算累积分布函数时 Fama 和 Roll 使用了等式（A3.6）和（A3.7）。方法是对于小 u 使用等式（A3.6），而（A3.7）对应于大 u。然而，在实践中，他们发现两个等式对于 5 个小数位是一致的，当 α 趋近于 1 时。对于 α 趋进于 1，当 $|u| > -4 + 5 * \alpha$ 时他们使用等式（A3.7），其他所有情形用等式（A3.6）。

最后，Fama 和 Roll 给出下列确定 $u(\alpha.F)$ 的重复程序，我这里全部抄录如下：

1. 对于 u（$\alpha.F$）使用柯西和高斯分布的 F 分位数的加权平均作一个初次逼近 Z。
2. 假如 $|Z| > -4 + 5 * \alpha$，再重新精确可使用有限序列的前 4 项的多项式的逆。
3. 作如下重复：

   (a) 计算 $F - F$（Z）

   (b) 根据 $\Delta Z = \frac{F - F_{\alpha}(Z)}{\mathrm{d}}$ 变换 Z，这里 d 是在点 Z 被估计的柯西和高斯密度的加权平均。

   (c) 反回到（a）且重复其过程，直到 $F - F$（Z）< 0.0001。程序很少要求重复 3 次。

选择方法

有一些其他为数不多的被很好的文献记载的计算稳定分布的方法。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

McCulloch（1985）简要的介绍过他们。他参考了 Zolotarev（1966）给出的积分表示，加上 Bergstrom（1952）的收敛序列表示，这个序列曾由 Fama 和 Roll 使用过。

除此之外，DuMouchel 最终在他未发表的博士论文中（1971）表示了分布表的形式。我不能得到这些表的副本，但我在较晚的论文（1973）里确实发现了 DuMouchel 方法的描述。DuMouchel 趁机利用了运转行为像密度函数的特征函数的傅立叶逆变换。对于 $0<x<10$，他使用快速傅立叶变换转换特征函数（A3.2），并且在数值上计算稠密性。对于尾部区域，$x>10$，他与 Fama 和 Roll 所做的一样使用了等式（A3.7）。当计算比较容易时，结果就将与 Fama 和 Roll（1971）的那些结果相似。

现在适用于 PC 机的符号语言——作为例子，Mathcad，Matlab 和数学会使 DuMouchel 的方法相当直接的完成。其他的表也是适用的。Holt 和 Crow（1973）对于各种各样的 α 和 β 的值以表表示了概率密度函数（相对于 Fama 和 Roll 的累积密度函数）。那些有兴趣的读者可以参考。

表的描述

表 A3.1 是对于标准化的，对称的（$\beta=0$）稳定分布的累积分布函数。它覆盖了从 1.0～2.0 的 α 的规模。对于标准化值的频率分布能够通过扣除找到，恰如标准正态累积分布（可在任一本统计书中找到）。尽管 $\alpha=2.0$ 可与正态分布相比较，正如我们前面所说因为它们是对于 c 标准化，而不是 σ，这些表将不匹配。

表 A3.2 变换表 A3.1 的结果为分位数。欲知当 $\alpha=1.0$，F 的什么值能够说明观测值的 99%，顺着 F 栏往下至 0.99，横行 $u=31.82$。柯西分布要求对于均值的 $31.82c$ 的观测值覆差 99% 的概率。与此相反，正态分布情况，在 $u=3.92$ 时，达到 99% 的水平。再者，这是不同于标准正态情形，正态是 2.326 个标准差而不是 c 的 3.29 个单位。

表 A3.3 给出了对于 $0.70\leqslant F\leqslant 0.75$ 的四分位数的进一步细节，其在第 15 章被用于估计 C，及期权估价。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A3.1　　对于标准化，对称，稳定分布的累积分布函数，$F(u)$

u	Alpha (α)											
	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	1.95	2.00
0.05	0.5159	0.5153	0.5150	0.5147	0.5145	0.5144	0.5143	0.5142	0.5142	0.5141	0.5141	0.5141
0.10	0.5371	0.5306	0.5299	0.5294	0.5290	0.5287	0.5285	0.5284	0.5283	0.5282	0.5282	0.5282
0.15	0.5474	0.5458	0.5447	0.5439	0.5434	0.5430	0.5427	0.5425	0.5424	0.5423	0.5423	0.5422
0.20	0.5628	0.5608	0.5594	0.5584	0.5577	0.5572	0.5568	0.5566	0.5564	0.5563	0.5563	0.5562
0.25	0.5780	0.5756	0.5740	0.5728	0.5719	0.5713	0.5709	0.5706	0.5704	0.5702	0.5702	0.5702
0.30	0.5928	0.5902	0.5883	0.5869	0.5860	0.5853	0.5848	0.5844	0.5842	0.5841	0.5840	0.5840
0.35	0.6072	0.6044	0.6024	0.6009	0.5998	0.5991	0.5985	0.5982	0.5979	0.5978	0.5978	0.5977
0.40	0.6211	0.6183	0.6162	0.6146	0.6135	0.6127	0.6122	0.6118	0.6115	0.6114	0.6114	0.6114
0.45	0.6346	0.6318	0.6297	0.6281	0.6270	0.6262	0.6256	0.6252	0.6250	0.6249	0.6248	0.6248
0.50	0.6476	0.6449	0.6428	0.6413	0.6402	0.6394	0.6389	0.6385	0.6383	0.6382	0.6382	0.6382
0.55	0.6601	0.6576	0.6557	0.6542	0.6532	0.6524	0.6519	0.6516	0.6514	0.6513	0.6513	0.6513
0.60	0.6720	0.6698	0.6681	0.6668	0.6658	0.6651	0.6647	0.6644	0.6643	0.6643	0.6643	0.6643
0.65	0.6835	0.6817	0.6802	0.6790	0.6782	0.6776	0.6772	0.6770	0.6770	0.6770	0.6770	0.6771
0.70	0.6944	0.6930	0.6919	0.6909	0.6902	0.6898	0.6895	0.6894	0.6894	0.6895	0.6896	0.6897
0.75	0.7048	0.7039	0.7031	0.7025	0.7020	0.7017	0.7015	0.7015	0.7016	0.7018	0.7019	0.7021
0.80	0.7148	0.7144	0.7140	0.7136	0.7134	0.7133	0.7133	0.7134	0.7136	0.7139	0.7140	0.7142
0.85	0.7242	0.7244	0.7244	0.7244	0.7244	0.7245	0.7247	0.7250	0.7253	0.7257	0.7259	0.7261

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A3.1（续表）

u	Alpha (α)											
	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	1.95	2.00
0.90	0.7333	0.7340	0.7345	0.7348	0.7351	0.7355	0.7358	0.7363	0.7367	0.7372	0.7375	0.7377
0.95	0.7418	0.7432	0.7441	0.7449	0.7455	0.7461	0.7467	0.7472	0.7479	0.7485	0.7488	0.7491
1.00	0.7500	0.7519	0.7534	0.7545	0.7555	0.7563	0.7572	0.7579	0.7587	0.7595	0.7599	0.7602
1.10	0.7651	0.7682	0.7707	0.7727	0.7744	0.7759	0.7772	0.7784	0.7795	0.7806	0.7811	0.7817
1.20	0.7789	0.7831	0.7865	0.7894	0.7919	0.7940	0.7959	0.7976	0.7991	0.8006	0.8013	0.8019
1.30	0.7913	0.7965	0.8010	0.8048	0.8080	0.8108	0.8133	0.8155	0.8175	0.8193	0.8202	0.8210
1.40	0.8026	0.8088	0.8142	0.8188	0.8228	0.8263	0.8294	0.8322	0.8346	0.8369	0.8379	0.8389
1.50	0.8128	0.8194	0.8261	0.8316	0.8364	0.8406	0.8443	0.8475	0.8505	0.8531	0.8544	0.8556
1.60	0.8222	0.8300	0.8370	0.8433	0.8487	0.8536	0.8579	0.8617	0.8651	0.8682	0.8697	0.8711
1.70	0.8307	0.8393	0.8470	0.8539	0.8600	0.8655	0.8703	0.8747	0.8786	0.8821	0.8838	0.8853
1.80	0.8386	0.8477	0.8560	0.8635	0.8702	0.8763	0.8817	0.8865	0.8909	0.8949	0.8967	0.8985
1.90	0.8458	0.8554	0.8643	0.8723	0.8795	0.8861	0.8920	0.8973	0.9021	0.9065	0.9085	0.9104
2.00	0.8524	0.8625	0.8719	0.8802	0.8879	0.8950	0.9013	0.9071	0.9123	0.9170	0.9192	0.9214
2.20	0.8642	0.8750	0.8850	0.8941	0.9025	0.9103	0.9174	0.9238	0.9298	0.9352	0.9377	0.9401
2.40	0.8743	0.8856	0.8961	0.9057	0.9146	0.9228	0.9304	0.9374	0.9438	0.9497	0.9525	0.9552
2.60	0.8831	0.8948	0.9055	0.9155	0.9246	0.9331	0.9409	0.9482	0.9550	0.9612	0.9642	0.9670
2.80	0.8908	0.9027	0.9136	0.9236	0.9329	0.9415	0.9495	0.9569	0.9638	0.9702	0.9732	0.9761

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A3.1（续表）

u	Alpha（α）											
	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	1.95	2.00
3.00	0.8976	0.9096	0.9205	0.9306	0.9399	0.9484	0.9564	0.9638	0.9707	0.9771	0.9801	0.9831
3.20	0.9038	0.9156	0.9265	0.9365	0.9457	0.9542	0.9620	0.9692	0.9760	0.9823	0.9853	0.9882
3.40	0.9089	0.9209	0.9318	0.9417	0.9507	0.9590	0.9666	0.9736	0.9802	0.9862	0.9891	0.9919
3.60	0.9138	0.9257	0.9365	0.9462	0.9550	0.9631	0.9704	0.9771	0.9834	0.9892	0.9919	0.9945
3.80	0.9181	0.9299	0.9406	0.9501	0.9587	0.9665	0.9736	0.9800	0.9859	0.9914	0.9939	0.9964
4.00	0.9220	0.9338	0.9442	0.9536	0.9619	0.9694	0.9762	0.9823	0.9879	0.9930	0.9954	0.9977
4.40	0.9289	0.9403	0.9504	0.9593	0.9672	0.9742	0.9804	0.9859	0.9908	0.9951	0.9972	0.9991
4.80	0.9346	0.9458	0.9555	0.9640	0.9714	0.9778	0.9834	0.9883	0.9927	0.9964	0.9981	0.9997
5.20	0.9395	0.9504	0.9597	0.9678	0.9747	0.9807	0.9858	0.9902	0.9939	0.9972	0.9986	0.9999
5.60	0.9438	0.9543	0.9633	0.9709	0.9774	0.9830	0.9876	0.9916	0.9949	0.9977	0.9989	1.0000
6.00	0.9474	0.9576	0.9663	0.9736	0.9797	0.9848	0.9891	0.9927	0.9956	0.9980	0.9991	1.0000
7.00	0.9548	0.9643	0.9721	0.9786	0.9839	0.9882	0.9918	0.9946	0.9969	0.9986	0.9994	1.0000
8.00	0.9604	0.9692	0.9764	0.9821	0.9868	0.9905	0.9935	0.9958	0.9976	0.9990	0.9995	1.0000
10.00	0.9683	0.9760	0.9820	0.9868	0.9905	0.9934	0.9956	0.9972	0.9985	0.9994	0.9997	1.0000
15.00	0.9788	0.9847	0.9891	0.9923	0.9947	0.9965	0.9977	0.9986	0.9993	0.9997	0.9999	1.0000
20.00	0.9841	0.9888	0.9923	0.9947	0.9965	0.9977	0.9986	0.9992	0.9996	0.9998	0.9999	1.0000

本表取自 Fama 和 Roll（1971），该复制得到美国统计协会的许可。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A3.2　标准化，对称，稳定分布的四分位数，U

F	Alpha（α）											
	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	1.95	2.00
0.5200	0.063	0.065	0.067	0.068	0.069	0.070	0.070	0.070	0.071	0.071	0.071	0.071
0.5400	0.126	0.131	0.134	0.136	0.138	0.139	0.140	0.141	0.141	0.142	0.142	0.142
0.5600	0.191	0.197	0.202	0.205	0.208	0.210	0.211	0.212	0.213	0.213	0.214	0.214
0.5800	0.257	0.265	0.271	0.275	0.279	0.281	0.283	0.284	0.285	0.286	0.286	0.286
0.6000	0.325	0.334	0.341	0.347	0.350	0.353	0.355	0.357	0.357	0.358	0.358	0.358
0.6200	0.396	0.406	0.414	0.420	0.424	0.427	0.429	0.430	0.432	0.432	0.432	0.432
0.6400	0.471	0.481	0.489	0.495	0.499	0.502	0.504	0.506	0.506	0.507	0.507	0.507
0.6600	0.550	0.560	0.567	0.573	0.577	0.580	0.581	0.583	0.583	0.583	0.583	0.583
0.6800	0.635	0.643	0.649	0.654	0.658	0.660	0.661	0.662	0.662	0.662	0.661	0.661
0.7000	0.727	0.732	0.736	0.739	0.742	0.743	0.744	0.744	0.743	0.743	0.742	0.742
0.7200	0.827	0.828	0.829	0.830	0.830	0.830	0.830	0.829	0.828	0.826	0.825	0.824
0.7400	0.939	0.932	0.928	0.926	0.924	0.921	0.919	0.917	0.915	0.912	0.911	0.910
0.7600	1.065	1.048	1.037	1.030	1.024	1.018	1.014	1.010	1.006	1.003	1.001	0.999
0.7800	1.209	1.179	1.158	1.143	1.131	1.122	1.115	1.108	1.102	1.097	1.095	1.092
0.8000	1.376	1.327	1.293	1.268	1.249	1.235	1.223	1.213	1.204	1.197	1.194	1.190
0.8200	1.576	1.505	1.447	1.409	1.380	1.358	1.341	1.326	1.314	1.304	1.299	1.295

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A3.2（续表）

F	Alpha (α)											
	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	1.95	2.00
0.8400	1.819	1.709	1.628	1.571	1.528	1.496	1.471	1.450	1.433	1.419	1.413	1.407
0.8600	2.125	1.964	1.847	1.762	1.700	1.653	1.616	1.587	1.564	1.544	1.536	1.528
0.8800	2.526	2.290	2.122	1.996	1.905	1.837	1.785	1.744	1.711	1.684	1.672	1.662
0.9000	3.078	2.729	2.480	2.297	2.161	2.061	1.985	1.927	1.880	1.843	1.827	1.813
0.9200	3.695	3.366	2.984	2.708	2.503	2.351	2.237	2.150	2.084	2.030	2.007	1.988
0.9400	5.242	4.379	3.774	3.331	3.002	2.763	2.581	2.444	2.341	2.261	2.228	2.199
0.9500	6.314	5.165	4.370	3.798	3.869	3.053	2.816	2.638	2.505	2.404	2.363	2.327
0.9600	7.916	6.319	5.230	4.453	3.882	3.448	3.127	2.887	2.708	2.576	2.522	2.477
0.9700	10.579	8.189	6.596	5.476	4.659	4.049	3.577	3.234	2.980	2.795	2.722	2.661
0.9750	12.706	9.651	7.645	6.251	5.240	4.485	3.901	3.478	3.160	2.933	2.846	2.772
0.9800	15.895	11.802	9.164	7.359	6.063	5.099	4.357	3.799	3.394	3.104	2.996	2.905
0.9850	21.205	15.300	11.589	9.100	7.341	6.043	5.056	4.283	3.728	3.330	3.191	3.070
0.9900	31.820	22.071	16.160	12.313	9.659	7.737	6.285	5.166	4.291	3.670	3.461	3.290
0.9950	63.657	41.348	28.630	20.775	15.595	11.983	9.332	7.290	5.633	4.375	3.947	3.643
0.9995	636.609	334.595	193.989	120.952	79.556	54.337	37.967	26.666	18.290	11.333	7.790	4.653

本表取自 Fama 和 Roll（1971），该复制得到美国统计协会的认可。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 A3.3 **标准化，对称，稳定分布的四分位数，$0.70 \leqslant F \leqslant 0.75$，$U(\alpha, F)$**

	Alpha (α)										
F	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0.7000	0.727	0.732	0.736	0.739	0.742	0.743	0.744	0.744	0.743	0.743	0.742
0.7100	0.776	0.779	0.782	0.784	0.785	0.786	0.786	0.786	0.785	0.784	0.783
0.7200	0.827	0.828	0.829	0.830	0.830	0.830	0.830	0.829	0.828	0.826	0.824
0.7300	0.882	0.879	0.878	0.877	0.876	0.875	0.874	0.872	0.871	0.869	0.867
0.7400	0.939	0.932	0.928	0.926	0.924	0.921	0.919	0.917	0.915	0.912	0.910
0.7500	1.000	0.989	0.982	0.977	0.973	0.969	0.966	0.963	0.960	0.957	0.954

本表取自 Fama 和 Roll（1971），该复制得到美国统计协会的认可。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

参考书目

Akgiray, V., and Lamoureux, C. G. "Estimation of Stable-Law Parameters: A Comparative Study," *Journal of Business and Economic Statistics* 7, 1989.

Alexander, S. "Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks, No. 2," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Anis, A. A., and Lloyd, E. H. "The Expected Value of the Adjusted Rescaled Hurst Range of Independent Normal Summands," *Biometrika* 63, 1976.

Arnold, B. C. *Pareto Distributions*. Fairland, MD: International Cooperative, 1983.

Bachelier, L. "Theory of Speculation," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964. (Originally published in 1900.)

Bai-Lin, H. *Chaos*. Singapore: World Scientific, 1984.

Bak, P., and Chen, K. "Self-Organized Criticality," *Scientific American*, January 1991.

Bak, P., Tang, C., and Wiesenfeld, K. "Self-Organized Criticality," *Physical Review A* 38, 1988.

Barnesly, M. *Fractals Everywhere*. San Diego, CA: Academic Press, 1988.

Beltrami, E. *Mathematics for Dynamic Modeling*. Boston: Academic Press, 1987.

Benhabib, J., and Day, R. H. "Rational Choice and Erratic Behavior," *Review of Economic Studies* 48, 1981.

Bergstrom, H. "On Some Expansions of Stable Distributions," *Arkiv für Matematik* 2, 1952.

Black, F. "Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing," *Journal of Business* 45, 1972.

Black, F., Jensen, M. C., and Scholes, M. "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests," in M. C. Jensen, ed., *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger, 1972.

Black, F., and Scholes, M. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, May/June 1973.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

297

Bollerslev, T. "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics* 31, 1986.

Bollerslev, T., Chou, R., and Kroner, K. "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence," unpublished manuscript, 1990.

Briggs, J., and Peat, F. D. *Turbulent Mirror*. New York: Harper & Row, 1989.

Brock, W. A. "Applications of Nonlinear Science Statistical Inference Theory to Finance and Economics," Working Paper, March 1988.

Brock, W. A. "Distinguishing Random and Deterministic Systems," *Journal of Economic Theory* 40, 1986.

Brock, W. A., and Dechert, W. D. "Theorems on Distinguishing Deterministic from Random Systems," in Barnett, Berndt, and White, eds., *Dynamic Econometric Modeling*. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1988.

Brock, W. A., Dechert, W. D., and Scheinkman, J. A. "A Test for Independence based on Correlation Dimension," unpublished manuscript, 1987.

Broomhead, D. S., Huke, J. P., and Muldoon, M. R. "Linear Filters and Non-linear Systems," *Journal of the Royal Statistical Society* 54, 1992.

Callan, E., and Shapiro, D. "A Theory of Social Imitation," *Physics Today* 27, 1974.

Casdagli, M. "Chaos and Deterministic versus Stochastic Non-linear Modelling," *Journal of the Royal Statistical Society* 54, 1991.

Chen, P. "Empirical and Theoretical Evidence of Economic Chaos," *System Dynamics Review* 4, 1988.

Chen, P. "Instability, Complexity, and Time Scale in Business Cycles," IC[2] Working Paper, 1993a.

Chen, P. "Power Spectra and Correlation Resonances," IC[2] Working Paper, 1993b.

Cheng, B., and Tong, H. "On Consistent Non-parametric Order Determination and Chaos," *Journal of the Royal Statistical Society* 54, 1992.

Cheung, Y.-W. "Long Memory in Foreign Exchange Rates," *Journal of Business and Economic Statistics* 11, 1993.

Cheung, Y.-W., and Lai, K. S. "A Fractional Cointegration Analysis of Purchasing Power Parity," *Journal of Business and Economic Statistics* 11, 1993.

Cootner, P. "Comments on the Variation of Certain Speculative Prices," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Cootner, P., ed. *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Cox, J. C., and Ross, S. "The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes," *Journal of Financial Economics* 3, 1976.

Cox, J. C., and Rubinstein, M. *Options Markets*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

Davies, R., and Harte, D. "Tests for the Hurst Effect," *Biometrika* 74, 1987.

Day, R. H. "The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics* 98, 1983.

Day, R. H. "Irregular Growth Cycles," *American Economic Review*, June 1982.

De Gooijer, J. G. "Testing Non-linearities in World Stock Market Prices," *Economics Letters* 31, 1989.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

DeLong, J. B., Shleifer, A., Summers, L. H., and Waldmann, R. J. "Positive Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation." *Journal of Finance* 45, 1990.

Devaney, R. L. *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*. Menlo Park, CA: Addison-Wesley, 1989.

DuMouchel, W. H. "Estimating the Stable Index α in Order to Measure Tail Thickness: A Critique," *The Annals of Statistics* 11, 1983.

DuMouchel, W. H. "Stable Distributions in Statistical Inference: 1. Symmetric Stable Distributions Compared to Other Symmetric Long-Tailed Distributions," *Journal of the American Statistical Association* 68, 1973.

DuMouchel, W. H. "Stable Distributions in Statistical Inference: 2. Information from Stably Distributed Samples," *Journal of the American Statistical Association* 70, 1975.

———, *The Economist*, "Back to an Age of Falling Prices," July 13, 1974.

Einstein, A. "Uber die von der molekularkinetischen Theorie der Warme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen," *Annals of Physics* 322, 1908.

Elton, E. J., and Gruber, M. J. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1981.

Engle, R. "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation," *Econometrica* 50, 1982.

Engle, R., and Bollerslev, T. "Modelling the Persistence of Conditional Variances," *Econometric Reviews* 5, 1986.

Engle, R., Lilien, D., and Robins, R. "Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: the ARCH-M Model," *Econometrica* 55, 1987.

Fama, E. F. "The Behavior of Stock Market Prices," *Journal of Business* 38, 1965a.

Fama, E. F. "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance* 25, 1970.

Fama, E. F. "Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Fama, E. F. "Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market," *Management Science* 11, 1965b.

Fama, E. F., and French, K. R. "The Cross-Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance* 47, 1992.

Fama, E. F., and Miller, M. H. *The Theory of Finance*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1972.

Fama, E. F., and Roll, R. "Some Properties of Symmetric Stable Distributions," *Journal of the American Statistical Association* 63, 1968.

Fama, E. F., and Roll, R. "Parameter Estimates for Symmetric Stable Distributions," *Journal of the American Statistical Association* 66, 1971.

Fan, L. T., Neogi, D., and Yashima, M. *Elementary Introduction to Spatial and Temporal Fractals*. Berlin: Springer-Verlag, 1991.

Feder, J. *Fractals*. New York: Plenum Press, 1988.

Feigenbaum, M. J. "Universal Behavior in Nonlinear Systems," *Physica* 7D, 1983.

Feller, W. "The Asymptotic Distribution of the Range of Sums of Independent Variables," *Annals of Mathematics and Statistics* 22, 1951.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

299

Flandrin, P. "On the Spectrum of Fractional Brownian Motions," *IEEE Transactions on Information Theory* 35, 1989.

Friedman, B. M., and Laibson, D. I. "Economic Implications of Extraordinary Movements in Stock Prices," *Brookings Papers on Economic Activity* 2, 1989.

Gardner, M. "White and Brown Music, Fractal Curves and 1/f Fluctuations," *Scientific American* 238, 1978.

Glass, L., and Mackey, M. "A Simple Model for Phase Locking of Biological Oscillators," *Journal of Mathematical Biology* 7, 1979.

Glass, L., and Mackey, M. *From Clocks to Chaos*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1988.

Gleick, J. *Chaos: Making a New Science*. New York: Viking Press, 1987.

Grandmont, J. "On Endogenous Competitive Business Cycles," *Econometrica* 53, 1985.

Grandmont, J., and Malgrange, P. "Nonlinear Economic Dynamics: Introduction," *Journal of Economic Theory* 40, 1986.

Granger, C. W. J. *Spectral Analysis of Economic Time Series*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1964.

Granger, C. W. J., and Orr, D. "'Infinite Variance' and Research Strategy in Time Series Analysis," *Journal of the American Statistical Association* 67, 1972.

Grassberger, P., and Procaccia, I. "Characterization of Strange Attractors," *Physical Review Letters* 48, 1983.

Greene, M. T., and Fielitz, B. D. "The Effect of Long Term Dependence on Risk-Return Models of Common Stocks," *Operations Research*, 1979.

Greene, M. T., and Fielitz, B. D. "Long-Term Dependence in Common Stock Returns," *Journal of Financial Economics* 4, 1977.

Grenfell, B. T. "Chance and Chaos in Measles Dynamics," *Journal of the Royal Statistical Society* 54, 1992.

Haken, H. "Cooperative Phenomena in Systems Far from Thermal Equilibrium and in Non Physical Systems," *Reviews of Modern Physics* 47, 1975.

Henon, M. "A Two-dimensional Mapping with a Strange Attractor," *Communications in Mathematical Physics* 50, 1976.

Hicks, J. *Causality in Economics*. New York: Basic Books, 1979.

Hofstadter, D. R. "Mathematical Chaos and Strange Attractors," in *Metamagical Themas*. New York: Bantam Books, 1985.

Holden, A. V., ed. *Chaos*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1986.

Holt, D., and Crow, E. "Tables and Graphs of the Stable Probability Density Functions," *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 77B, 1973.

Hopf, E. "A Mathematical Example Displaying Features of Turbulence," *Communications in Pure and Applied Mathematics* 1, 1948.

Hosking, J. R. M. "Fractional Differencing," *Biometrika* 68, 1981.

Hsieh, D. A. "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets," *Journal of Finance* 46, 1991.

Hsieh, D. A. "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates," *Journal of Business* 62, 1989.

Hsu, K., and Hsu, A. "Fractal Geometry of Music," *Proceedings of the National Academy of Sciences* 87, 1990.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Hsu, K., and Hsu, A. "Self-similarity of the '1/f Noise' Called Music." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 88, 1991.

Hurst, H. E. "The Long-Term Storage Capacity of Reservoirs." *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116, 1951.

Jacobsen, B. "Long-Term Dependence in Stock Returns," unpublished discussion paper, March 1993.

Jarrow, R., and Rudd, A. "Approximate Option Valuation for Arbitrary Stochastic Processes." *Journal of Financial Economics* 10, 1982.

Jensen, R. V., and Urban, R. "Chaotic Price Behavior in a Non-Linear Cobweb Model." *Economics Letters* 15, 1984.

Kahneman, D. P., and Tversky, A. *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1982.

Kelsey, D. "The Economics of Chaos or the Chaos of Economics." *Oxford Economic Papers* 40, 1988.

Kendall, M. G. "The Analysis of Economic Time Series," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Kida, S. "Log-Stable Distribution and Intermittency of Turbulence." *Journal of the Physical Society of Japan* 60, 1991.

Kocak, H. *Differential and Difference Equations Through Computer Experiments*. New York: Springer-Verlag, 1986.

Kolmogorov, A. N. "Local Structure of Turbulence in an Incompressible Liquid for Very Large Reynolds Numbers," *Comptes Rendus (Doklady) Academie des Sciences de l'URSS (N.S.)* 30, 1941. Reprinted in S. K. Friedlander and L. Topper, *Turbulence: Classic Papers on Statistical Theory*. New York: Interscience, 1961.

Korsan, R. J. "Fractals and Time Series Analysis." *Mathematica Journal* 3, 1993.

Kuhn, T. S. *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: University of Chicago Press, 1962.

Lanford, O. "A Computer-Assisted Proof of the Feigenbaum Conjectures." *Bulletin of The American Mathematical Society* 6, 1982.

Lardner, C., Nicolas, D.-S., Lovejoy, S., Schertzer, D., Braun, C., and Lavallee, D. "Universal Multifractal Characterization and Simulation of Speech." *International Journal of Bifurcation and Chaos* 2, 1992.

Larrain, M. "Empirical Tests of Chaotic Behavior in a Nonlinear Interest Rate Model." *Financial Analysts Journal* 47, 1991.

Larrain, M. "Portfolio Stock Adjustment and the Real Exchange Rate: The Dollar-Mark and the Mark-Sterling." *Journal of Policy Modeling*, Winter 1986.

Lavallee, D., Lovejoy, S., Schertzer, D., and Schmitt, F. "On the Determination of Universally Multifractal Parameters in Turbulence." in H. K. Moffat, G. M. Zaslavsky, M. Tabor, and P. Comte, eds., *Topological Aspects of the Dynamics of Fluids and Plasmas*, Klauer Academic.

LeBaron, B. "Some Relations between Volatility and Serial Correlations in Stock Market Returns," Working Paper, February 1990.

Levy, P. *Théorie de l'addition des variables aléatoires*. Paris: Gauthier-Villars, 1937.

Li, T.-Y., and Yorke, J. "Period Three Implies Chaos." *American Mathematics Monthly* 82, 1975.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

301 Li, W. K., and McLeod, A. I. "Fractional Time Series Modelling," *Biometrika* 73, 1986.

Lintner, J. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risk Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *Review of Economic Statistics* 47, 1965.

Lo, A. "Long Term Memory in Stock Market Prices," NBER Working Paper 2984. Washington, DC: National Bureau of Economic Research, 1989.

Lo, A., and Mackinlay, A. C. "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test," *Review of Financial Studies* 1, 1988.

Lorenz, E. "Deterministic Nonperiodic Flow," *Journal of Atmospheric Sciences* 20, 1963.

Lorenz, H. "International Trade and the Possible Occurrence of Chaos," *Economics Letters* 23, 1987.

Lorenz, H. *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

Lorie, J. H., and Hamilton, M. T. *The Stock Market: Theories and Evidence*. Homewood, IL: Richard D. Irwin, 1973.

Lotka, A. J. "The Frequency Distribution of Scientific Productivity," *Journal of the Washington Academy of Science* 16, 1926.

Lovejoy, S., and Schertzer, D. "Multifractals in Geophysics," presentation to AGU-CGU-MSA, Spring Meeting, May 1992.

Mackay, L. L. D. *Extraordinary Popular Delusions and the Madness of Crowds*. New York: Farrar, Straus and Giroux, 1932. (Originally published 1841.)

Mackey, M., and Glass, L. "Oscillation and Chaos in Physiological Control Systems," *Science* 197, 1977.

Mandelbrot, B. "Forecasts of Future Prices, Unbiased Markets, and 'Martingale' Models," *Journal of Business* 39, 1966a.

Mandelbrot, B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman, 1982.

Mandelbrot, B. "The Pareto–Levy Law and the Distribution of Income," *International Economic Review* 1, 1960.

Mandelbrot, B. "Some Noises with 1/f Spectrum: A Bridge Between Direct Current and White Noise," *IEEE Transactions on Information Theory*, April 1967.

Mandelbrot, B. "The Stable Paretian Income Distribution when the Apparent Exponent is Near Two," *International Economic Review* 4, 1963.

Mandelbrot, B. "Stable Paretian Random Functions and the Multiplicative Variation of Income," *Econometrica* 29, 1961.

Mandelbrot, B. "Statistical Methodology for Non-Periodic Cycles: From the Covariance to R/S Analysis," *Annals of Economic and Social Measurement* 1, 1972.

Mandelbrot, B. "The Variation of Certain Speculative Prices," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Mandelbrot, B. "The Variation of Some Other Speculative Prices," *Journal of Business* 39, 1966b.

Mandelbrot, B. "When Can Price be Arbitraged Efficiently? A Limit to the Validity of the Random Walk and Martingale Models," *Review of Economic Statistics* 53, 1971.

Mandelbrot, B., and van Ness, J. W. "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises, and Applications," *SIAM Review* 10, 1968.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Mandelbrot, B., and Wallis, J. "Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises. Part 1, Averages and Variances," *Water Resources Research* 5, 1969a.

Mandelbrot, B., and Wallis, J. "Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises. Part 2, Rescaled Ranges and Spectra," *Water Resources Research* 5, 1969b.

Mandelbrot, B., and Wallis, J. "Computer Experiments with Fractional Gaussian Noises. Part 3, Mathematical Appendix," *Water Resources Research* 5, 1969c.

Mandelbrot, B., and Wallis, J. "Robustness of the Rescaled Range R/S in the Measurement of Noncyclic Long Run Statistical Dependence," *Water Resources Research* 5, 1969d.

Markowitz, H. M. "Portfolio Selection," *Journal of Finance* 7, 1952.

Markowitz, H. M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons, 1959.

May, R. "Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics," *Nature* 261, 1976.

McCulloch, J. H. "The Value of European Options with Log-Stable Uncertainty," Working Paper, 1985.

McNees, S. K. "Consensus Forecasts: Tyranny of the Majority," *New England Economic Review*, November/December 1987.

McNees, S. K. "How Accurate are Macroeconomic Forecasts?" *New England Economic Review*, July/August 1988.

McNees, S. K. "Which Forecast Should You Use?" *New England Economic Review*, July/August 1985.

McNees, S. K., and Ries, J. "The Track Record of Macroeconomic Forecasts," *New England Economic Review*, November/December 1983.

Melese, F., and Transue, W. "Unscrambling Chaos through Thick and Thin," *Quarterly Journal of Economics*, May 1986.

Moore, A. B. "Some Characteristics of Changes in Common Stock Prices," in P. H. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Moore, A. W. *The Infinite*. London: Routledge & Kegan Paul, 1990.

Mossin, J. "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometrica* 34, 1966.

Murray, J. D. *Mathematical Biology*. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

Nychka, D., Ellner, S., Gallant, A. R., and McCaffrey, D. "Finding Chaos in Noisy Systems," *Journal of the Royal Statistical Society* 54, 1992.

Osborne, M. F. M. "Brownian Motion in the Stock Market," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Packard, N., Crutchfield, J., Farmer, D., and Shaw, R. "Geometry from a Time Series," *Physical Review Letters* 45, 1980.

Pareto, V. *Cours d'Économie Politique*. Lausanne, Switzerland, 1897.

Peters, E. "Fractal Structure in the Capital Markets," *Financial Analysts Journal*, July/August 1989.

Peters, E. *Chaos and Order in the Capital Markets*. New York: John Wiley & Sons, 1991a.

Peters, E. "A Chaotic Attractor for the S&P 500," *Financial Analysts Journal*, March/April 1991b.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Peters, E. "R/S Analysis using Logarithmic Returns: A Technical Note," *Financial Analysts Journal*, November/December 1992.

Pickover, C. *Computers, Pattern, Chaos and Beauty*. New York: St. Martin's Press, 1990.

Pierce, J. R. *Symbols, Signals and Noise*. New York: Harper & Row, 1961.

Ploeg, F. "Rational Expectations, Risk and Chaos in Financial Markets," *The Economic Journal* 96, July 1985.

Poincaré, H. *Science and Method*. New York: Dover Press, 1952. (Originally published 1908.)

Prigogine, I., and Nicolis, G. *Exploring Complexity*. New York: W. H. Freeman, 1989.

Prigogine, I., and Stengers, I. *Order Out of Chaos*. New York: Bantam Books, 1984.

Radizicki, M. "Institutional Dynamics, Deterministic Chaos, and Self-Organizing Systems," *Journal of Economic Issues* 24, 1990.

Roberts, H. V. "Stock Market 'Patterns' and Financial Analysis: Methodological Suggestions," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964. (Originally published in *Journal of Finance*, 1959.)

Roll, R. "Bias in Fitting the Sharpe Model to Time Series Data," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 4, 1969.

Roll, R. "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests; Part I: On Past and Potential Testability of the Theory," *Journal of Financial Economics* 4, 1977.

Roll, R., and Ross, S. A. "An Empirical Investigation of the Arbitrage Pricing Theory," *Journal of Finance* 35, 1980.

Ross, S. A. "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing," *Journal of Economic Theory* 13, 1976.

Rudd, A., and Clasing, H. K. *Modern Portfolio Theory*. Homewood, IL: Dow Jones-Irwin, 1982.

Ruelle, D. *Chaotic Evolution and Strange Attractors*. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1989.

Ruelle, D. "Five Turbulent Problems," *Physica* 7D, 1983.

Samuelson, P. A. "Efficient Portfolio Selection for Pareto–Levy Investments," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, June 1967.

Satchell, S., and Timmermann, A. "Daily Returns in European Stock Markets: Predictability, Non-linearity, and Transaction Costs," Working Paper, July 1992.

Scheinkman, J. A., and LeBaron, B. "Nonlinear Dynamics and Stock Returns," *Journal of Business* 62, 1989.

Schinasi, G. J. "A Nonlinear Dynamic Model of Short Run Fluctuations," *Review of Economic Studies* 48, 1981.

Schmitt, F., Lavallee, D., Schertzer, D., and Lovejoy, S. "Empirical Determination of Universal Multifractal Exponents in Turbulent Velocity Fields," *Physical Review Letters* 68, 1992.

Schmitt, F., Schertzer, D., Lavallee, D., and Lovejoy, S. "A Universal Multifractal Comparison between Atmospheric and Wind Tunnel Turbulence," unpublished manuscript.

Schroeder, M. *Fractals, Chaos, Power Laws*. New York: W. H. Freeman, 1991.

Schwert, G. W. "Stock Market Volatility," *Financial Analysts Journal*, May/June 1990.

Shaklee, G. L. S. *Time in Economics*. Westport, CT: Greenwood Press, 1958.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Shannon, C. E., and Weaver, W. *The Mathematical Theory of Communication.* Urbana: University of Illinois, 1963.

Sharpe, W. F. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk," *Journal of Finance* 19, 1964.

Sharpe, W. F. *Portfolio Theory and Capital Markets.* New York: McGraw-Hill, 1970.

Sharpe, W. F. "A Simplified Model of Portfolio Analysis." *Management Science* 9, 1963.

Shaw, R. *The Dripping Faucet as a Model Chaotic System.* Santa Cruz, CA: Aerial Press, 1984.

Shiller, R. J. *Market Volatility.* Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1989.

Simkowitz, M. A., and Beedles, W. L. "Asymmetric Stable Distributed Security Returns," *Journal of the American Statistical Association* 75, 1980.

Smith, R. L. "Estimating Dimension in Noisy Chaotic Time Series," *Journal of the Royal Statistical Society* 54, 1992.

Sterge, A. J. "On the Distribution of Financial Futures Price Changes," *Financial Analysts Journal*, May/June 1989.

Stetson, H. T. *Sunspots and Their Effects.* New York: McGraw-Hill, 1937.

Thompson, J. M. T., and Stewart, H. B. *Nonlinear Dynamics and Chaos.* New York: John Wiley & Sons, 1986.

Toffler, A. *The Third Wave.* New York: Bantam Books, 1981.

Tong, H. *Non-Linear Time Series: A Dynamical System Approach.* Oxford, England: Oxford University Press, 1990.

Turner, A. L., and Weigel, E. J. "An Analysis of Stock Market Volatility," *Russell Research Commentaries.* Tacoma, WA: Frank Russell Co., 1990.

Tversky, A. "The Psychology of Risk," in *Quantifying the Market Risk Premium Phenomena for Investment Decision Making.* Charlottesville, VA: Institute of Chartered Financial Analysts, 1990.

Vaga, T. "The Coherent Market Hypothesis," *Financial Analysts Journal*, December/January 1991.

Vandaele, W. *Applied Time Series and Box–Jenkins Models.* New York: Academic Press, 1983.

Vicsek, T. *Fractal Growth Phenomena.* Singapore: World Scientific, 1989.

Wallach, P. "Wavelet Theory," *Scientific American*, January 1991.

Weibel, E. R., and Gomez, D. M. "Architecture of the Human Lung," *Science* 221, 1962.

Weidlich, W. "The Statistical Description of Polarization Phenomena in Society," *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology* 24, 1971.

Weiner, N. *Collected Works, Vol. I*, P. Masani, ed. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1976.

West, B. J. *Fractal Physiology and Chaos in Medicine.* Singapore: World Scientific, 1990.

West, B. J. "The Noise in Natural Phenomena," *American Scientist* 78, 1990.

West, B. J., and Goldberger, A. L. "Physiology in Fractal Dimensions," *American Scientist* 75, January/February 1987.

West, B. J., Valmik, B., and Goldberger, A. L. "Beyond the Principle of Similitude: Renormalization in the Bronchial Tree," *Journal of Applied Physiology* 60, 1986.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Wilson, K. G. "Problems in Physics with Many Scales of Length," *Scientific American*
306 241, August 1979.

Wolf, A., Swift, J. B., Swinney, H. L., and Vastano, J. A. "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series," *Physica* 16D, July 1985.

Wolff, R. C. L. "Local Lyapunov Exponents: Looking Closely at Chaos," *Journal of the Royal Statistical Society* 54, 1992.

Working, H. "Note on the Correlation of First Differences of Averages in a Random Chain," in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1964.

Zaslavsky, G. M., Sagdeev, R., Usikov, D., and Chernikov, A. *Weak Chaos and Quasi-Regular Patterns*. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1991.

Zhang, Z., Wen, K.-H., and Chen, P. "Complex Spectral Analysis of Economic Dynamics and Correlation Resonances in Market Behavior," IC^2 Working Paper, 1992.

Zipf, G. K. *Human Behavior and the Principle of Least Effort*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1949.

Zolotarev, V. M. "On Representation of Stable Laws by Integrals," in *Selected Transactions in Mathematical Statistics and Probability*, Vol. 6. Providence, RI: American Mathematical Society, 1966. (Russian original, 1964.)

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

专业词汇

Alpha

阿尔法：概率密度函数的峰度的测度。在正态分布里，阿尔法等于2。对于分形或帕累托分布，α在1和2之间。赫斯特指数的 H 的逆。

Antipersistence

反持续性：在重标极差（R/S）分析里，反持续性时间序列比随机序列更多地逆转自己。假如系统在前一个周期向上，它在下一个周期就有可能向下，反过来也一样。也被称为粉红噪声，或 $1/f$ 噪声。参见赫斯特指数、约瑟效应、诺亚效应、持续性以及 R/S 分析。

Attractor

吸引子：在非线性动态序列里，是系统均衡水平的确定者。参见极限环、点吸引子和奇异吸引子。

Autoregressive（AR）process

自回归过程：平稳随机过程，在这里，时间序列的现值相关于过去P个值，P是任意整数，称为AR（P）过程。当现值涉及到以前两个值时，它就是AR（2）过程。一个AR（1）过程具有无限记忆。

Autoregressive conditional heteroskedasticity（ARCH）process

自回归条件异方差过程：一种非线性随机过程，方差是随时间变化并以过去的方差为条件的。ARCH过程具有在均值的陡峰和胖尾的频率分布，非常像分形分布。广义的ARCH（或GARCH）模型被广泛地应用。参见分形分布。

Autoregressive fractionally integrated moving average（ARFIMA）process

自回归分形积分移动平均过场（ARFIMA）：一个ARIMA（p，d，q）

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

过程。这里，d 取分数值。当 d 是分数时，ARIMA 是一个分形布朗运动，而且能够展示长期记忆效果，连接短期 AR 或 MA 效果。参见自回归程序，自回归积分移动平均过程，分形布朗运动，移动平均过程。

307 **Autoregressive integrated moving average（ARIMA） process**

自回归积分移动平均过程：一个涉及到 ARMA 模型的非稳定随机过程。当它们被 d 整数差分 d 次后，ARIMA(p,d,q)过程成为稳定的 ARMA(p,q)过程。在一阶差分之后，一个 ARIMA(p,1,q)过程成为 ARMA(p,q)过程。参见 ARFIMA 过程与 ARMA 过程。

Autoregressive moving average（ARMA） process

自回归移动平均过程：一个稳定的随机过程。它能够被 AR 与 MA 过程混合。一个 ARMA (p,q)过程连接了 AR(p)过程和 MA(q)过程。

BDS statistic

BDS 统计：作为在研究下的系统，该统计依据相关积分考察具有相同规模变化的纯随机系统的概率。参见相关积分。

Bifurcation

分叉：在非线性动态系统里，系统通过它的临界值之前所具有的可能解的两倍的发展。分叉通常是由称作对混沌的周期加倍路线所导致的，因为有序系统向混沌系统的过度发生，当可能解的数量开始增加，且在每一个增加加倍时。

Bifurcation diagram

分叉图：该图表明分叉发生的临界点和在每个点存在的可能解。

Black noise

黑噪声：参见持续性。

Capital Asset Pricing Model（CAPM）

资本资产定价模型：由 Sharpe、Lintner 和 Mossin 独立发展的，以均衡为基础的资产定价模型。最简单的版本宣称：资产是根据所有风险资产的市场组合的关系来定价的，由证券“贝塔”来确定。

Central Limit Theorem

中心极限定理：大数法则；表明一个独立的，同一分布的随机数的样本接近无限，它的概率密度函数接近正态分布。参见正态分布。

Chaos

混沌：一个能产生看似随机结果的、决定性的、非线性动态系统。一个混沌系统必须有分形维并展示对初始条件的敏感依赖性。参见分形维、

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

李亚普诺夫指数，以及奇异吸引子。

Coherent Market Hypothesis（CMH）

协同市场假说：一个陈述由观点和基础有偏组成的联合而决定的市场的概率密度函数理论。依赖于这两个因子的组合，市场为下列 4 种情况之一：随机游走、不稳定转变、混沌以及协同。

Correlation

相关：因子互相影响的程度。

Correlation dimension

相关维：分形维的估计，（1）测度两个随机选定的点的概率，它们相互之间在一个确定的距离内，而且（2）考察当距离增加时，概率如何增加。因为它的要素是不相关的，所以白噪声将充满它的空间，而且它的相关维等于被它放进去的维数。一个依赖性系统将会由它的相关性保持在一起，而且在任何嵌入维中保持自己的维数，只要嵌入维大于它的分形维。

Correlation integral

相关积分：两个点相互之间距离的概率，用于计算相关维。

Critical levels

临界水平：控制参数的值，这些值可能改变非线性动态系统的性质。系统可能会分叉，或从稳定向不稳定转变。一个例子，压断骆驼背的一个稻草。

Cycle

循环：一个完整的轨道周期。

Determinism

确定论：某个确定的结果是完全被预先注定的。确定性混沌系统就是一个决定论的，它给出了一个看似随机的结果，尽管结果是由一组方程组成的。

Dynamical noise

动态噪声：当动态系统的输出同噪声掺杂而讹误，切噪声值又作为下一个重复的输入。也称系统噪声。参见观察性噪声。

Dynamical system

动态系统：一个方程组，一个方程的输出是另一个方程的部分输入。动态系统的简单情形是线性联立方程组，非线性联立方程是非线性动态系统。

Econometrics



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

计量经济学：预测经济的数量科学。

Efficient frontier

有效边界：在均值/方差分析中，由有效资产组合的集合构成的曲线——就是那些对于他们的风险水平的预期收益的最高水平的风险资产的资产组合。

Efficient Market Hypothesis（EMH）

有效市场假设：在半强形式里，该理论陈述因为当前价格反映所有的公众信息，对于一个市场参加者，其好处不可能超过另外一个人并获取超额利润。

Entropy

熵：系统中无序的水平。

Equilibrium

均衡：系统的稳定状态。参见吸引子。

Euclidean geometry

欧几里德几何：平面或“高中几何”，依据几个理想的，光滑的，对称的形状。

Feedback system

反馈系统：方程的输出成为下一个重复的输入，运行很像扩音系统，麦克风放置在讲话者旁边，当信号通过扩音系统回路时产生反馈。

Fractal

分形：一个客体其部分以某种方式联系于整体；那就是，单个因素是自“相似”的。一个例子就是树的枝节网络。每一个枝节和每一个后续的较小的枝节是不同的，但对于整体的树，他们是质量上相似的。

Fractal dimension

分形维：一个数，数量性的描述客体如何充满它的空间。在欧氏（平面）几何里，客体是坚固而连续的——它们没有洞和缝隙，这样，它们有整数维。分形是粗糙的，而且通常是不连续的，就像空心棒球，因此它们是分数的，或是分形维的。

Fractal distribution

分形分布：统计上是自相似的概率密度函数。即在不同的时间增量里，统计特征保持相同。

Fractal Market Hypothesis（FMH）

分形市场假说：一个市场假说。它陈述了（1）市场由许多具有不同



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

投资起点的投资者组成，与（2）信息集对于每一个投资起点的重要性是不同的。只要市场保持这个分形结构并且没有特征时间规模变化，那么，市场就保持稳定。当市场的投资起点变为同一时，市场就变成不稳定的。因为每一个人是根据相同信息集进行交易的。

Fractional brownian motion

分形布朗运动：一个有偏的随机游走；与标准的布朗运动不同，可与掷不均匀的筛子相比较，差异是在一个或其他方向上有偏。

Fractional noise

分形噪声：一个不完全独立于前期值的噪声。参见分形布朗运动（白噪声）。

Fundamental information

基础信息：涉及到一个公司的经济状态或经济的信息。在市场分析里，基础信息仅仅涉及到一个公司的收益预期。

Gaussian

高斯：一个系统的概率被正态分布和钟形曲线所描述。

Generalized ARCH（GARCH）process

广义 ARCH 过程：见自回归条件异方差过程。

Hurst exponent（*H*）

赫斯特指数（H）：就是一个在分形布朗运动有偏的测度。对于布朗运动，$H=0.50$；对于持续性或倾向增强系列，$0.50<H\leqslant 1.00$；对于反持续性或均值反转系统，$0\leqslant H<0.50$。赫斯特指数的倒数等于阿尔法，它是分形或帕累托分布的特征指数。

Implied volatility

暗示的易变性：当使用布莱克—斯科尔斯期权定价模型时，暗示的易变性是价格变化的标准差水平，它把当前的期权价格与公式里的其他独立变量紧密联系起来。经常被用作市场不确定性的当前水平的一度量。

Intermittency

间歇性：一个非线性动力学系统在周期性行为和混沌之间交替更迭。参见混沌、动力系统。

Joseph effect

约瑟效应：持续性时间序列具有趋势和循环的倾向。这个术语是 Mandelbrot 杜撰的，指的是 Joseph 对于法老的梦的 7 年丰收之后跟着 7 年饥荒的解释。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Leptokurtosis

尖峰态：一个概率曲线有比正态分布更胖的尾部，在均值附近更高的峰部的状况。

Limit cycle

极限环：非线性动力学系统的一种吸引子，它在相空间里有周期性循环或轨道。一个例子是无阻钟摆，它有一个与钟摆摆动的振幅相等的闭合圆环轨道。参见吸引子，相空间。

Lyapunov exponent

李亚普诺夫指数：一个吸引子的动态度量。每一个维度一个李亚普诺夫指数。正指数度量对于初始条件的敏感依赖性，或根据不同的对于起始条件的估计，我们的预测能发散到什么程度。另一个看待李亚普诺夫指数的观点是在我们沿着时间向前看时的预测能力的损失。奇异吸引子的特征是至少有一个正指数。负的指数度量各个点如何相互收敛。点吸引子的特征是所有的变量都是负的。参见吸引子，极限环，点吸引子，奇异吸引子。

310 **Markovian dependence**

马尔可夫依赖性：一个时间序列中的观测依赖于近期的先前观测的状况。Markovian 依赖性迅速消失，而长期记忆效应，如 Hurst 依赖性，却是在一个非常长的周期上衰减。

Measurement noise

度量噪声：见观测噪声。

Modern Portfolio Theory（MPT）

现代资产组合理论：对于风险资产组合的数量分析的总称，它是以预期收益（或平均期望值），以及证券资产组合的风险（或标准差）为基础的。根据 MPT，投资者要求在给定风险水平上期望收益最高的资产组合。

Moving average（MA）process

移动平均过程：一个平稳随机过程，其被观测的时间序列是一个未被观测的随机时间序列的移动平均的结果。一个 MA（q）过程是一个 q 个周期的移动平均。

Noah effect

诺亚效应：持续性时间序列具有的急转和不连续变化的倾向。正态分布假定一个系统中的连续变化。然而，一个表现 Hurst 统计特性的时间序列可能会突然改变水平，向上或向下跳过一些值。Mandelbrot 根据圣经的



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

洪水故事杜撰了这个术语。参见反持续性，赫斯特指数，约瑟效应，持续性。

Noisy chaos

噪声混沌：一个带有观测或系统噪声的混沌动力学系统。参见混沌，动力学系统，观测噪声。

Normal distribution

正态分布：即著名的钟形曲线。根据中心极限定理，一组很大数量的独立的、具有相同分布的随机数的概率密度函数会趋近于正态分布。在分形分布族中，正态分布仅仅当阿尔法等于 2 或赫斯特指数等于 0.50 时存在。因此，正态分布仅仅是一个特例，它在时间序列中是非常少见的。参见阿尔法，中心极限定理，分形分布。

Observational noise

观测噪声：在一个系统中的真实值与它的观测值之间因度量不精确而产生的误差。也叫度量噪声。参见动态噪声。

$1/f$ noise

$1/f$ 噪声：参见反持续性。

Pareto（Pareto－Levy）distributions

帕累托（帕累托－列维）分布：参见分形分布。

Persistence

持续性：在 R/S 分析中，一个持续性序列倾向于追随趋势。即，系统在先前的周期是增长的，它在下一个周期继续增长。持续性时间序列具有长期“记忆”；即在当前事件和未来事件之间存在着长期相关性。也叫做黑噪声。参见反持续性，赫斯特指数，R/S 分析，诺亚效应。

Phase space

相空间：显示一个系统的所有可能状态的图。在相空间中，我们标绘在同一时间的相对于其他变量的可能值的一个变量的值。假如一个系统有三个描述变量，我们就在三维空间中标绘相空间，每一个变量占据一个维度。

Pink noise

粉红噪声：参见反持续性。

Point attractor

点吸引子：在非线性动力系统里，一个相空间中所有的轨道都被拉到一个点或值的吸引子。实质上，任何趋向于稳定的、单一值均衡的系统都



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

会有点吸引子。一个受到摩擦力阻碍的钟摆总会停下来，因此它的相空间总被拉向一个速度和位置都等于零的点。参见吸引子、相空间。

Random walk

随机游动：布朗运动，指一个变量的值的上一次的变化与未来或过去的变化无关。

Rescaled range（*R*/*S*）analysis

重标极差分析：由 H.E.Hurst 发展用来确定长期记忆效应和分数布朗运动的分析方法。重标极差分析度量的是，随着我们观察越来越长的时间标度，一个粒子所覆盖的距离是如何增加的。对于布朗运动，所覆盖的距离按时间的平方根增加。以一个不同的速率增加的序列不是随机的。参见反持续性，分数布朗运动，赫斯特指数，持续性。

Risk

风险：在现代资产组合理论中，风险被度量为证券收益的标准差。

Scaling

标度：一个对象的特性如何随度量器具的大小而改变，对于一个三维物体，它可以是当一个覆盖球的半径增加时所被覆盖的那个物体的体积。在时间序列中，它可以是当时间增量增加时时间序列的变化。

Self-similar

自相似形：一个对象的各个小部分与整个对象定性的相同或类似。在某些确定分形中，如谢尔平斯基三角形，小块看上去和整个对象一样。在随机分形中，小的时间增量会在统计上与大的时间增量类似。参见分形。

Single Index Model

单指数模型：通过度量一个资产组合对于市场指数的变化的敏感性来度量资产组合风险的模型。敏感性的度量被叫做证券或资产组合的"贝塔"。与资产定价模型有关，但并不完全一样。

Stable Paretian，or fractal hypothesis

稳定帕累托或分形假说：在分形分布族的特征函数中，其特征指数阿尔法可以在 1 和 2 之间取值。参见阿尔法，分形分布，高斯型。

Strange attractor

奇异吸引子：相空间的一个吸引子，其中各个点永远不重复自己，轨道永远不相交，但二者都停留在相空间的一个区域。与极限环不同，其吸引子是非周期的，并且一般有一个分形维。它们是一个非线性动力系统的一个构形。参见吸引子，混沌，极限环，点吸引子。



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

System noise

系统噪声：参见动态噪声。

Technical infomation

技术信息：与一个特定的变量的动量有关的信息。在市场分析中，技术信息是只与市场动力学和群体行为有关的信息。

Term structure

期限结构：一个变量在不同时间增量上的值，利率的期限结构是具有不同到期日的不同的固定收入证券的到期收益。易变性期限结构是不同时间起点的标准差。

V statistic

V 统计：R/S 对于时间指数 n 的平方根的比率。

Volatility

易变性：证券价格变化的标准差。

White noise

白噪声：布朗运动的音频等价物：互不相关的声音听起来像嘶嘶声。白噪声的视频等价物是电视接收机中的“雪花”。参见布朗运动。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

索引

A

Alpha 阿尔法 200，201，206，207，209～210，212～214，216，219，221，263，273，306
Anis&Lloyd （人名） 69～71，85
Anti-persistence 反持续性 61，116，148，150，177，185，188，193，275，306
AR process 自回归（AR）过程 57，63，75～78，79，80，81，83，84，108，174，192～194，248，274，306
ARCH process 自回归条件异方差（ARCH）过程 27，82～85，116，169，214～215，252，270，306
ARFIMA process 自回归分形积分移动平均过程（ARFIMA） 82，170，188～196，306
ARIMA process 自回归积分移动平均（ARIMA）过程 81～82，84，170，188，192，215，307
Aristotle （人名） 86，87
ARMA process 自回归移动平均（ARMA）过程 80，81，307
Attractor 吸引子 306

B

Bachelier，Louis （人名） 19，20
Barnsley，Michael （人名） 10
BDS statistic BDS统计 246～250，307
Beta 贝塔
  CAPM 资本资产定价模型 219
  Fractal distributions 分形分布 200，206，208，213，214，287



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Bifurcation diagram　分岔图形　179～180
Black-Scholes option pricing model　布莱克－斯科尔斯期权定价模型　20，143～145，218，224，231
Brownian motion　布朗运动　18，183～185

C

Capital Asset Pricing Model (CAPM)　资本资产定价模型　9，39，44，219，307
Capital Market Theory，vii　资本市场理论　19，217
Cauchy distribution　柯西分布　201，206，260
Central Limit Theorem　中心极限定理　53，198，221，307
Chaos　混沌　37，96，239，270，276，307
Chaos Game　混沌游戏　10～12，52，277～278
Coherent Market Hypothesis　协同市场理论　49，307
Correlation　相关性　218～219，307
Correlation dimension　相关维　307
Correlation integral　相关积分　247～248，308
Cycles　循环　37，67，86～103，244～245，265，274～275，308

D

Delta (fractal distributions)　德尔塔（分形分布）　199～200
Determinism　决定论　308
Dynamical systems　动态系统　308

E

Econometrics　计量经济学　308
Efficient frontier　有效边界　219，308
Efficient Market Hypothesis，vii　有效市场假说　28，39～42，44，49～50，54，81，107，237，276，308
Elliot Wave　艾略特波　12～13
Entropy　熵　6～7，9，308
Equilibrium　均衡　7，308
Euclid　（人名）　3，10
Euclidean geometry　欧几里德几何　4～5

F

314 Fama，Eugene，viii　（人名）　201，207，209，210，217，287



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Feedback systems 反馈系统 239，308
Feller，William （人名） 66～69，210
Fourier analysis 傅立叶分析 87
Fractal 分形 4～17，308
Fractal dimension 分形维 15～17，308
Fractal distribution 分形分布 199～216，217，287～289，295，309
Fractal geometry 分形几何 4～5
Fractal Market Hypothesis 分形市场假说 17，39，44，46～50，173，182，189，192，235，239，246，250，252，264，271，276，309
Fractional brownian motion 分形布朗运动 75，183～186，189，235，244～245，270，309
Fundamental analysis 基础分析 43，46，309

G

GARCH process 广义自回归条件异方差过程 83～85，224，248～249，252，309
GAUSS language 高斯语言 62，279
Gaussian statistics 高斯统计 19，53，183，197，221，309

H

Hurst exponent（H） 赫斯特指数（H） 57～61，85，110～111，184～185，189，210，213，223，241，243，253，254，309
  expected value 期望值 71～74
  variance of 方差的 72～73，85
Hurst.H.E. （人名） 54～61，66，88，223，264

I

IGARCH 被积 84，215
Intermittency 间歇性 180～181，309
Investment horizon 投资起点 8，41～50

J

Joseph effect 约瑟效应 183，186，274，309



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

K

K－Z model　K－Z 模型　49

L

Larrain，Maurice　（人名）　49
Leptokurtosis　尖峰态　309
Levy，Paul　（人名）　198
Levy distribution　列维分布　204，217，270，271，310
Limit cycles　极限环　309
Lintner，John　（人名）　6
Liquidity　流动性　41～43
Logistic equation　逻辑斯蒂克方程　96，177～182，187

M

MA process　移动平均过程　78～79，80，81，192，194，310
Mackey－Glass equation　麦凯－格拉斯等式　96～101，241，249，253～259
Mandelbrot，Benoit　（人名）　12，94，186，209，210，287
Markowitz，Harry，viii　（人名）　20，207，217，218
Mean（sequential）　均值（增时序）　201，259～260
Mean/variance　均值/方差　219
Mossin，J.　（人名）　6

N

Newton，Issac　（人名）　6，86
Noah effect　诺亚效应　186～187，274，310
Noise：　噪声
　additive，observational，or measurement　可加性，观测，或测度　98，238，243
　black　黑色　171，183，186～188，190，235，275，307
　brown　棕色　170～171
　dynamical or system　动力学的或系统　100，239，242～243，312
　fractional or 1/f　分形的或 1/f　169～172，187，310
　pink　粉红　172，182，187，190，235，275，311
　white　白色　20，170，187，190，312
Normal distribution　正态分布　21～26，40～41，53，197，205，310



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

P

Pareto (Pareto-Levy) distributions 帕累托(帕累托－列维)分布 41，148，217，310
Pareto，V. （人名） 198，206
Persistence 持续性 61，85，102，193，310～311
Phase space 相空间 239～240，311
Plato （人名） 3，19
Point attractor 点吸引子 311

R

Random walk 随机游走 20，40，311
Relaxation process 松弛过程 172～174，176，182
Rescaled Range (R/S) analysis 重标极差（R/S）分析 50，54～166，186，196，210，213，239，246～247，271，311
  guide to 指南 61～63
  expected value 期望值 69～71
  cycles 循环 86～103
Risk 风险 311

S

Scale invariance 规模变化恒定 12，61
Scaling 标度 7～8，13～14，311
Scholes，Myron （人名） 39
Self-similar 自相似性 11，12，26，31，268，311
Sharpe，William，viii （人名） 6，200，217，219
Sierpinski triangle 谢尔平斯基三角 10～11，277～278
Spectral analysis 谱分析 37，87～88，171，175，188
Stantard deviation 标准差 19，55，
  sequential 增时序 201，259

T

Technical analysis 技术分析 43，86，312
Thermodynamics 热力学 6～7



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

V

V statistic　V统计　92，312
Vaga，Tonis　（人名）　49
Variance (infinite)　方差（无限）　148
Volatility　易变性　27～37，46，143～150，177，178，235，275，312
　Implied　暗示的　148～149

W

Weirstrass function　魏尔斯特拉斯函数　89～93，264
Weirstrass，Karl　（人名）　89



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

译者后记

非线性与统计理念

并非因为我有统计学的专业背景，就对彼得斯的书大加赞赏。彼得斯先生的两本书——王晓东教授翻译的《资本市场的混沌与秩序》与我们翻译的《分形市场分析》，具有明显的向传统学术思想挑战的观点。它的观点不仅仅是直觉上的判断，而且直接体现了一切学术研究的基本特征：分类与实证，并通过它们来表明观点。

在《资本市场的混沌与秩序》一书中，彼得斯宣布了有效市场假说的失败和不成立，讲的是WHY。而在《分形市场分析》一书中，彼得斯讲的是HOW，书中他运用了严格的分类与实证。

有人说，非线性是垃圾，是故弄玄虚，从经济学的任何点切入流形和拓扑的概念，更是云山雾罩。根据有效市场假说和大数法则，避开小概率事件就行了。但你逃不开，小概率事件就发生在你身上。因为这是定数。是整体确定性的。分形到底有没有用？彼得斯先生的努力和尝试说明，它不仅是有用的，而且还是强有力的。

[易经，系辞] 上有：形而上者谓之道，形而下者谓之器。南北朝的刘勰在"文心雕龙"夸饰篇中进一步阐明：神道难摹，精言不能追其极；形器易写，壮词可得喻其真；才非短长，理自难易耳。先哲在这里已很明显的点出其中的奥妙：再小的形而上的问题也说不清，再大的形而下的问题也能说明。有效市场假说形而上的东西不少，以至于有十几个假定为其"保驾护航"，越抹越黑。常常就得出"父在母先亡"的箴言式的结论，使人不得要领。毛泽东曾说过：形而上学终究是要灭亡的，春秋百家争鸣，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

其思想，其成语，带着直觉的鲜活一直流传至今；著四书五经的十几个大学问家在儒教上的观点早已烟涛微茫信难求，很多人倒是都知道朱熹的万紫千红总是春，他哪里是儒家，从医学的观点看朱熹肯定不是色盲。

我们只听说过“愚公移山”没听说过“愚公移鬼”。山者形而下，且大，可操作，移之不难。鬼，小东西，属阴，无山大，移之真难。

思辨性质的经济学概念，像蛛丝一样，缠绕着人们的思想。它无用，但有益。它像个标志牌，知道你在研究经济。但界定与分类无从谈起。色诺芬的经济著作到现在只有经验和警言的意义。现象是同一的，可反映这些现象的学派却众说不一。就像各种宗教，你该听谁的？宗教可以信，只是不能信伤害自己身体的邪教。各种各样的经济方法也可以用，只是不要用赔钱的方法。彼得斯曾对他用分形方法处理道·琼斯股票数据道出其真谛：在人们的头脑中利润的变动服从正态分布，很多具有MBA资历的老总都相信这一点，是彼得斯理性还是这些老总们理性。可是这些老总他们赔钱的概率倒是蛮大的，包括诺贝尔经济学奖得主经营的上百亿美元资产的金融公司。然而利润仍在被不断的创造出来，不断有人在发财，不过不是在正态分布的利润里发财，那么利润是如何分布的呢？传统的高斯统计方法不能用，那就另辟蹊径，为了利益嘛。彼得斯已经认清了这一点，但离具体操作赚钱尚需时日，需要投入和勇气。他认为值得一试。

面对现象，在学术研究上，就是数据和合适的方法。数据是形而下的，而方法反映了研究者的悟性（黑格尔语），不是形而上，而是直觉。面对104年的道·琼斯股票数据，彼得斯运用了分形统计方法（赫斯特指数方法等等）并用PC机得出了直接的结果，这其中自然体现着分类和实证。如果我们没有像彼得斯这么做，而是凭着高斯法则在学术界的统治地位，像牧师一样，经过一番传统统计学思辨的推演，即形而上学的思辨，最后得出，趋近、逼近等简单的形式，用最时髦的话讲是“有定理保证”。进而相信，这104年的23 500个数据是符合正态分布的。那么，就社会常理而言你没有犯错误，因为服从大多数人的思考与行为准则是符合大部分信奉中庸之道的人们的行为规范的。中外历法的制定都是依据地心学说制定的，日心学说出来后，依据地心学说制定的历法依然在使用：春天依旧刮春风。彼得斯用分形方法探索这些数据，说明他勇气堪佳。

人们非要在社会科学和自然科学之间因方法的迥异划一条鸿沟，然而，也有很多人正在弥合这个鸿沟。赫斯特和彼得斯的工作体现了这种努力。传统概率论和微积分的引入使人们看到一线曙光，人们作了巨大的努

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

力并获得了相应的成功。但困惑仍在，形而上的努力是无止境的，示形于外的量化方法描述，由于分形和非线性的引入而示形于内——即确定事物的性质。这由托姆的“突变论”中的“育径”概念而发端，到现在的整体确定性和部分随机性的思想是一个很大的进步。霍金通过丛论和流形得出黑洞与非平凡拓扑相关，内禀熵意味着引力引进了一种更高水平的不可预见性，它超越于通常和量子理论相关的不确定性之上。这个不可预见性不受高斯法则的管辖。彼得斯先生从匠人的角度也得出了金融市场的不可预见性不是正态分布的结论，此不可预见性亦不受正态分布的约束。这个分类和实证对于我们从事实际工作的人来说是很有意义的。

霍金博士运用丛论和流形来处理物理学绝对是高级的阳春白雪，自有高处不胜寒的味道，但也说明国外的教育思想能使诸个领域的最前沿的理论碰撞进而发出耀眼的光芒。

丛论和流形中的“曲线”不是微积分初步里的“唯像性质”的曲线，或者反过来说，它不是以一般微积分的概念来理解曲线和映射。这个几何形式的映射和变换反映的是演化过程，有客观逻辑的味道。当以这样的理念来处理数据时就是实证，或是一种更高级的实证。有人曾说过花这么大的力量搞分形，还不如做点实际工作有意义。殊不知处理数据乃当今匠人最实际的工作，而分形则正是处理大量数据的最实际的方法背景。

用计算机处理数据和用计算机处理数据以反映统计学的思想是不同的。美籍华人、著名历史学家黄仁宇老先生曾就立法、司法和执法的关系有过精辟的论述：立法和行政有些“通令”的味道，与司法和执法总有距离，两层组织的沟通在“成文法”里技术上很难协调。而“案例法”则不然，它可以创造成例，这本身有试验的性质。同时可以形成范例。法律中的公平在“炒作”和操作中得以体现。还是这位黄老先生对物理学曾有离开视觉和知觉仍有实质性的进步的说法。从这两例我们可以看到“试验”和“理论”的差异及相互作用。

计算机可以处理数据但它决不能替代统计学，尤其是统计学的哲学思想。我们甚至是步步不离计算机，但每一步的分析都离不开统计思想，即便是非线性动态系统的离散化处理也是如此。哪怕是一些整体性质(Global Properties)。彼得斯的《分形市场分析》一书正是体现了这种风格。也就是“若无必要，勿增实体”的“奥卡姆剃刀”原则。这是一种实际操作当中的分类，它推翻了一些意念中的简单化的权威，使问题趋向复杂化，但更实际。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

当然，通过流形、丛论和李亚普诺夫指数，不是唯像的，而是脱离视觉和知觉，运用数理经济学的一些成果，特别是布鲁诺、萨缪尔森以及马歇尔的均衡理论是否能够得出分形的结论？我看问题不大，只是过于形而上了。因为它强调的是知觉中判断的成分，而不是感觉成分，它无实际用途，但有益。比如说把N年的投入－产出矩阵的数据以图册形式构成微分结构或流形结构，倘若数据在某一点有正的雅可比行列式，我们就能得出定向流形的结论。

如何看待正态分布，这对我们的实际统计工作是很有意义的。当我们的计算能力不强甚至不广泛的时候，以高斯正态分布为宙斯的众多统计方法之神长袖善舞，给予客观对象以一定的说明，但同时把这一点客观化的过程主观理念化了（凯恩斯)。在统计学界言必称正态，大树底下好乘凉。最好不要越过雷池一步。即便有想法“方差”也是常数，满符合大数法则。从函数的角度讲，“曲线”是处处可导，当然就是有界变差函数，我们自然也就以方差为常数来处理问题。

当方差以常数围绕着均值发生变化时，我们也就不必担心这个世界会有什么根本的变化，一切都是按上帝的钟表滴答作响。创新也就自然无从谈起。也就无法与时俱进。

从威廉、配第的政治算术到曼德博罗集与托姆的“育径”，从大英帝国的一对一的“双强政策”到混沌博弈与超循环，从带有神秘色彩的地缘政治国力分析到投入产出矩阵与宏观经济结构。甚至面对第谷的天文资料得出行星运动定律时，先哲们也同样遇到一般人所碰到的两大要素：数据，处理数据的法则——统计理念。只不过伟人的运用之妙，存乎一心而已。

方法是对客观世界的悟性（黑格尔)，那么，在什么样的工具，方法背景下我们能够领悟到现代的统计理念呢？至少应该站在维纳在其名著“控制论”所述的水平上，他对时间序列的非线性分析寄予很高的希望，只是限于当时的条件没有实施。

根据“奥卡姆剃刀”的若无必要，勿增实体的要求。我们在处理任何实际问题和了解研究对象时必须排除一切先验性思辨的干扰，进而才能认清要研究的对象。我们要借助方法、工具，但对方法和工具要进行鉴别。列宁曾在其“哲学笔记”中说过：具体问题具体分析是马克思主义最本质的东西，是马克思主义的活的灵魂，否则如何谈与时俱进呢。

在研究问题时引进数学并不是坏事，因为数学是属于直觉范畴的学



全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

科。可以用数学来说话，但数学不是万能的，因为说话者本人是长着脑袋的。他要对数学进行思考，他要明白他所要研究的对象的范围。同样的数学方法可以用在不同的领域。比如向量李雅普诺夫指数可以用在马歇尔的均衡经济模型里，以说明“有效市场假说”，而同样的方法也可以用在“分形市场假说”里，以判定混沌分形现象。

通过翻释本书我们感觉到在彼得斯的著作里体现了两条。

一、经济概念和经济数据

排除先验性的概念并不是说我们目空一切，从“奥卡姆”剃刀的原则看，实在是怕受干扰。这些经济概念单子的渗透力特别大。数学化本身意味着思维逻辑的精华，但是也可能是经验的简化；同时也给直觉不足的观察者以思辨的努力——实际是一种偷懒的行为。比方说α和β之间有一个间隔，同时它们都是数目我们可以肯定二者之间存在差异，并且这个差异是一堆单位的某种总和。但是假如二者是简单的状态，那么把他们分开的间隔到底是什么呢？在这种情况下，由第一种状态到第二种状态的转变，除了仅仅是你思想上的动作外，还能是什么呢？你的思想是为了辩论起见武断地把两个状态的陆续出现说成为两个数量的区别（柏格森）。而经济数据就又不一样了。通过经济数据的时间序列，它很多，又很长（但不是懒婆娘的裹脚布），它在坐标上绘出一条曲线，这条曲线不是纯净的数学曲线，而是一条世俗的曲线。(彼得斯所研究的104年的道·琼斯股票数据正是这样一条曲线，它体现了很多性质，当然包括要用分形方法才能表现的性质，它也体现了纯随机现象作为特例的高斯统计的性质。它同时还体现了阿尔弗雷德、马歇尔关于经济是行为的，法律的，历史的告诫。因为股票是需要彼此操作的——因此是行为的；它体现了权利和义务，金融市场在这一点尤为明显；104年的数据当然很有历史价值了。) 数据在这里是研究的出发点而不像某些人仅仅是把数据作为“思想”的装饰或顶多是一个参考。在彼得斯的数据里出现了思想。并且提出了新的范式。

彼得斯提出“分形市场假说”来替代“有效市场假说”是很顺理成章的事。他不是在添乱，而是在清扫。

二、数据和处理数据的法则

1. 能不能从数据出发是统计理念的第一要旨，也就是坚持形而上，还是坚持形而下的问题。

2. 是服从统计学的“仪”还是服从统计学的“礼”。

老子在这方面做的比孔子强。古代的官员见到的数据无非是一些符木

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

(Tally)。上天不怪罪百姓不闹事，何苦自寻烦恼，乐得自在。固当不了圣人自然就谈不上睿智。“是以圣人执左契，而不责于人。有德司契，无德司彻”。从老子的观点看政治家是要掌握数据的，并且是具有会计凭证意义的契约。不过政治家要对老百姓“仁慈”一些，是“王道”，孟尝君是也。“无德司彻”，“彻”为税收官员其掌握的也是经济数据。他行使权利，老百姓行使义务。追的紧些，似有些“霸道”。注意老子在这里指的是能够体现权利和义务的契约。而彼得斯的104年的股票数据也是体现权利和义务的契约。我无意给老子脸上贴金，只不过说他从会计凭证和契约出发，体现了权利和义务。而孔子在这方面则做的不如老子。子曰：讼无好讼。显然是对契约不满意，自然就对权利与义务不满意了。

既然数据的背后有如此多的东西。那么对数据的态度就涉及到一个“仪”和“礼”的问题。高斯正态分布只能是统计学的“仪”，但我绝对不会说非线性就是统计学最后的“礼”。

钱钟书老先生在“管锥编”第一册，“成公二年”一节中说道“临敌拘于小仁，忘在军之礼”。足见礼非揖让节文（Code of Courtesy），乃因事制宜（Decorum）之谓；故射仪则君子必争，戎礼则君子亦杀。昭公五年，女叔齐对晋侯曰：“鲁侯焉知礼，是仪也，不可谓礼”，昭公二十五年，赵简子问揖让周旋之礼，子大叔对曰：“此仪也，非礼也”。合观愈明，德谚有曰：战争之本旨较战争之方式为先”。在这里我只想说如果别人或外国人用新的处理数据的法则得出的思想在商战中“戎礼”而胜；那么我们还有闲情逸致去搞君子必争的射仪吗？

孙子兵法云：不战而屈人之兵。可是不战怎屈人之兵，无数据怎探微阐幽。很多人都在学习统计，但大部分人都认为高斯分布就是统计之礼。李白曾盛赞秦皇“明断自天启”；李白说的是创造性。统计上就是方差为函数，是变化的，并且是分形的。而现在的国人却循规蹈矩，尽是鲁侯。他们以为学了传统的正态分布就是掌握了统计。可是结果却往往不尽如人意。想削足适履，可是脚又太大了，趿拉着走又不雅观。计量经济学为传统的统计学之“仪”所做的努力显得有些力不从心和苍白，包括异方差自回归时间序列模型，尽管该模型可以佐证分形的研究。这就是传统高斯分布统计的尴尬处境。

以上是我对《分形市场分析》一书翻译和阅读的一点体会。另对读者提及一点阅读时要注意的问题：

文字部分和简单的数学公式特别是前几章，高中以上文化程度即可理

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

解。财经类本科毕业的读者完全可以看懂本书，理工科背景的读者从数据的观点出发不难理解一些经济学概念形而上或形而下的特点。从事金融工作的读者最好翻翻这本书，从而理解外国人在干什么，从事证券和外汇工作的读者更应该看看此书。如果身边有电脑，在EXCEL上操作一把，实际体会一下很有好处，同时看看附录3分形分布表理解一下分形分布与高斯分布的实际区别是很有好处的。进入WTO之后应该有所警觉。不客气的说，就索罗斯的为商之道来看，他应属于分形市场假说这一群体。

最后，我想以俄罗斯的一个典故来结束此文：

有几个人远远的看见一个人手舞足蹈像是在跳舞，他们觉得挺奇怪，他们还猜测这是什么舞。等走进一看，都大吃一惊：原来这个人正在磨刀。

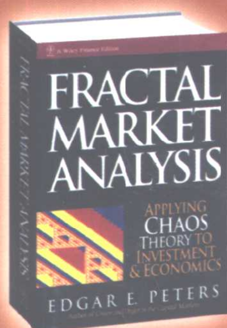
储海林　殷勤

2001年12月8日于山西财大

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服QQ/微信：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



广发证券股份有限公司高级金融教材译著系列
香港皇权集团资助并重点推介课题



Fractal Market Analysis — Applying Chaos Theory to Investment and Economics

封面设计：苗　苗



ISBN 7-5058-2815-0/F · 2192 定价：46.00元